

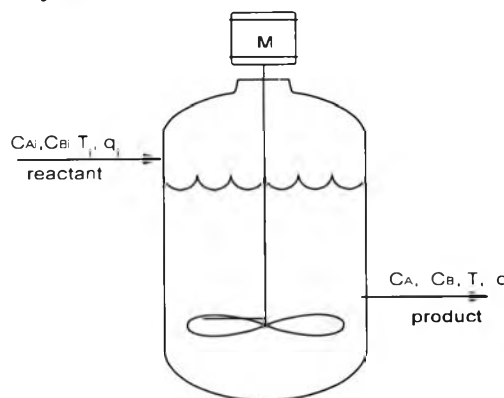
บทที่ 6

กรณีศึกษาที่ 2: เครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้

บทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบถังกวนแบบต่อเนื่อง (CSTR) ที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้ พร้อมทั้งแสดงขั้นตอน และผลการออกแบบถังกวนแบบต่อเนื่อง หรือกรณีที่มีความไม่แน่นอน และกรณีที่มีความไม่แน่นอน ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แบ่งการออกแบบถังกวนแบบต่อเนื่องเป็น 3 กรณีย่อย ได้แก่ กรณีพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน กรณีตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน และกรณีพารามิเตอร์และตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน เช่นเดียวกับบทที่ 5 ที่ออกแบบถังกวนแบบต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยาไม่ย้อนกลับ นอกจากนี้ยังแสดงผลการวิเคราะห์ความไวที่ทำให้ตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งเปลี่ยนแปลง แล้วดูผลของออปเจกทีฟฟังก์ชันที่เปลี่ยนไปเป็นอย่างไร ตัวแปรตัวใดมีความไวต่อกระบวนการมากกว่ากัน

6.1 เครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้

กระบวนการที่สองนี้เป็นเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่อง ที่มีปฏิกิริยาคายความร้อนแบบย้อนกลับได้ แสดงในรูปที่ 6.1 ปฏิกิริยาเคมีในระบบเกิดจากสารตั้งต้น A เปลี่ยนไปเป็นผลิตภัณฑ์ B แบบผันกลับได้ ซึ่งให้ค่าความร้อนของการเกิดปฏิกิริยา (Economou et. al., 1986) ทำให้อุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์สูงขึ้น



รูปที่ 6.1 เครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่องที่เกิดปฏิกิริยา $A \leftrightarrow B$

ในระบบนี้ปฏิกิริยาที่ใช้ในการศึกษาจะเป็นปฏิกิริยาคายความร้อนสูง (highly exothermic reaction) โดยปฏิกิริยาจะดำเนินไปในเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่อง (CSTR)

ลักษณะปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น: $A \leftrightarrow B$

อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า: $r_1 = k_1 e^{-E_{a1}/RT} C_A$

อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ: $r_{-1} = k_{-1} e^{-E_{a-1}/RT} C_B$

ความร้อนจากการเกิดปฏิกิริยา: ΔH

แบบจำลองที่ใช้ในที่นี้ประกอบด้วยสมการอนุรักษ์ต่าง ๆ ดังนี้

สมการอนุรักษ์มวลรวมของถังปฏิกรณ์

$$\frac{d\rho V}{dt} = \rho_i q_i - \rho q \quad (6.1)$$

สมการอนุรักษ์มวลของสาร A

$$\frac{dVC_A}{dt} = q_i C_{Ai} - q C_A - r_A V + r_{-1} V \quad (6.2)$$

สมการอนุรักษ์มวลของสาร B

$$\frac{dVC_B}{dt} = q_i C_{Bi} - q C_B + r_1 V - r_{-1} V \quad (6.3)$$

สมการอนุรักษ์พลังงานภายในเครื่องปฏิกรณ์

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \rho_i q_i C_p T_i - \rho q C_p T - \Delta H(r_1)V + \Delta H(r_{-1})V \quad (6.4)$$

เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในเครื่องปฏิกรณ์ ขึ้นกับค่าความหนาแน่น ρ และปริมาตร V ของมวลภายในถัง และจากสมมติให้ความหนาแน่นของสารจะเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ระหว่างการทำปฏิกิริยาเคมี จึงประมาณได้ว่าค่า ρ_i เท่ากับ ρ ดังนั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตรเกิดขึ้น อัตราการไหลเข้าจึงเท่ากับอัตราการไหลขาออก

$$q_i - q = 0 \quad (6.5)$$

โดยที่อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้าต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรคือ

$$r_1 = K_1 C_A \quad (6.6)$$

อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรคือ

$$r_{-1} = K_{-1} C_B \quad (6.7)$$

และสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า และย้อนกลับ ตามความสัมพันธ์ของอาร์เรเนียส (Arrhenius reaction)

$$K_1 = k_1 \exp(-E_{a1} / RT) \quad (6.8)$$

$$K_{-1} = k_{-1} \exp(-E_{a-1} / RT) \quad (6.9)$$

แทนค่าสมการที่ (6.5), (6.8) และ (6.9) ในสมการที่ (6.1) ถึงสมการ (6.4) ดังนั้น สมการอนุพันธ์จึงเปลี่ยนเป็น

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad (6.10)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{q}{V}(C_{Ai} - C_A) - k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A + k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT} C_B \quad (6.11)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = \frac{q}{V}(C_{Bi} - C_B) + k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A - k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT} C_B \quad (6.12)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A - k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT} C_B) + \frac{q}{V}(T_i - T) \quad (6.13)$$

ตารางที่ 6.1 ข้อมูลของเครื่องปฏิกรณ์ถังกวน ปฏิกริยา $A \leftrightarrow B$

ตัวแปร	คำอธิบาย	ค่า	หน่วย
V	ปริมาตรของถังกวน	-	lit
T	อุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์	-	K
q	อัตราการไหลของผลิตภัณฑ์	-	lit/min
C_A	ความเข้มข้นของสาร A ในสายที่ไหลออกจากถังปฏิกรณ์	-	mol/lit
C_B	ความเข้มข้นของสาร B ในสายที่ไหลออกจากถังปฏิกรณ์	-	mol/lit
C_{Ai}	ความเข้มข้นของสาร A ในสายป้อน	1	mol/lit
C_{Bi}	ความเข้มข้นของสาร B ในสายป้อน	0	mol/lit
T_i	อุณหภูมิของสายป้อน	427	K
k_1	สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า	5×10^3	sec^{-1}
k_{-1}	สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ	1×10^6	sec^{-1}
Ea_1	พลังงานกระตุ้นของปฏิกิริยาไปข้างหน้า	10,000	cal/mol
Ea_{-1}	พลังงานกระตุ้นของปฏิกิริยาย้อนกลับ	15,000	cal/mol
C_p	ค่าความจุความร้อนของสาร	1,000	cal/(kg.K)
ρ	ความหนาแน่นของสารในถัง	1	kg/lit
R	ค่าคงที่ของแก๊ส	1.987	cal/(mol.K)
ΔH	ความร้อนจากการเกิดปฏิกิริยา	-5,000	cal/mol

6.2 การออกแบบของ CSTR แบบมีปฏิริยาย้อนกลับได้

การออกแบบของกรณีศึกษาที่ 2 (เครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่อง แบบที่มีปฏิริยาย้อนกลับ) จะออกแบบเช่นเดียวกับกรณีศึกษาที่ 1 (เครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่องที่มีปฏิริยาย้อนกลับ) นั่นคือจะออกแบบ กรณีที่ตัวแปรและพารามิเตอร์มีค่าอยู่หนึ่งที่สภาวะปกติ และจะออกแบบภายใต้ความไม่แน่นอน 3 กรณีด้วยกัน คือกรณีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง, กรณีตัวแปรไม่แน่นอนเปลี่ยนแปลง และกรณีทั้งตัวแปรและพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง

6.2.1 การออกแบบสภาวะปกติ (Normal Case)

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถเขียนรูปแบบปัญหาออกแบบได้ดังสมการที่ (6.14) สำหรับกรณีที่ตัวแปรและพารามิเตอร์ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ให้มีค่าคงที่ โดยทั่วไปค่าคงที่นี้จะเป็นค่าเฉลี่ย หรือค่าปกติ (mean) ของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรหรือพารามิเตอร์ไม่แน่นอน

$$\begin{aligned} & \min_{V, T, q, C_A, C_B} 200(V^{0.54}) + 2q + 3T^{0.68} \\ \text{โดยมีเงื่อนไข} & \quad \frac{q}{V}(C_{Ai} - C_A) - k_1 e^{-E_{a1}/RT} C_A + k_{-1} e^{-E_{a-1}/RT} C_B = 0 \\ & \quad \frac{q}{V}(C_{Bi} - C_B) + k_1 e^{-E_{a1}/RT} C_A - k_{-1} e^{E_{a-1}/RT} C_B = 0 \\ & \quad \frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k e^{E_{a1}/RT} C_A - k_{-1} e^{E_{a-1}/RT} C_B) + \frac{q}{V}(T_i - T) = 0 \quad (6.14) \\ & \quad 0.2 - \frac{(C_{Ai} - C_A)}{C_{Ai}} \leq 0 \\ & \quad 60q - V \leq 0 \\ & \quad 1 \times 10^3 - 86.4q C_B \leq 0 \\ & \quad 300 \leq T \leq 450 \end{aligned}$$

กรณีศึกษานี้จะออกแบบหาขนาดปริมาตรเครื่องปฏิกรณ์, อุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์, อัตราการไหล, ความเข้มข้นของสาร A ขาออก ความเข้มข้นของสาร B ขาออกจากเครื่องปฏิกรณ์ ที่ทำให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่ำที่สุด โดยมีสมการอนุรักษ์มวลสาร A, สมการอนุรักษ์มวลสาร B และสมการอนุรักษ์พลังงานในเครื่องปฏิกรณ์ เป็นข้อจำกัดที่เป็นสมการของการออกแบบ นอกจากนี้ยังกำหนดให้อัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้น (conversion) ของสาร A มากกว่าหรือเท่ากับ 0.2,

ค่าคงที่ของเวลาให้น้อยกว่า 60 วินาที และความต้องการในผลิตภัณฑ์ B ไม่ต่ำกว่า 1000 กิโลโมลต่อวัน โดยที่อุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์ถึงกวนต่อเนื่องอยู่ระหว่าง 300 ถึง 450 องศาเซลเซียส ซึ่งล้วนแต่เป็นข้อจำกัดที่เป็นอสมการของการออปติไมซ์ ดังนั้นการออปติไมซ์กระบวนการนี้จะเป็นปัญหาออปติไมซ์ที่มีตัวแปรตัดสินใจ หรือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมด 5 ตัว ที่ทำให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่ำที่สุด (ออปเจกทีฟฟังก์ชัน) โดยตัวแปรตัดสินใจ 5 ตัวนี้ต้องสอดคล้องกับข้อจำกัดที่เป็นสมการ 3 สมการ และข้อจำกัดที่เป็นอสมการ 6 อสมการ

6.2.2 การออปติไมซ์ภายใต้พารามิเตอร์ไม่แน่นอน

การออปติไมซ์แบบกรณีที่ให้ค่าตัวแปร และพารามิเตอร์มีค่าคงที่อยู่ที่ค่าปกตินั้นไม่สามารถใช้ในสภาวะปฏิบัติการจริง เนื่องจากในขณะปฏิบัติการจริงตัวแปร และพารามิเตอร์เหล่านี้จะมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลารอบ ๆ ค่าหนึ่ง หรือไม่ทราบค่าที่แน่ชัดทราบเพียงช่วง นั่นคือในสภาวะปฏิบัติการจริงจะมีความไม่แน่นอนอยู่ในระบบ ดังนั้นการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนจึงเข้ามาช่วยในขั้นตอนการออกแบบเพื่อค่าจุดที่เหมาะสมสำหรับใช้ในสภาวะจริง

สำหรับกระบวนการ CSTR ที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้ในงานวิจัยนี้ จะกำหนดให้สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิริยาไปข้างหน้า (k_1) และสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิริยาย้อนกลับ (k_{-1}) มีความคลาดเคลื่อนจากค่าปกติ $\pm 10\%$ ซึ่งสามารถกำหนดขอบเขตได้ดังนี้

$$4500 \leq k_1 \leq 5500 \quad (6.15)$$

$$0.9 \times 10^6 \leq k_{-1} \leq 1.1 \times 10^6 \quad (6.16)$$

ตารางที่ 6.2 พารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน

พารามิเตอร์	ค่าปกติ	ค่าเบี่ยงเบนทางบวก	ค่าเบี่ยงเบนทางลบ
k_1 (sec ⁻¹)	5000	500	500
k_{-1} (sec ⁻¹)	1×10^6	1×10^5	1×10^5

สำหรับวิธีออปติไมซ์ภายใต้พารามิเตอร์ไม่แน่นอนเป็นวิธีออปติไมซ์แบบคิโธโรมินิสติก กล่าวคือ กำหนดขอบเขตของความไม่แน่นอน และให้ความไม่แน่นอนมีค่าชี้เฉพาะเป็นจำนวนนับได้ การแก้ปัญหาออปติไมซ์วิธีนี้ขั้นแรกจะเป็นขั้นสร้างภาพ (scenario) หาความไม่แน่นอน

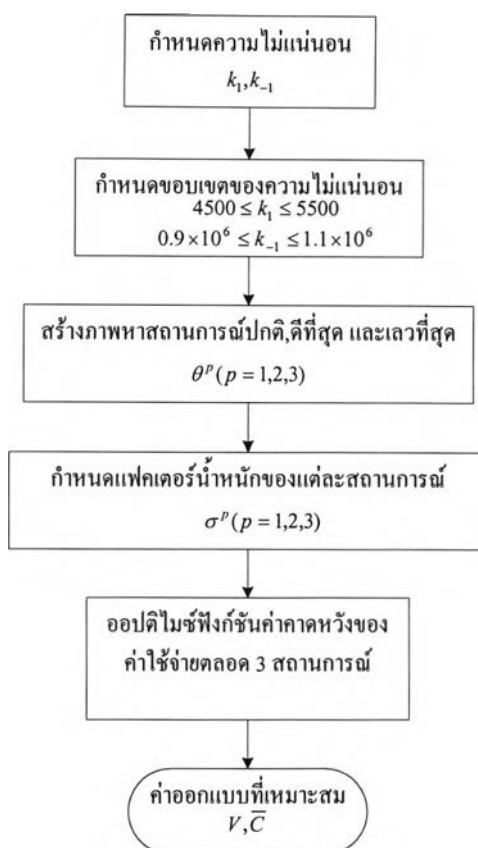
สถานการณ์ที่ดีที่สุด ปกติและเร็วที่สุด และกำหนดน้ำหนักหรือความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดแต่ละสถานการณ์ ซึ่งในกระบวนการนี้จะหาสถานการณ์ที่ดีที่สุด ปกติ และเร็วที่สุดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{สถานการณ์ดี} & \quad \theta^1 = \{k_1^L, k_{-1}^U\} = \{4500, 1.1 \times 10^6\}, & \sigma^1 = 0.1 \\ \text{สถานการณ์ปกติ} & \quad \theta^2 = \{k_1^N, k_{-1}^N\} = \{5000, 1 \times 10^6\}, & \sigma^2 = 0.8 \\ \text{สถานการณ์เร็ว} & \quad \theta^3 = \{k_1^U, k_{-1}^L\} = \{5500, 0.9 \times 10^6\}, & \sigma^3 = 0.1 \end{aligned} \quad (6.17)$$

เมื่อ σ^1, σ^2 และ σ^3 คือ แฟกเตอร์น้ำหนักหรือความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดแต่ละสถานการณ์ที่ดี, ปกติ และเร็วตามลำดับ ซึ่งเมื่อใส่ความไม่แน่นอนทั้ง 3 สถานการณ์ลงปัญหาออปติไมซ์ระบบนี้ เพื่อหาขนาดของเครื่องปฏิกรณ์ที่ทำให้กระบวนการอยู่ในสภาวะคงตัว และสอดคล้องกับข้อจำกัดของกระบวนการตลอดทุกสถานการณ์ของความไม่แน่นอน จะได้ตั้งสมการออปติไมซ์ที่ (6.18) นี้

$$\begin{aligned} \min_{V, T^P, q^P, C_A^P, C_B^P} & \quad 200(V^{0.54}) + \sum_{p=1}^3 \sigma^p [2q^p + 3(T^p)^{0.68}] \\ \text{โดยมีเงื่อนไข} & \quad \frac{q^p}{V} (C_{Ai}^p - C_A^p) - k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p + k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p = 0 \\ & \quad \frac{q^p}{V} (C_{Bi}^p - C_b^p) + k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p - k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p = 0 \\ & \quad \frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k_1 e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p - k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p) + \frac{q^p}{V} (T_i - T^p) = 0 \\ & \quad 0.2 - \frac{(C_{Ai} - C_A^p)}{C_{Ai}} \leq 0 \\ & \quad 60q^p - V \leq 0 \\ & \quad 1 \times 10^3 - 86.4q^p C_B^p \leq 0 \\ & \quad 300 \leq T^p \leq 450 \end{aligned} \quad (6.18)$$

เมื่อแทนแต่ละสถานการณ์ของความไม่แน่นอน และแฟกเตอร์น้ำหนักหรือโอกาสที่จะเกิดของแต่ละสถานการณ์ ลงในปัญหาออปติไมซ์ของกระบวนการ CSTR แบบมีปฏิริยาย้อนกลับได้ตามสมการ (6.18) ปัญหาออกแบบกระบวนการนี้จะกลายเป็นปัญหาออปติไมซ์ที่มีตัวแปรตัดสินใจหรือตัวแปรไม่ทราบค่า 13 ตัว และมีข้อจำกัดทั้งหมด 21 ข้อจำกัด ซึ่งในจำนวนนี้เป็นข้อจำกัดที่เป็นสมการ 9 ข้อจำกัด และ ข้อจำกัดที่เป็นอสมการ 12 ข้อจำกัด ทำให้การแก้ปัญหานี้ยุ่งยาก และซับซ้อนเพิ่มขึ้น โดยวิธีการแก้ปัญหานี้ตามสมการ (6.18) ดูได้จากไดอะแกรมรูปที่ 6.2 ซึ่งคล้ายกับไดอะแกรมรูปที่ 3.2 เนื่องจากเป็นไดอะแกรมวิธีแก้ปัญหาลอการิทึมภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดิเทอร์มินิสติกของความไม่แน่นอนทั่วไปไม่ได้กำหนดเจาะจง สำหรับการอธิบายขั้นตอนไดอะแกรมรูปที่ 6.2 ดูได้จากบทที่ 3 ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว



รูปที่ 6.2 ไดอะแกรมวิธีแก้ปัญหาออปติไมซ์ CSTR ที่มีปฏิกริยาย้อนกลับได้กรณีพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน

6.2.3 การออปติไมซ์ภายใต้ตัวแปรไม่แน่นอน

การออปติไมซ์ชนิดที่ให้ความไม่แน่นอนมีลักษณะแบบสโตแคสติก กล่าวคือ กำหนดให้ความไม่แน่นอนเป็นตัวแปรเฟ้นสุ่มที่นับถัว มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ไม่ได้กำหนดให้มีค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่ง ซึ่งในงานวิจัยนี้กำหนดให้ตัวแปรของระบบ ได้แก่ อุณหภูมิในสายป้อน และความต้องการของผลิตภัณฑ์ มีลักษณะไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก โดยในกระบวนการที่จะกล่าวถึงในที่นี้ คือ CSTR ที่มีปฏิกริยาย้อนกลับได้ จะกำหนดให้อุณหภูมิในสายป้อนเข้าเครื่องปฏิกรณ์ และความต้องการของผลิตภัณฑ์ มีการกระจายแบบฟังก์ชันแจกแจงปกติ เขียนในรูปสัญลักษณ์ $N(\mu, \sigma^2)$ เมื่อ μ คือค่าเฉลี่ย หรือค่าปกติ และ σ^2 คือค่าความแปรปรวน ได้ตามตารางที่ 6.3

ตารางที่ 6.3 ตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน

ตัวแปรที่ไม่แน่นอน	ฟังก์ชันการกระจาย	ค่าเฉลี่ย	ค่าเบี่ยงเบนทางบวก	ค่าเบี่ยงเบนทางลบ
<i>Demand</i> (kmol/day)	$N(10^3, 10^4)$	1000	300	300
T_i (K)	$N(427, 4)$	427	6	6

การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนกรณีตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน ของกระบวนการ CSTR ที่มีปฏิกิริยาไม่ย้อนกลับ จะแสดงในรูปสมการการออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอนได้ดังนี้

$$\min_V 200(V^{0.54}) + \underset{Demand, T_i}{E} \left\{ \min_{T, q, C_A, C_B} 2q + 3T^{0.68} \right\}$$

โดยมีเงื่อนไข

$$\frac{q}{V}(C_{Ai} - C_A) - k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A + k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT} C_B = 0$$

$$\frac{q}{V}(C_{Bi} - C_B) + k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A - k_{-1} e^{Ea_{-1}/RT} C_B = 0$$

$$\frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k e^{Ea_1/RT} C_A - k_{-1} e^{Ea_{-1}/RT} C_B) + \frac{q}{V}(T_i - T) = 0 \quad (6.19)$$

$$0.2 - \frac{(C_{Ai} - C_A)}{C_{Ai}} \leq 0$$

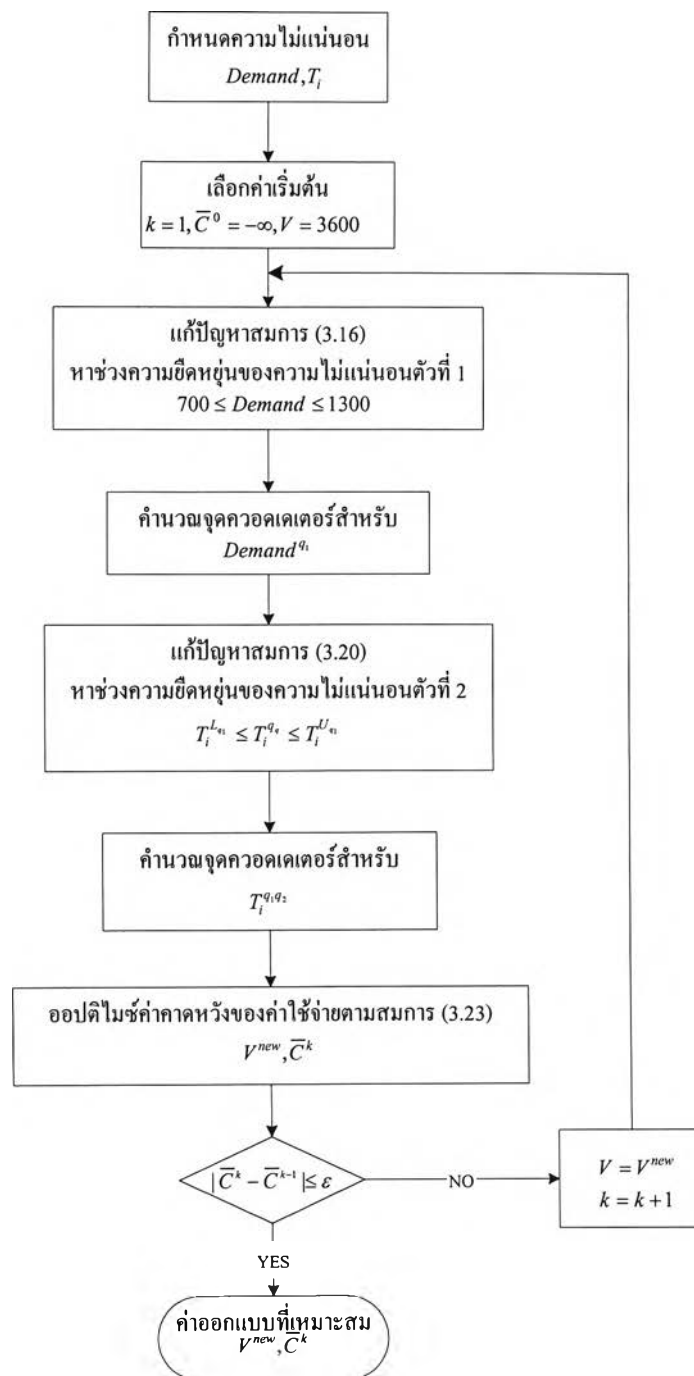
$$60q - V \leq 0$$

$$Demand - 86.4qC_B \leq 0$$

$$300 \leq T \leq 450$$

$$Demand = N(10^3, 10^2), \quad T_i = N(427, 4)$$

เมื่อ *Demand* แทน ความต้องการของผลิตภัณฑ์ โดยการแก้ปัญหасวมการที่ (6.19) จะใช้วิธีการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติกตามที่เสนอในบทที่ 3 ปัญหาออปติไมซ์ตามสมการ (6.19) จะเป็นปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจ 101 ตัว และมีข้อจำกัดทั้งหมด 175 ข้อจำกัด ซึ่งในจำนวนนี้มีข้อจำกัดที่เป็นสมการ 75 ข้อจำกัด และข้อจำกัดที่เป็นอสมการ 100 ข้อจำกัด สำหรับวิธีการแก้ปัญหасวมการนี้ดูจากรูปที่ 6.3 ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับไดอะแกรมรูปที่ 3.3 เนื่องจากเป็นไดอะแกรมการแก้ปัญห่าอปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติกเหมือนกัน ดังนั้นคำอธิบายไดอะแกรมรูปที่ 6.3 ดูได้จากบทที่ 3 ในส่วนเกี่ยวกับการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก



รูปที่ 6.3 ไดอะแกรมวิธีแก้ปัญหาออปติไมซ์ CSTR ที่มีปฏิกริยาย้อนกลับได้กรณีตัวแปรไม่แน่นอน

6.2.4 การออปติไมซ์ภายใต้ตัวแปรและพารามิเตอร์ไม่แน่นอน

ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ออปติไมซ์หาขนาดเครื่องปฏิกรณ์ สำหรับกรณีที่กระบวนการมีความไม่แน่นอนทั้งในพารามิเตอร์และตัวแปร โดยกำหนดให้พารามิเตอร์มีการกระจายแบบดิสคริตเป็นค่าเฉพาะเจาะจงมีจำนวนจำกัด ส่วนตัวแปรกำหนดให้มีการกระจายแบบฟังก์ชันต่อเนื่องเป็นค่าเฟ้นสุ่มที่นับถัว ซึ่งในการออปติไมซ์ CSTR แบบมีปฏิริยาย้อนกลับได้ กำหนดให้ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิริยาไปข้างหน้า และสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิริยาเป็นพารามิเตอร์ที่มีการกระจายแบบดิสคริต นอกจากนี้ยังกำหนดให้ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์ เป็นตัวแปรที่มีการกระจายแบบต่อเนื่อง เมื่อแทนความไม่แน่นอนทั้งสองชนิดทั้งแบบดิสคริต และต่อเนื่องลงในปัญหาออปติไมซ์ สามารถเขียนในรูปสมการออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอนได้ดังนี้

$$\min_V 200(V^{0.54}) + \underset{Demand, T_i}{E} \left\{ \min_{T^p, q^p, C_A^p, C_B^p} \sum_{p=1}^3 \sigma^p [2q^p + 3(T^p)^{0.68}] \right\}$$

โดยมีเงื่อนไข

$$\frac{q^p}{V} (C_{Ai}^p - C_A^p) - k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p + k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p = 0$$

$$\frac{q^p}{V} (C_{Bi}^p - C_b^p) + k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p - k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p = 0$$

$$\frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p - k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p) + \frac{q^p}{V} (T_i - T^p) = 0 \quad (6.20)$$

$$0.2 - \frac{(C_{Ai}^p - C_A^p)}{C_{Ai}} \leq 0$$

$$60q^p - V \leq 0$$

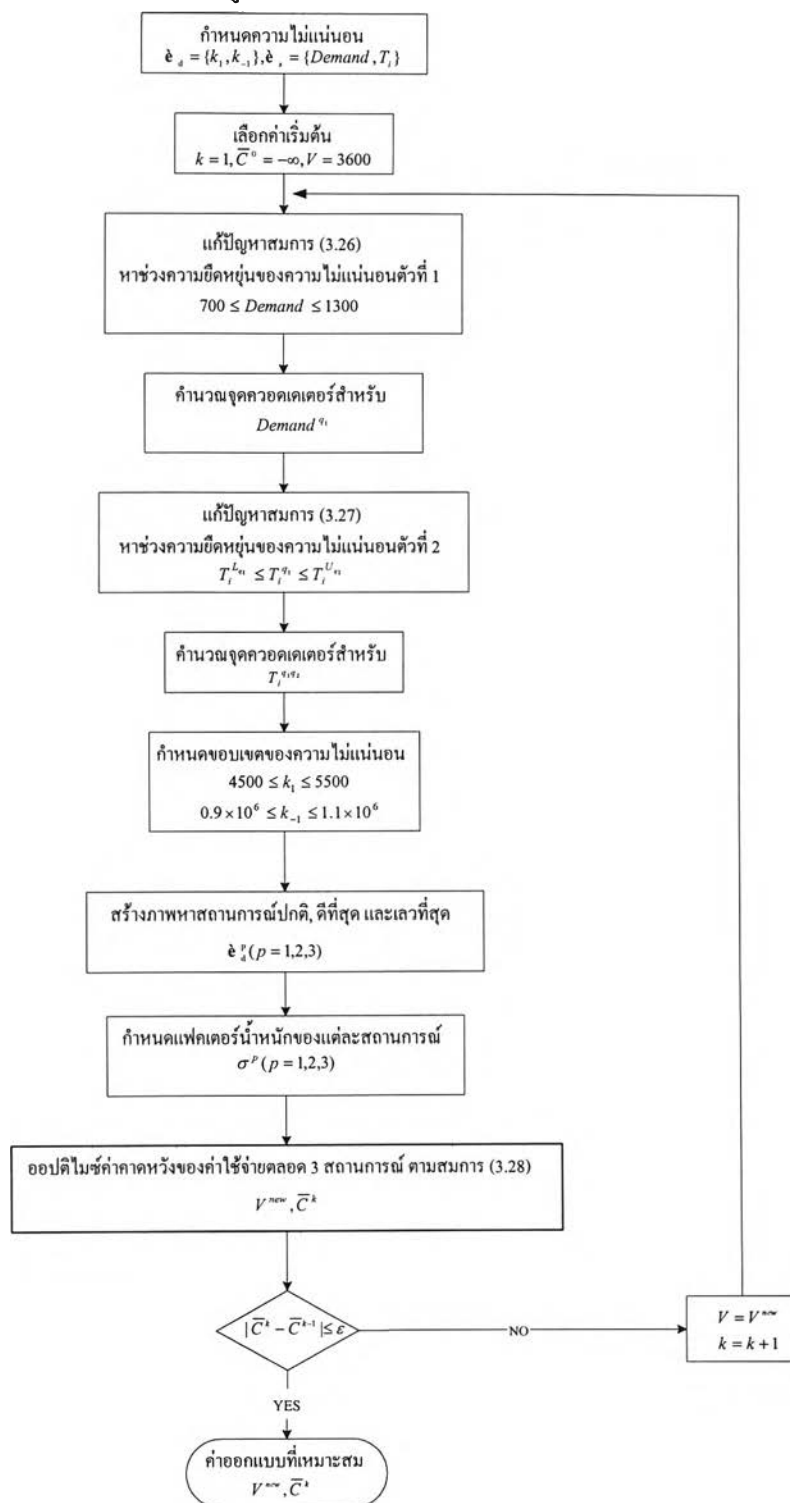
$$Demand - 86.4q^p C_B^p \leq 0$$

$$300 \leq T^p \leq 450$$

$$Demand = N(10^3, 10^2), \quad T_i = N(427, 4)$$

เมื่อประยุกต์ใช้วิธีออปติไมซ์แบบผสมดิเทอร์มินิสติก และสโตแคสติก ตามที่เสนอในบทที่ 3 มาแก้ปัญหสมการ (6.20) นี้ ในขั้นตอนออปติไมซ์หาตัวแปรตัดสินใจตามสมการ (3.23) จะเป็นปัญหาออปติไมซ์ที่มีตัวแปรตัดสินใจ 301 ตัว และมีข้อจำกัดทั้งหมด 525 ข้อจำกัด ซึ่งในจำนวนนี้เป็นข้อจำกัดที่เป็นสมการ 225 ข้อจำกัด และข้อจำกัดที่เป็นอสมการ 300 ข้อจำกัด

สำหรับขั้นตอนการแก้ปัญหา CSTR แบบมีปฏิริยาไม่ย้อนกลับ กรณีทั้งตัวแปร และพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอนแสดงได้ตามไดอะแกรมรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 ไดอะแกรมวิธีแก้ปัญหาออพติไมซ์ CSTR ที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้ กรณีตัวแปรและพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน



6.3 ผลการออกแบบของ CSTR แบบมีปฏิริยาไม่ย้อนกลับ

สำหรับผลการออกแบบของ CSTR ที่มีปฏิริยาไม่ย้อนกลับ ทั้งกรณีปกติ หรือไม่มีความไม่แน่นอน และกรณีมีความไม่แน่นอน แสดงได้ดังตารางที่ 6.4 ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ยังแบ่งกรณีออกแบบ CSTR ที่มีปฏิริยาไม่ย้อนกลับ ซึ่งมีความไม่แน่นอนในระบบเป็น 3 กรณีย่อย คือ กรณีพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน, กรณีตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน และกรณีที่ทั้งพารามิเตอร์และตัวแปรมีความไม่แน่นอน โดยแสดงผลรวมกันในตารางที่ 6.4 ดังข้างล่างนี้

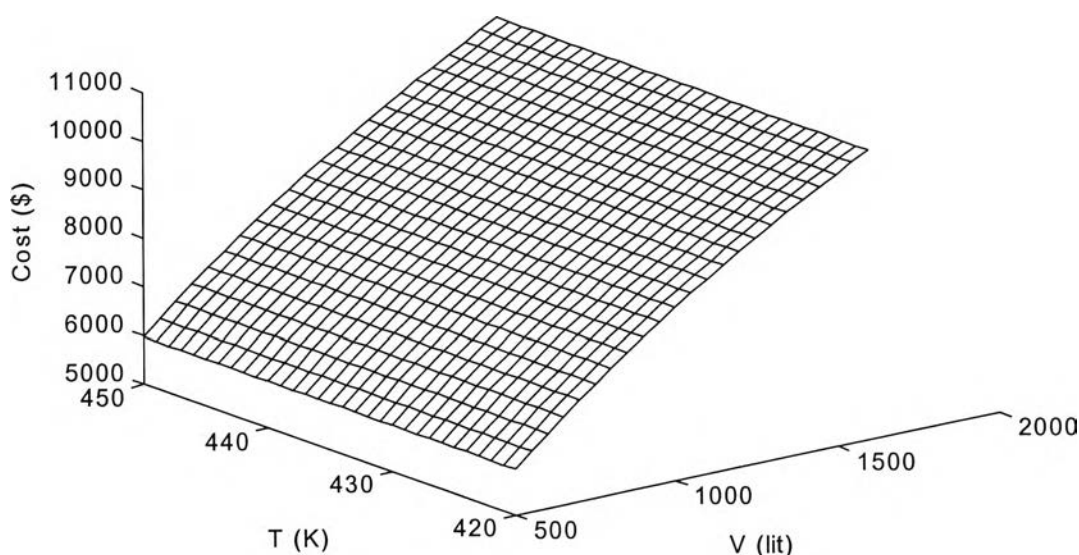
ตารางที่ 6.4 ผลออกแบบเครื่องปฏิกรณ์แบบต่อเนื่องที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้

ตัวแปรตัดสินใจ	กรณีปกติ		กรณีมีความไม่แน่นอน		
	ค่า	โอเวอร์ดีไซน์	พารามิเตอร์	ตัวแปร	พารามิเตอร์และตัวแปร
\bar{C} (\$)	10,132	11,689	10,590	11,567	11,622
V (lit)	1,374.9	1,787.4	1,495.0	1,766.2	1,784.1
q (lit/sec)	22.92	29.80	22.44	21.86	22.47
q^L (lit/sec)	-	-	20.52	14.92	14.87
q^U (lit/sec)	-	-	24.92	29.44	29.76
T (K)	429.52	558.37	429.58	429.67	429.66
T^L (K)	-	-	429.32	424.06	423.86
T^U (K)	-	-	430.82	435.22	435.56
C_A (mol/lit)	0.495	-	0.484	0.4666	0.4689
C_A^L (mol/lit)	-	-	0.436	0.4353	0.3991
C_A^U (mol/lit)	-	-	0.535	0.5012	0.5406
C_B (mol/lit)	0.505	-	0.516	0.5334	0.5311
C_B^L (mol/lit)	-	-	0.465	0.4988	0.4544
C_B^U (mol/lit)	-	-	0.564	0.5647	0.6009

6.3.1 วิเคราะห์ผลตอบตีไมซ์สถานะปกติ

สำหรับผลการตอบตีไมซ์กระบวนการ CSTR ที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้กรณีปกติ ตามแสดงดังตารางที่ 6.4 จะได้ขนาดเครื่องปฏิกรณ์เท่ากับ 1,374.9 ลิตร, อัตราการไหลเท่ากับ 22.92 ลิตรต่อชั่วโมง, อุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์เท่ากับ 429.52 องศาเซลวิน, ความเข้มข้นของสาร A ขาออกเท่ากับ 0.495 โมลต่อลิตร และความเข้มข้นของสาร B ขาออกเท่ากับ 0.505 โมลต่อลิตร คิดเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้น (conversion) ของสาร A ได้เป็น 50.5 % ที่ซึ่งจะทำให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดของกระบวนการนี้ต่ำที่สุดเท่ากับ 10,132 ดอลลาร์

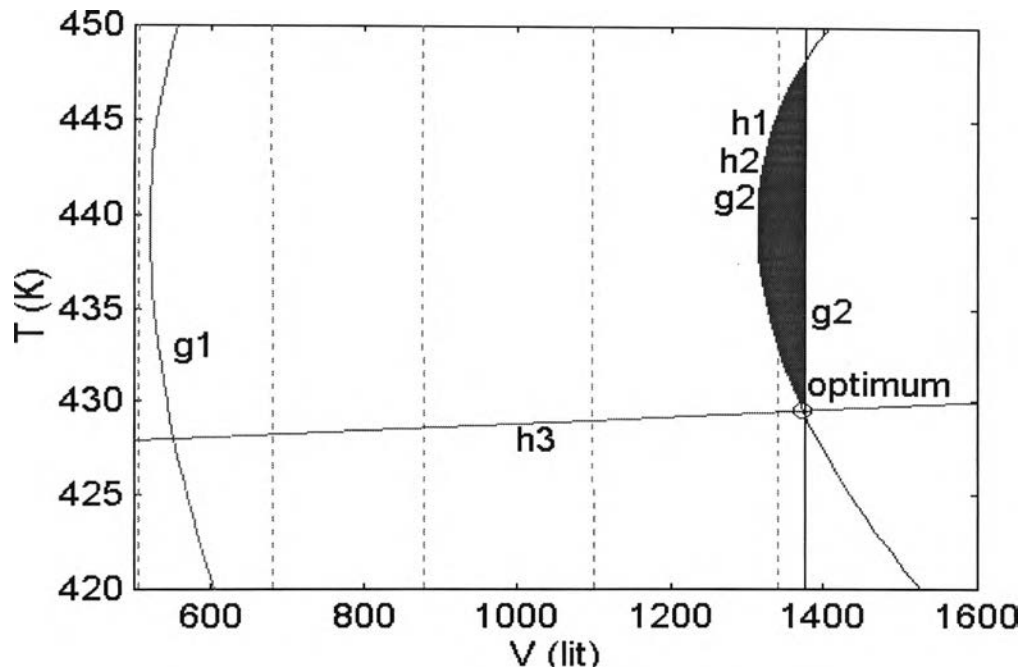
จากสมการตอบตีไมซ์ที่ (6.14) ทดลองวาดกราฟ 3 มิติระหว่างฟังก์ชันค่าใช้จ่าย กับ ปริมาตรของเครื่องปฏิกรณ์ และอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์ ตามที่แสดงในรูปที่ 6.5 จะได้ว่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามขนาดของปริมาตรที่เพิ่มขึ้น



รูปที่ 6.5 ภาพสามมิติฟังก์ชันค่าใช้จ่ายทั้งหมดของ CSTR ที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้ กรณีปกติ

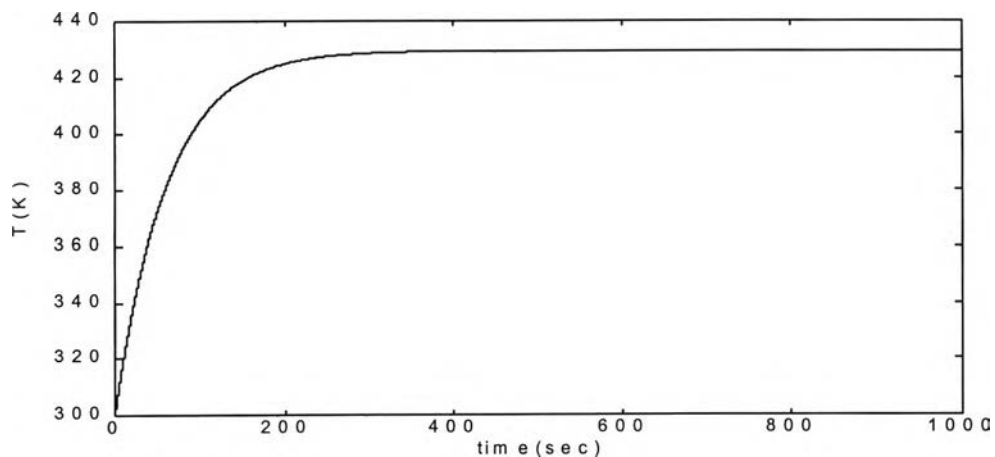
เมื่อพิสูจน์คำตอบในตารางที่ 6.4 โดยการวาดกราฟสองมิติระหว่างปริมาตรเครื่องปฏิกรณ์ และอุณหภูมิ จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟข้อจำกัดทั้งที่เป็นสมการ และอสมการจะตัดกันที่จุด $V = 1,374.9$ ลิตร และอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์เท่ากับ 429.52 องศาเซลวิน มีค่าเท่ากับค่าที่ได้จากการคำนวณตามวิธีตอบตีไมซ์ทางคณิตศาสตร์ โดยในกราฟจะแทนสมการข้อจำกัดที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ในสมการตอบตีไมซ์กรณีปกติ ดังสมการที่ (6.14) ด้วย h_1 , h_2 และ h_3 ตามลำดับ

และแทนสมการข้อจำกัดที่ 1, 2 และ 3 ในสมการออปติไมซ์กรณีปกติสมการที่ (6.14) ด้วย g_1, g_2 และ g_3 ตามลำดับ



รูปที่ 6.6 แสดงผลการออปติไมซ์กรณีปกติปกติของ CSTR ที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้

จากผลการออปติไมซ์กรณีปกติ หรือกรณีไม่มีความไม่แน่นอน นำคำตอบปริมาตรเครื่องปฏิกรณ์ที่ได้เท่ากับ 1,374.9 ลิตร มาทำซิมูเลชัน โดยใช้วิธีออยเลอร์ (euler method) ประมาณค่าสมการอนุพันธ์ที่ (6.10) ถึง (6.13) ได้ผลดังกราฟที่ 6.7 จะเห็นได้ว่าระบบสามารถเข้าสู่สภาวะคงตัวได้ที่อุณหภูมิ 429.52 องศาเซลวิน ซึ่งมีค่าเท่ากับผลที่ได้จากการออปติไมซ์ ตามตารางที่ 6.4



รูปที่ 6.7 จำลองกระบวนการ CSTR แบบปฏิกิริยาย้อนกลับได้

6.3.2 วิเคราะห์ผลตอบตีไมซ์ภายใต้พารามิเตอร์ไม่แน่นอน

ผลการตอบตีไมซ์ตามตารางที่ 6.4 จะเห็นได้ว่าปริมาตรที่เหมาะสมเท่ากับ 1,495 ลิตร ซึ่งมีขนาดน้อยกว่าการคำนวณโดยวิธีโอเวอร์ดีไซน์ที่คูณแฟกเตอร์ด้วยค่า 1.3 เพิ่มเข้าไป ซึ่งถ้าสร้างขนาดเครื่องปฏิกรณ์ตามวิธีของโอเวอร์ดีไซน์จะทำให้สิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นอีก 1099 \$ ดังนั้นการตอบตีไมซ์ โดยคำนึงถึงความไม่แน่นอนโดยใช้วิธีสร้างภาพนี้ จะได้ขนาดของถังปฏิกรณ์เท่ากับ 1,495 ลิตร ซึ่งมีความยืดหยุ่นในช่วงความไม่แน่นอนที่กำหนดนี้ นั่นคือทำให้ระบบเข้าสู่สถานะคงที่ได้ และเป็นไปตามข้อจำกัดต่าง ๆ ที่กำหนดขึ้นคือค่าคงที่ของเวลาน้อยกว่า 60 วินาที และอัตราการผลิตของผลิตภัณฑ์ B ไม่ต่ำกว่า 1000 กิโลโมลต่อวัน โดยที่อุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์ถึงกวนต่อเนื่องอยู่ระหว่าง 300 ถึง 450 องศาเซลวิน โดยจะทราบช่วงอัตราการไหล $20.52 \leq q \leq 24.92$ ลิตรต่อวินาที และช่วงอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์ $429.32 \leq T \leq 430.29$ องศาเซลวิน ที่จะกำหนดเป็นเซตพหุคูณของระบบควบคุมในขณะปฏิบัติการได้ นั่นคือถ้าอุณหภูมิและอัตราการไหลในช่วงนี้ จะทำให้ระบบเข้าสู่สถานะคงที่ได้ เมื่อสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า และย้อนกลับมีค่า $\pm 10\%$ ส่วนในกรณีของวิธีโอเวอร์ดีไซน์อุณหภูมิที่ได้มีค่าถึง 558 K เป็นค่าที่ไม่อยู่ในช่วง $400 \leq T \leq 450$ องศาเซลวิน นั่นคือไม่สอดคล้องกับข้อจำกัดของกระบวนการ

6.3.3 วิเคราะห์ผลตอบตีไมซ์ภายใต้ตัวแปรไม่แน่นอน

จากผลการตอบตีไมซ์ภายใต้ตัวแปรไม่แน่นอน ดังตารางที่ 6.4 โดยใช้ขั้นตอนตอบตีไมซ์ตามไดอะแกรมรูปที่ 6.3 จะได้ว่าขนาดเครื่องปฏิกรณ์เท่ากับ 1.766.2 ลิตร ค่าใช้จ่ายคาดหวังเท่ากับ 11,567 ดอลลาร์ และได้ช่วงของตัวแปรควบคุมเท่ากับ $20.52 \leq q \leq 24.92$ ลิตรต่อวินาที และ $424.06 \leq T \leq 435.22$ องศาเซลวิน โดยทราบขอบเขตของความต้องการของผลิตภัณฑ์มีค่าเท่ากับ $700 \leq Demand \leq 1300$ กิโลโมล และขอบเขตของอุณหภูมิสายป้อนแสดงได้ดังตารางที่ 6.5

ตารางที่ 6.5 ขอบเขตของ T_i ที่ $Demand^{q_i}$ ของจุดเหมาะสม ของกรณีที่ตัวแปรไม่แน่นอน

q_1	1	2	3	4	5
$Demand^{q_1}$	727.0	832.9	987.9	1142.9	1248.8
$T_i^{L_{q_1}}$	421.0	421.0	421.0	421.0	421.0
$T_i^{U_{q_1}}$	433.0	433.0	433.0	433.0	433.0

6.3.4 วิเคราะห์ผลตอบตีไมซ์ภายใต้ตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอน

ตามตารางที่ 6.4 จะเห็นได้ว่าขนาดของเครื่องปฏิกรณ์จะได้เท่ากับ 1,784.1 ลิตร โดยมีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเท่ากับ 11,622 ดอลลาร์ และทราบช่วงของอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์เท่ากับ $423.86 \leq T \leq 435.56$ และช่วงของอัตราการไหลของสายป้อนเท่ากับ $14.87 \leq q \leq 29.76$ ที่สามารถทำให้ระบบอยู่ในสภาวะคงที่ได้ ภายในขอบเขตของสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า และย้อนกลับมีการเปลี่ยนแปลง $\pm 10\%$ รวมทั้งความต้องการของผลิตภัณฑ์ในช่วง 700 ถึง 1300 กิโลโมล และอุณหภูมิของสายที่ไหลเข้าถึงมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ภายในขอบเขต ดังตารางที่ 6.6 จะทำให้ระบบอยู่ในสภาวะคงที่ได้ และสอดคล้องกับข้อจำกัดต่าง ๆ ของระบบ

ตารางที่ 6.6 ขอบเขตของ T_i ที่ $Demand^{q_1}$ ของจุดเหมาะสม
กรณีทั้งตัวแปรและพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน

q_1	1	2	3	4	5
$Demand^{q_1}$	727.0	832.9	987.9	1142.9	1248.8
$T_i^{L_{q_1}}$	421.0	421.0	421.0	421.0	421.0
$T_i^{U_{q_1}}$	433.0	433.0	433.0	433.0	433.0

6.4 การเปรียบเทียบวิธีออปตีไมซ์ภายใต้ตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอน

การออปตีไมซ์กระบวนการ CSTR ที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้ จะกำหนดให้ตัวแปรไม่แน่นอน ได้แก่ ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิขาเข้าเครื่องปฏิกรณ์ ซึ่งในขณะปฏิบัติการจริง ตัวแปรจะเป็นค่าที่ไม่อยู่หนึ่ง มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา จึงเลือกใช้วิธีการออปตีไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก ส่วนพารามิเตอร์จะเป็นค่าที่ทราบค่าเป็นช่วง มีการเปลี่ยนแปลงแบบดิสครีต ซึ่งในกระบวนการการนี้ให้ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า และสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอน และเลือกใช้วิธีการออปตีไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก เป็นวิธีหาปริมาตร และสภาวะปฏิบัติการที่เหมาะสมของกระบวนการ CSTR

จากวิธีการออปตีไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนที่เสนอในงานวิจัยนี้จะเห็นได้ว่า มีด้วยกันทั้งหมด 3 แบบ คือ ดีเทอร์มินิสติก, สโตแคสติก และแบบผสมทั้งดีเทอร์มินิสติก และสโตแคสติก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะเปรียบเทียบผลการออปตีไมซ์ทั้ง 3 วิธี โดยออปตีไมซ์กระบวนการ CSTR ที่มี

ปฏิกิริยาย้อนกลับได้ภายใต้ความไม่แน่นอนทั้งหมด 4 ตัวด้วยกัน คือ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า, สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ, ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์ ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบวิธีการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนทั้ง 3 วิธี ทำเช่นเดียวกับกระบวนการ CSTR ที่มีปฏิกิริยาไม่ย้อนกลับได้ ในบทที่ 5

6.4.1 การออปติไมซ์ภายใต้ตัวแปรและพารามิเตอร์ไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก

การออปติไมซ์ภายใต้ตัวแปร และพารามิเตอร์ไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก คือให้ความไม่แน่นอนเป็นแบบดิสคริต มีค่าไม่ต่อเนื่อง ซึ่งจะเป็นการออปติไมซ์กรณีมีความไม่แน่นอนทั้งหมด 4 ตัวด้วยกัน คือ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า (k_1), สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ (k_{-1}), ความต้องการของผลิตภัณฑ์ (*Demand*) และอุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์ (T_i) วิธีนี้ในขั้นแรกจะกำหนดขอบเขตของความไม่แน่นอนแต่ละตัวดังนี้

$$4500 \leq k_1 \leq 5500 \quad (6.21)$$

$$0.9 \times 10^6 \leq k_{-1} \leq 1.1 \times 10^6 \quad (6.22)$$

$$700 \leq Demand \leq 1300 \quad (6.23)$$

$$421 \leq T_i \leq 433 \quad (6.24)$$

โดยมีค่าปกติตามที่แสดงในตารางที่ 6.2 และ 6.3 ตามลำดับ

ขั้นที่ 2 ของวิธีดีเทอร์มินิสติก คือ สร้างภาพหาสถานการณ์ของความไม่แน่นอน 5 สถานการณ์ อีกทั้งกำหนดแฟกเตอร์น้ำหนัก หรือความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดแต่ละเหตุการณ์ แสดงได้ดังตารางที่ 6.7

ตารางที่ 6.7 สถานการณ์ของความไม่แน่นอน

สถานการณ์ (p)	ความไม่แน่นอน				แฟกเตอร์น้ำหนัก (σ^p)
	k_1	k_{-1}	<i>Demand</i>	T_i	
1	U	L	L	U	0.1
2	U	U	U	U	0.15
3	N	N	N	N	0.5
4	L	L	L	L	0.15
5	L	U	U	L	0.1

*L = ค่าขอบเขตล่าง (lower bound); U = ค่าขอบเขตบน (upper bound); N = ค่าปกติ (Normal value)

เมื่อใส่ความไม่แน่นอนทั้ง 5 สถานการณ์ลงในสมการออปติไมซ์ของกระบวนการนี้ เพื่อหาปริมาณของเครื่องปฏิกรณ์ที่ทำให้กระบวนการอยู่ในสถานะคงตัว และสอดคล้องกับข้อจำกัดของกระบวนการ ตลอดทุกสถานการณ์ของความไม่แน่นอน จะได้ตั้งสมการออปติไมซ์ดังนี้

$$\min_{V, T^p, q^p, C_A^p, C_B^p} 200(V^{0.54}) + \sum_{p=1}^5 \sigma^p [2q^p + 3(T^p)^{0.68}]$$

โดยมีเงื่อนไข

$$\frac{q^p}{V} (C_{Ai}^p - C_A^p) - k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p + k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p = 0$$

$$\frac{q^p}{V} (C_{Bi}^p - C_b^p) + k_1^p e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p - k_{-1}^p e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p = 0$$

$$\frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k_1 e^{-Ea_1/RT^p} C_A^p - k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT^p} C_B^p) + \frac{q^p}{V} (T_i^p - T^p) = 0 \quad (6.28)$$

$$0.2 - \frac{(C_{Ai} - C_A^p)}{C_{Ai}} \leq 0$$

$$60q^p - V \leq 0$$

$$Demand^p - 86.4q^p C_B^p \leq 0$$

$$300 \leq T^p \leq 450$$

การแก้ปัญหามหาสมการ (6.28) นั้น จะใช้โปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดิเทอร์มินิสติก ซึ่งเป็นโปรแกรมเดียวกับกรณีออกแบบท่อในบทที่ 3 และกรณีออปติไมซ์ภายใต้พารามิเตอร์ไม่แน่นอนของ CSTR ที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้

6.4.2 การออปติไมซ์ภายใต้ตัวแปรและพารามิเตอร์ไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก

วิธีการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก จะให้ความไม่แน่นอนเป็นตัวแปรสุ่ม มีการกระจายแบบฟังก์ชันความน่าจะเป็นอย่างต่อเนื่อง ในงานวิจัยนี้จะออปติไมซ์กรณีทั้งตัวแปร และพารามิเตอร์ไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก เพื่อเปรียบเทียบกับวิธีการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดิเทอร์มินิสติก และวิธีแบบผสม โดยใช้โปรแกรมออปติไมซ์วิธีสโตแคสติกที่ให้ความไม่แน่นอนทั้งหมด 4 ตัว เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นอย่างต่อเนื่อง โดยในงานวิจัยนี้กำหนดให้มีการแจกแจงแบบปกติ หรือ เกาส์เซียน ซึ่งมีค่าปกติ และความแปรปรวนดังตารางที่

ตารางที่ 6.8 ลักษณะความไม่แน่นอนในวิธีแบบสโตแคสติก

ตัวแปรไม่แน่นอน	ฟังก์ชันการกระจาย	ค่าเฉลี่ย	ค่าเบี่ยงเบน ทางบวก	ค่าเบี่ยงเบน ทางลบ
k_1 (sec ⁻¹)	$N(5000, 2.8 \times 10^4)$	5000	500	500
k_{-1} (sec ⁻¹)	$N(1 \times 10^6, 1.1 \times 10^9)$	1×10^6	1×10^5	1×10^5
<i>Demand</i> (kmol/day)	$N(10^3, 10^4)$	1000	300	300
T_i (K)	$N(427, 4)$	427	6	6

สมการออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอนของกระบวนการนี้ สำหรับกรณีทั้งตัวแปรและพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\min_V 200(V^{0.54}) + \underset{k_1, k_{-1}, Demand, T_i}{E} \{ \min_{T, q, C_A, C_B} 2q + 3T^{0.68} \}$$

โดยมีเงื่อนไข

$$\frac{q}{V}(C_{Ai} - C_A) - k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A + k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT} C_B = 0$$

$$\frac{q}{V}(C_{Bi} - C_B) + k_1 e^{-Ea_1/RT} C_A - k_{-1} e^{-Ea_{-1}/RT} C_B = 0$$

$$\frac{-\Delta H}{\rho C_p} (k e^{Ea_1/RT} C_A - k_{-1} e^{Ea_{-1}/RT} C_B) + \frac{q}{V}(T_i - T) = 0 \quad (6.29)$$

$$0.2 - \frac{(C_{Ai} - C_A)}{C_{Ai}} \leq 0$$

$$60q - V \leq 0$$

$$Demand - 86.4qC_B \leq 0$$

$$300 \leq T \leq 450$$

$$k_1 = N(5000, 2.8 \times 10^4), \quad k_{-1} = N(1 \times 10^6, 1.1 \times 10^9),$$

$$Demand = N(10^3, 10^2) \quad \text{และ} \quad T_i = N(427, 4)$$

สามารถใช้วิธีการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก ตามที่เสนอไว้ในบทที่ 3 มาแก้ปัญหасวมการ (5.29) ได้ เช่นเดียวกับการออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น

สำหรับการออปติไมซ์วิธีแบบผสมได้แสดงไว้แล้วในหัวข้อที่ 6.2.4 ในข้างต้น ซึ่งจะนำผลออปติไมซ์มาเปรียบเทียบกับผลออปติไมซ์แบบคิเทอร์มินิสติก และผลออปติไมซ์แบบสโตแคสติก โดยทั้งตัวแปร และพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน

6.4.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีออปติไมซ์

ผลการออปติไมซ์กระบวนการ CSTR กรณีที่มีความไม่แน่นอน 4 ตัว คือ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า, สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ, ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิขาเข้าเครื่องปฏิกรณ์ จากวิธีออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก, วิธีสโตแคสติก และวิธีผสม แสดงได้ดังตารางที่ 6.9

ตารางที่ 6.9 ผลการออปติไมซ์ภายใต้ตัวแปรและพารามิเตอร์ไม่แน่นอนจากวิธีออปติไมซ์ต่าง ๆ

ตัวแปรตัดสินใจ	วิธีดีเทอร์มินิสติก	วิธีสโตแคสติก	วิธีผสม
\bar{C} (\$)	12,246	11,762	11,622
V (lit)	1,968.1	1,823.1	1,784.1
q (lit/sec)	21.25	21.80	22.47
q^L (lit/sec)	13.26	14.83	14.87
q^U (lit/sec)	32.80	30.39	29.76
T (K)	429.72	429.68	429.66
T^L (K)	423.29	424.70	423.86
T^U (K)	436.06	434.61	435.56
C_A (mol/lit)	0.4553	0.4639	0.4689
C_A^L (mol/lit)	0.3888	0.4010	0.3991
C_A^U (mol/lit)	0.5413	0.5306	0.5406
C_B (mol/lit)	0.5446	0.5361	0.5311
C_B^L (mol/lit)	0.4587	0.4694	0.4544
C_B^U (mol/lit)	0.6119	0.5990	0.6009

จากตารางเปรียบเทียบผลการออปติไมซ์จากวิธีต่าง ๆ จะเห็นได้ว่า ปริมาตรเครื่องปฏิกรณ์ที่ได้จากวิธีต่าง ๆ จะมีขนาดแตกต่างกัน ทั้งนี้ เพราะ

1. ลักษณะความไม่แน่นอนที่ใส่ลงในสมการออปติไมซ์ที่แตกต่างกัน โดยวิธีดีเทอร์มินิสติก ให้ความไม่แน่นอนเป็นคิสกริต มีค่าชี้เฉพาะ กำหนดขอบเขตที่แน่ชัดของความไม่แน่นอน ส่วนวิธี

- แบบสโตแคสติก ให้ความไม่แน่นอนเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง กำหนดค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของความไม่แน่นอน มิได้กำหนดขอบเขตของความไม่แน่นอน
2. วิธีดีเทอร์มินิสติก กำหนดแฟกเตอร์น้ำหนัก หรือความน่าจะเป็นของโอกาสที่เกิดของแต่ละเหตุการณ์ ซึ่งในที่นี้กำหนดให้แฟกเตอร์น้ำหนักของโอกาสที่จะเกิดของสถานการณ์ที่ดีที่สุด และเลวที่สุดเท่ากับ 0.1 อาจมีแตกต่างความน่าจะเป็นของโอกาสที่เกิดขึ้นจากวิธีแบบสโตแคสติก จะมีความไม่แน่นอนแบบฟังก์ชันความน่าจะเป็นอย่างต่อเนื่อง ซึ่งไม่สามารถหาค่าความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดของความไม่แน่นอนที่จุดใด ๆ ได้ นั่นคือวิธีดีเทอร์มินิสติก กำหนดความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่ขอบเขตของความไม่แน่นอนความไม่แน่นอนเท่ากับ 0.1 ซึ่งมีค่าไม่เท่ากับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขอบเขตของความไม่แน่นอนจากวิธีสโตแคสติก

นอกจากนี้จะเห็นได้ว่าผลออปติไมซ์กระบวนการ CSTR ที่มีปฏิริยาย้อนกลับได้ จากวิธีที่แตกต่างกันจะได้ได้ขนาดเครื่องปฏิกรณ์ไม่เท่ากัน เช่นเดียวกับผลการออปติไมซ์กระบวนการ CSTR ที่มีปฏิริยาไม่ย้อนกลับ

6.5 ผลวิเคราะห์ความไว

ในกรณีศึกษานี้จะการวิเคราะห์ความไว 4 ตัว ได้แก่ สัมประสิทธิ์อัตราการผลิตไปข้างหน้า, สัมประสิทธิ์อัตราการผลิตย้อนกลับ, ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิของสายป้อน จะดูผลการเปลี่ยนแปลงในขณะที่ตัวใดตัวหนึ่งเปลี่ยน ตัวแปรหรือพารามิเตอร์อื่น ๆ ยังคงที่ อยากราบว่าค่าใช้จ่าย (ออปเจกทีฟฟังก์ชัน) ของกระบวนการจะเปลี่ยนไปอย่างไร ขนาดของเครื่องปฏิกรณ์ที่เหมาะสมจะเป็นเท่าไร

วิธีการวิเคราะห์ผลกระทบของพารามิเตอร์และตัวแปรต่าง ๆ ต่อออปเจกทีฟฟังก์ชันจะเริ่มจากการกำหนดให้พารามิเตอร์และตัวแปรต่าง ๆ เช่น สัมประสิทธิ์อัตราการผลิตไปข้างหน้า, สัมประสิทธิ์อัตราการผลิตย้อนกลับ, ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิของสายป้อนเข้าเครื่องปฏิกรณ์ ตัวใดตัวหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงไป +5% แล้วออปติไมซ์หาขนาดเครื่องปฏิกรณ์ที่เหมาะสม ซึ่งให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดสำหรับตัวแปรหรือพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไป +5% ต่อจากนั้นออปติไมซ์หาค่าใช้จ่ายที่ต่ำสุด เมื่อตัวแปรหรือพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง -5%, -10% และ -10% ตามลำดับ หนึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงจะได้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายหนึ่งค่า ออปติไมซ์กรณีพารามิเตอร์หรือตัวแปรเปลี่ยนแปลงหลาย ๆ ค่าจะได้ค่าใช้จ่ายหลายจุด ลากต่อจุดเหล่านี้จะได้เส้น

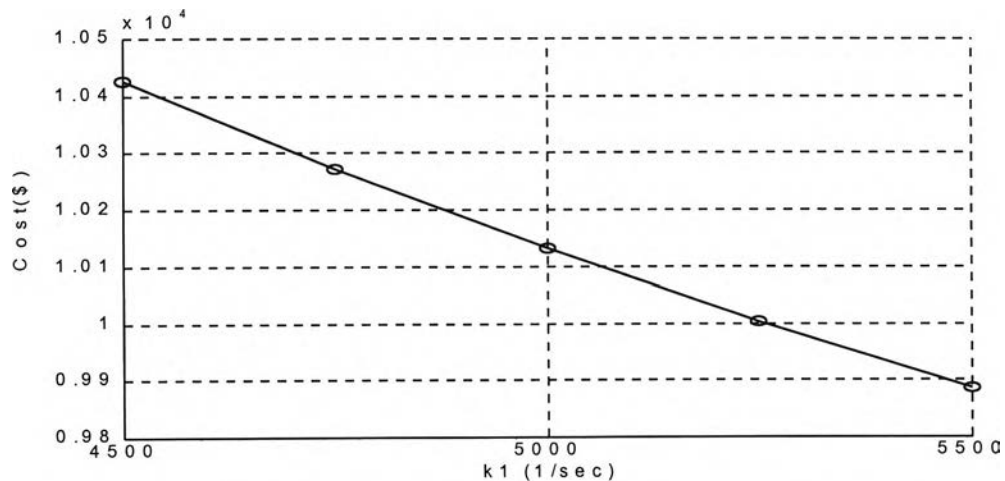
กราฟความไว สำหรับผลการวิเคราะห์ความไวแสดงได้ดังตารางที่ 6.10 ถึง 6.13 เมื่อนำค่าใช้จ่ายจากตารางมาวาดกราฟความไวจะได้ดังรูปที่ 6.8 ถึง 6.11 ดังข้างล่างนี้

1. กรณีสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า (k_1) เปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 6.10 แสดงค่าวิเคราะห์ความไวของ CSTR แบบมีปฏิกิริยาย้อนกลับได้

เมื่อสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้ามีการเปลี่ยนแปลง

k_1 (sec ⁻¹)	q (lit/sec)	T (K)	V (lit)	COST (\$)
4,500	24.18	429.4	1,451	10,427
4,750	23.52	429.5	1,411	10,273
5,000	22.92	429.5	1,375	10,132
5,250	22.37	429.6	1,342	10,004
5,500	21.88	429.6	1,313	9,886



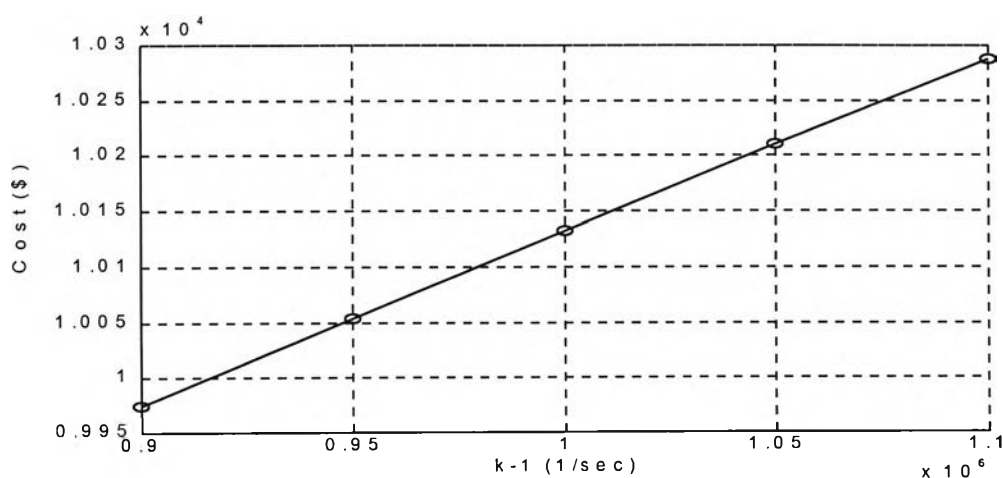
รูปที่ 6.8 เส้นกราฟความไวของ CSTR แบบปฏิกิริยาย้อนกลับได้
เมื่อสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้ามีการเปลี่ยนแปลง

2. กรณีสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนย้อนกลับ (k_{-1}) เปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 6.11 แสดงค่าวิเคราะห์ความไวของ CSTR แบบมีปฏิกิริยาย้อนกลับได้

เมื่อสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับมีการเปลี่ยนแปลง

k_{-1} (sec ⁻¹)	q (lit/sec)	T (K)	V (lit)	COST (\$)
900,000	22.25	429.6	1,335	9,975
950,000	22.58	429.6	1,355	10,054
1,000,000	22.92	429.5	1,375	10,132
1,050,000	23.25	429.5	1,395	10,210
1,100,000	23.58	429.5	1,415	10,288



รูปที่ 6.9 เส้นกราฟความไวของ CSTR แบบปฏิกิริยาย้อนกลับได้

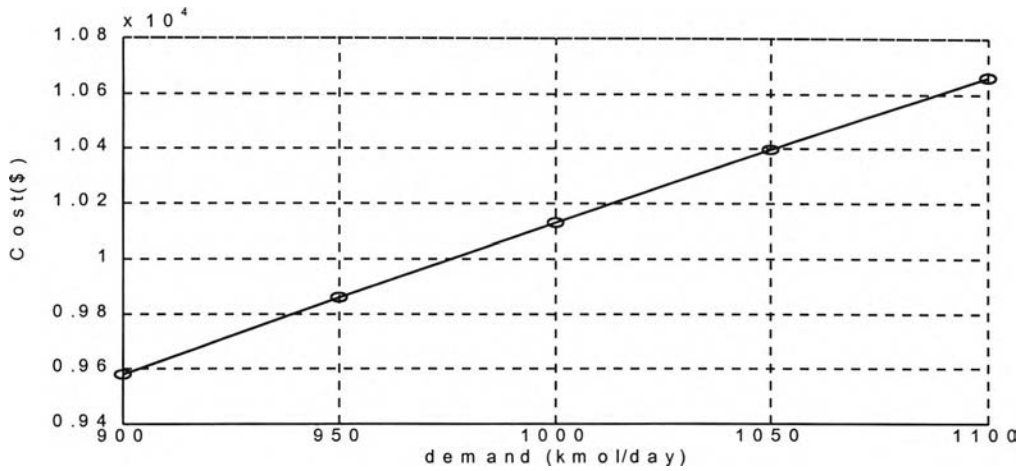
เมื่อสัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับมีการเปลี่ยนแปลง

3. กรณีความต้องการของผลิตภัณฑ์ ($Demand$) มีการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 6.12 แสดงค่าวิเคราะห์ความไวของ CSTR แบบมีปฏิกิริยาย้อนกลับได้

เมื่อความต้องการของผลิตภัณฑ์มีการเปลี่ยนแปลง

$Demand$ (kmole/วัน)	q (lit/sec)	T (K)	V (lit)	COST (\$)
900	20.62	429.5	1,237	9,580
950	21.77	429.5	1,306	9,860
1,000	22.92	429.5	1,375	10,132
1,050	24.06	429.5	1,444	10,399
1,100	25.21	429.5	1,512	10,660

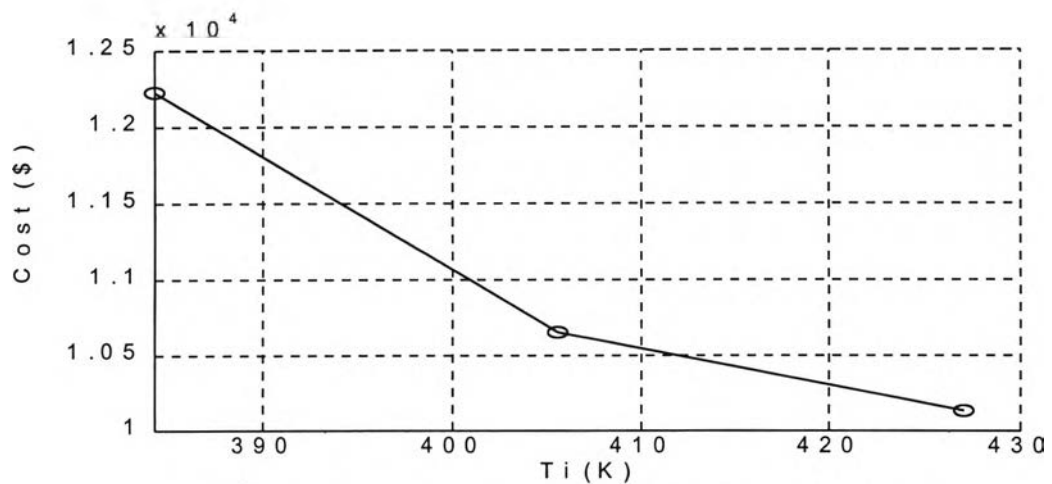


รูปที่ 6.10 เส้นกราฟความไวของ CSTR แบบปฏิริยาย้อนกลับได้
เมื่อความต้องการของผลิตภัณฑ์มีการเปลี่ยนแปลง

4. กรณีอุณหภูมิของสายป้อน (T_i) มีการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 6.13 แสดงค่าวิเคราะห์ความไวของ CSTR แบบมีปฏิริยาได้ย้อนกลับ
เมื่ออุณหภูมิของสายป้อนมีการเปลี่ยนแปลง

T_i (K)	q (lit/sec)	T (K)	V (lit)	COST (\$)
390	32.68	386.1	1,961	12,231
410	25.22	408.0	1,513	10,656
430	22.92	429.5	1,375	10,132
450	ไม่มีจุดเหมาะสม			
470	ไม่มีจุดเหมาะสม			



รูปที่ 6.11 เส้นกราฟความไวของ CSTR แบบปฏิริยาย้อนกลับได้
เมื่ออุณหภูมิของสายป้อนมีการเปลี่ยนแปลง

จากกราฟวิเคราะห์ความไวจะเห็นได้ว่า

1. ระบบนี้มีความไวต่อ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า, สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ, ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และ และอุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์
2. ความไวของค่าใช้จ่ายคู่ได้จากความชันของกราฟ ดังนั้นเส้นกราฟที่มีความชันมากหมายความว่า ค่าความไวจะมีค่ามาก กล่าวคือตัวแปรเปลี่ยนเพียงเล็กน้อย ค่าใช้จ่ายจะเปลี่ยนไปอย่างมาก สำหรับระบบนี้อุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์ความชันมากที่สุด แสดงว่าระบบนี้มีความไวของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายต่ออุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์มากที่สุด

ตารางที่ 6.14 ความชันของกราฟวิเคราะห์ความไว

ตัวแปรเปลี่ยนแปลง	การเปลี่ยนแปลงของค่าใช้จ่าย (ดอลลาร์)	ความชันของกราฟความไว (ดอลลาร์/เปอร์เซ็นต์)
k_1	541	-27.05
k_{-1}	313	15.65
<i>Demand</i>	1080	54
T_i	448 และ 138	-89.6 และ -27.6

นอกจากนี้การวิเคราะห์ความไวยังช่วยให้ทราบว่า เมื่อตัวแปรเหล่านี้มีการเปลี่ยนแปลงแล้ว มีผลต่อออกเปจที่ฟังก์ชันที่ตั้งไว้มากหรือน้อยเพียงใด และทำให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มหรือลด

6.5 บทสรุป

ในบทที่ 6 นี้ได้กล่าวถึงแบบจำลอง, สมการออปติไมซ์ และผลการออปติไมซ์ทั้งกรณีไม่มีความไม่แน่นอน และกรณีมีความไม่แน่นอนแบบต่าง ๆ อีกทั้งการวิเคราะห์ความไวของเครื่องปฏิกรณ์ถึงกวนแบบต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้ ซึ่งเป็นการวิจัยแบบเดียวกับบทที่ 5 เพื่อแสดงให้เห็นถึงการใส่โปรแกรมที่เขียนขึ้นมา สามารถออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนได้ ทั้งเครื่องปฏิกรณ์ถึงกวนแบบต่อเนื่อง ที่มีปฏิกิริยาย้อนกลับได้ และที่มีปฏิกิริยาไม่ย้อนกลับได้

นอกจากนี้การเปรียบเทียบผลที่ได้จากวิธีการออปติไมซ์ทั้ง 3 แบบ คือวิธีคีเทอร์มินิสติก, วิธีสโตแคสติก และวิธีผสม โดยมีความไม่แน่นอน 4 ตัวด้วยกัน คือ สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า, สัมประสิทธิ์อัตราการเกิดปฏิกิริยาย้อนกลับ, ความต้องการของผลิตภัณฑ์ และอุณหภูมิเข้าเครื่องปฏิกรณ์ จะได้ขนาดปริมาตรของเครื่องปฏิกรณ์ที่แตกต่างกัน