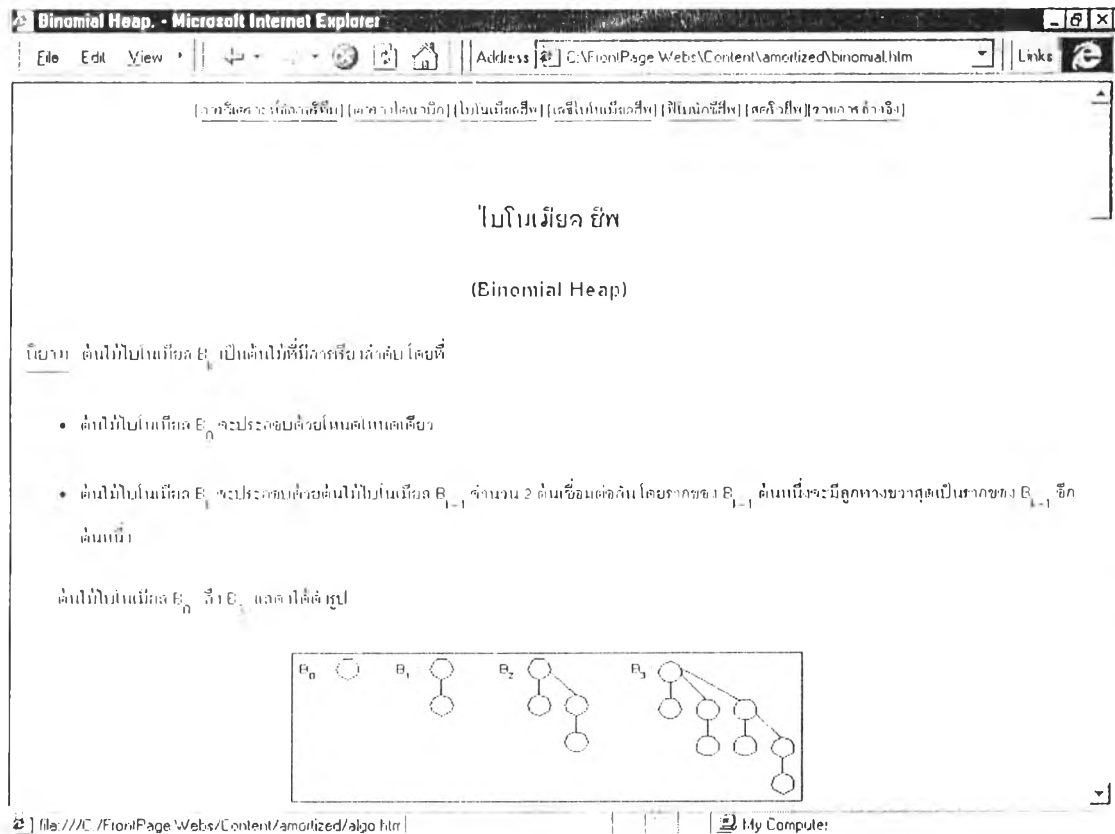


## บทที่ 4 การจินตทัศน์

ในบทนี้จะแสดงการจินตทัศน์ที่พัฒนาขึ้น โดยจะแสดงถึงการดำเนินงานต่างๆ และการวิเคราะห์ถัวเฉลี่ยในแต่ละโครงสร้างข้อมูล เพื่อให้เข้าใจในแนวคิดของการวิเคราะห์แบบถัวเฉลี่ย ระบายที่พัฒนาขึ้นนี้จะแบ่งเป็น 3 รูปแบบ คือ

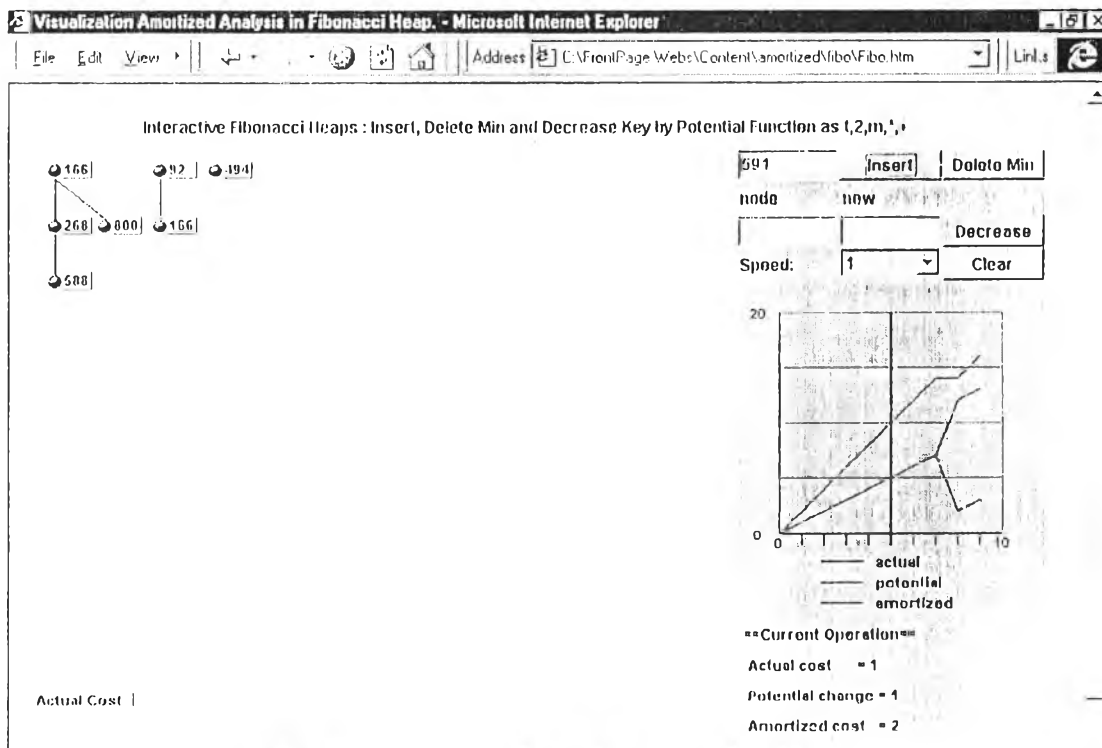
- รูปแบบไฮเปอร์เท็กซ์ (Hypertext version) นำเสนอในลักษณะบทความและภาพประกอบ โดยเชื่อมโยงบทความ และภาพประกอบเหล่านี้แบบไฮเปอร์เท็กซ์ ดังตัวอย่างในรูปที่ 4.1



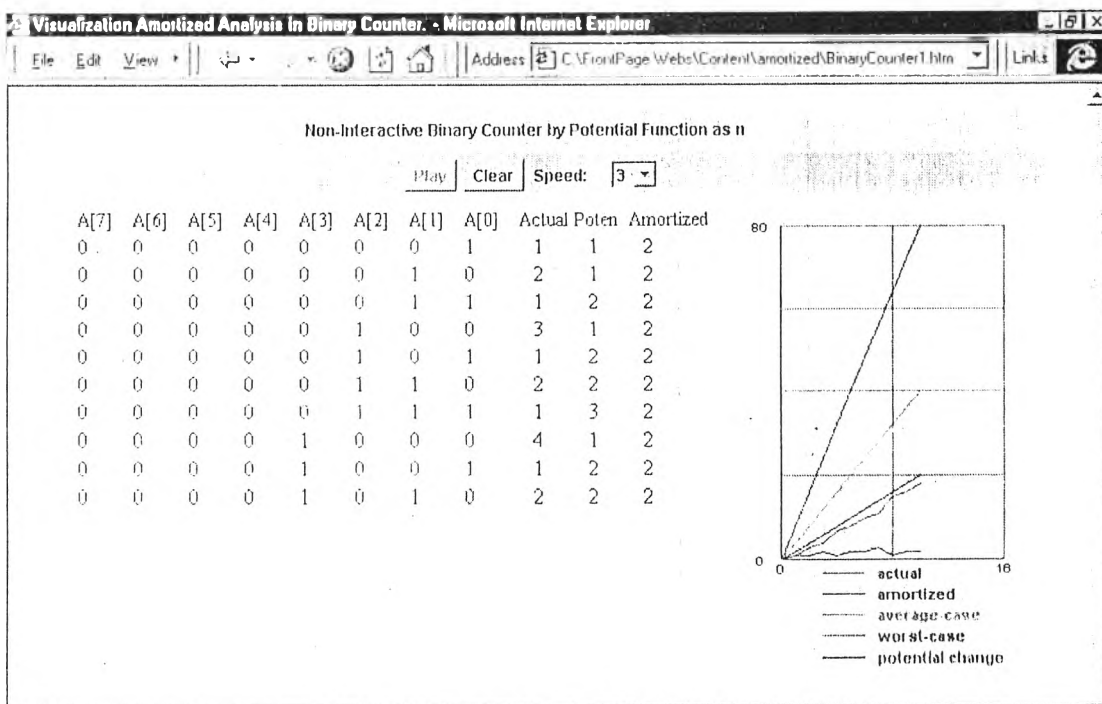
รูปที่ 4.1 ตัวอย่างรูปแบบไฮเปอร์เท็กซ์

- รูปแบบภาพเคลื่อนไหวที่สามารถควบคุมและโต้ตอบได้ (Interactive animation) นำเสนอการจินตทัศน์ทั้งในส่วนอัลกอริทึม และในส่วนของกราฟวิเคราะห์ โดยผู้ใช้จะสามารถควบคุม และโต้ตอบกับโปรแกรมได้ ดังตัวอย่างในรูปที่ 4.2
- รูปแบบภาพเคลื่อนไหวที่ไม่สามารถควบคุมและโต้ตอบได้ (Non-interactive animation) นำเสนอการจินตทัศน์ทั้งในส่วนอัลกอริทึมและในส่วนของกราฟวิเคราะห์

แต่ในรูปแบบนี้ ผู้ใช้จะไม่สามารถควบคุม และโต้ตอบกับโปรแกรมได้ ดังตัวอย่างในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.2 ตัวอย่างรูปแบบภาพเคลื่อนไหวที่สามารถควบคุมและโต้ตอบได้



รูปที่ 4.3 ตัวอย่างรูปแบบภาพเคลื่อนไหวที่ไม่สามารถควบคุมและโต้ตอบได้

ในทุกๆ โครงสร้างข้อมูลที่ใช้เป็นกรณีศึกษา ผู้ใช้จะสามารถ

- เปลี่ยนสูตรการคิดฟังก์ชันศักร์ได้โดยเปลี่ยนรหัส เลขที่เอ็มแอล ในส่วน value="..." ในแท็ก (tags) param name="formula" แต่สูตรที่ใส่ต้องเป็นสูตรที่อยู่ในรูป postfix เช่น ไม้ฟังก์ชันศักร์เป็น 2 เท่าของจำนวนต้นไม้( $t$ ) รหัสเลขที่เอ็มแอล เป็นดังรูปที่ 4.4

```
<applet code="xxx.class" width="740" height="410">
<param name="formula" value="2,t,*">
<!-- t number of tree -->
</applet>
```

รูปที่ 4.4 แสดงรหัสเลขที่เอ็มแอลของการคิดฟังก์ชันศักร์จำนวนต้นไม้ ( $t$ )

- แสดงค่าของต้นทุนจริง ความแตกต่างของฟังก์ชันศักร์ และต้นทุนถัวเฉลี่ย ของแต่ละการดำเนินงาน
- แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักร์
- แสดงการคิดต้นทุนจริงในแต่ละหน่วย

#### การจินตทัศน์การนับเลขฐานสอง

ในระบบที่พัฒนาการจินตทัศน์การนับเลขฐานสอง จะสามารถเลือกจำนวนบิตที่จะแสดงได้ คือ 7 บิต, 8 บิต, 9 บิต หรือ 10 บิต จะสามารถแสดงค่าได้ 127 ค่า, 255 ค่า, 511 ค่า หรือ 1023 ค่า ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.5 ที่แสดงการจินตทัศน์การนับเลขฐานสองใน 8 บิต

โดยบิตที่เป็นตัวเลขสีขาวระบายทึบด้วยสีดำ จะแสดงว่าเป็นบิตที่จะต้องมีการเปลี่ยนในการดำเนินงาน การเพิ่มค่าครั้งต่อไป และเนื่องจากต้นทุนจริงในแต่ละการดำเนินงานจะคิดจากการเปลี่ยนของบิตในการดำเนินงานนั้นๆ ดังนั้นต้นทุนจริงของการดำเนินงานที่  $i$  คิดจากจำนวนบิตที่ถูกระบายทึบของการดำเนินงานที่  $i-1$  นั่นเอง ส่วนการคิดฟังก์ชันศักร์ ถ้าคิดจากจำนวนบิต  $i$  จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักร์ที่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และจะเป็นการคิดฟังก์ชันศักร์ที่ดี เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงานมีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงเป็นกราฟ ในรูปที่ 4.6 (ก) โดยกราฟดังกล่าวได้มาจากรหัสเลขที่เอ็มแอล ในรูปที่ 4.6 (ข) ที่ซึ่งเป็นการใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักร์ โดยการนับจำนวนบิต  $i$

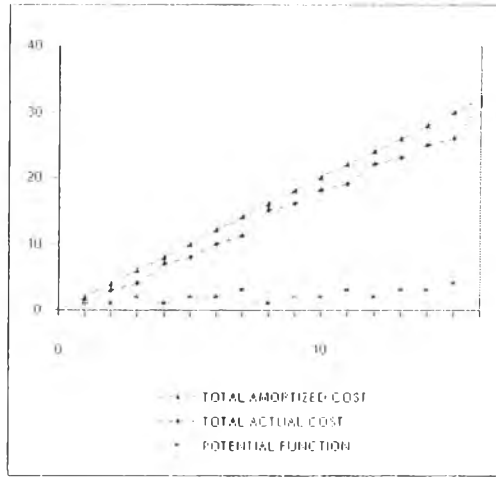
ในระบบที่พัฒนานี้สามารถเปลี่ยนการคิดฟังก์ชันศักร์ได้ เป็นคิดจากจำนวนบิต 0 แต่จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักร์ที่ไม่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงานจะไม่เป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในกราฟรูปที่ 4.7 (ก) โดยกราฟ

Bit							
$\Lambda[7]$	$\Lambda[6]$	$\Lambda[5]$	$\Lambda[4]$	$\Lambda[3]$	$\Lambda[2]$	$\Lambda[1]$	$\Lambda[0]$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0

รูปที่ 4.5 แสดงกรณีการเกิดค่าการข้ามเลขฐานสองของเลข 8 บิต

ดังกล่าวได้มาจากรหัสเลขที่เต็มแอล ในรูปที่ 4.7 (ข) ที่ซึ่งเป็นการใช้สูตรการคิดฟังก์ชันค็อกซ์ โดยการนับจำนวนบิต 0

อย่างไรก็ตาม ถ้าเปลี่ยนสูตรการคิดฟังก์ชันค็อกซ์ ให้คิดเป็นสองเท่าของจำนวนบิต 1 ก็จะไม่ถือเป็นการคิดฟังก์ชันค็อกซ์ที่ไม่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถ่วงเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงานยังคงเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงานอยู่ แต่จะเป็นการคิดฟังก์ชันค็อกซ์ที่ไม่ดีนัก เพราะต้นทุนถ่วงเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าห่างกันมากกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงเป็นกราฟ ในรูปที่ 4.8 (ก) โดยกราฟดังกล่าวได้มาจากรหัสเลขที่เต็มแอล ในรูปที่ 4.8 (ข) ที่ซึ่งเป็นการใช้สูตรการคิดฟังก์ชันค็อกซ์ โดยคิดจากสองเท่าของจำนวนบิต 1 ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า สามารถใช้สูตรการคิดฟังก์ชันค็อกซ์ให้คิดจาก 2 เท่า หรือที่เท่าที่คี่ของจำนวนบิต 1 โดยไม่ถือว่าผิด เพียงแต่ไม่เหมาะสมเท่าใดนัก เพราะต้นทุนถ่วงเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าห่างกันมากตามจำนวนเท่าที่มากขึ้นกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน



(ก)

```
<applet code="BinarySim.class" width="740" height="410">
```

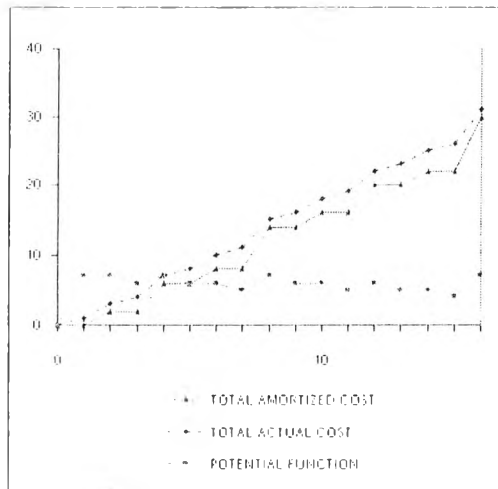
```
<param name="formula" value="n">
```

```
<!-- m: number of bit 0, n: number of bit 1 -->
```

```
</applet>
```

(ข)

รูปที่ 4.6 กราฟนี้แสดงรูปแบบของ (ก) กราฟนี้แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนบิต 1 ที่ถูกลบออก จำนวนบิตจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ข) รหัสเฉพาะที่เขียนออกมาของกราฟคือฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $\Phi = n$



(ก)

```
<applet code="BinarySim.class" width="740" height="410">
```

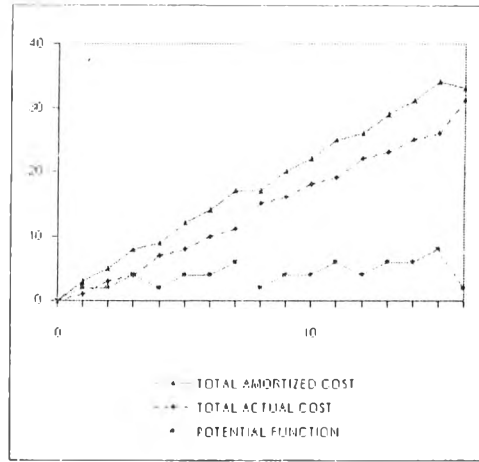
```
<param name="formula" value="m">
```

```
<!-- m: number of bit 0, n: number of bit 1 -->
```

```
</applet>
```

(ข)

รูปที่ 4.7 กราฟนี้แสดงรูปแบบของ (ก) กราฟนี้แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนบิต 0 ที่ถูกลบออก จำนวนบิตจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ข) รหัสเฉพาะที่เขียนออกมาของกราฟคือฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $\Phi = m$



(ก)

```
<applet code="BinarySim.class" width="740" height="410">
<param name="formula" value="2,n,*">
<!-- m:number of bit 0, n:number of bit 1 -->
</applet>
```

(ข)

รูปที่ 4.8 กราฟแสดงค่าของ (ก) กราฟที่แสดงค่าของกับกับที่ระวาง ต้นทุนด้วยจลน์รวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ข) รหัสเลขที่อีเมลของการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $\Phi = 2n$

การจินตทัศน์ตารางไดนามิก

ในระบอบที่พัฒนาการจินตทัศน์ตารางไดนามิก จะสามารถเลือกที่จะดำเนินการแทรก หรือลบ โดยต้นทุนจริงในแต่ละการดำเนินงานเป็นส่วน โดยตรงกับจำนวนการเพิ่ม ลบข้อมูล รวมถึงการย้ายข้อมูลไปไว้ในตารางใหม่ กรณีเกิดการยุบ หรือขยายตาราง ส่วนการคิดฟังก์ชันศักย์ ถ้าคิดจากสูตร

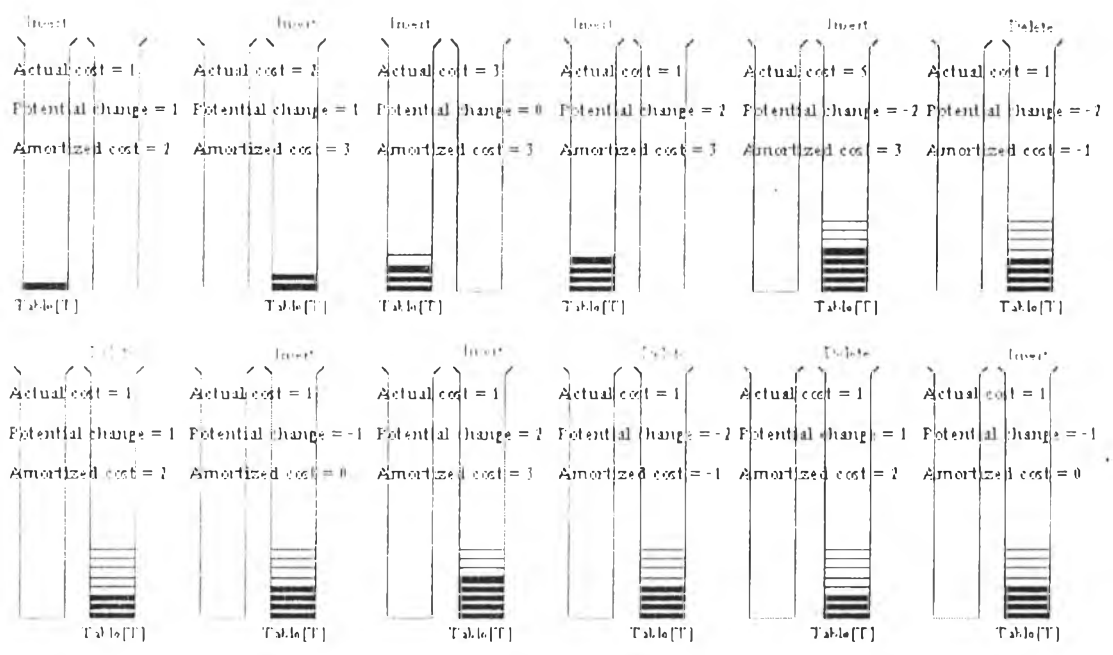
การขยายตาราง :  $\Phi_i = 2num_i[T] - size_i[T]$

การยุบตาราง :

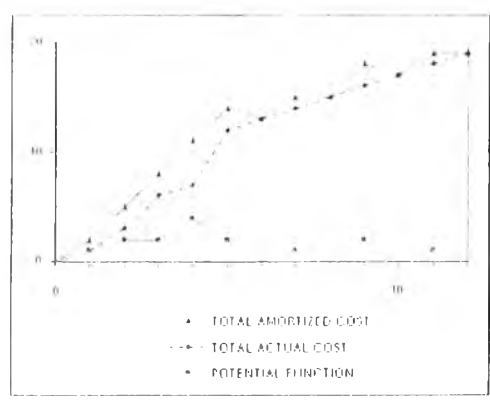
$$\Phi_i = \begin{cases} 2num_i[T] - size_i[T] & \text{if } \alpha_i \geq 1/2 \\ size_i[T]/2 - num_i[T] & \text{if } \alpha_i < 1/2 \end{cases}$$

จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงานจะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และจะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ดี เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังนี้

ถ้า การขยายตารางขยายเมื่อมีข้อมูลอยู่ 100 % ในตาราง และการยุบตารางยุบเมื่อมีข้อมูลอยู่ 25 % ดังแสดงในรูปที่ 4.9 (ก) ที่แสดงการดำเนินการดำเนินงานการแทรก และการลบ เมื่อนำ



(ก)



(ข)

```

<applet CODE="dynamic.class" WIDTH="580" HEIGHT="350">
  <param name="formula1" value="2,n,*,s,-">
  <param name="formula2" value="s,2/,n,-">
  <!-- formula1: load factor greater than or equal half -->
  <!-- formula2: load factor less than half -->
  <!-- n: number of data, s: size of table -->
</applet>

```

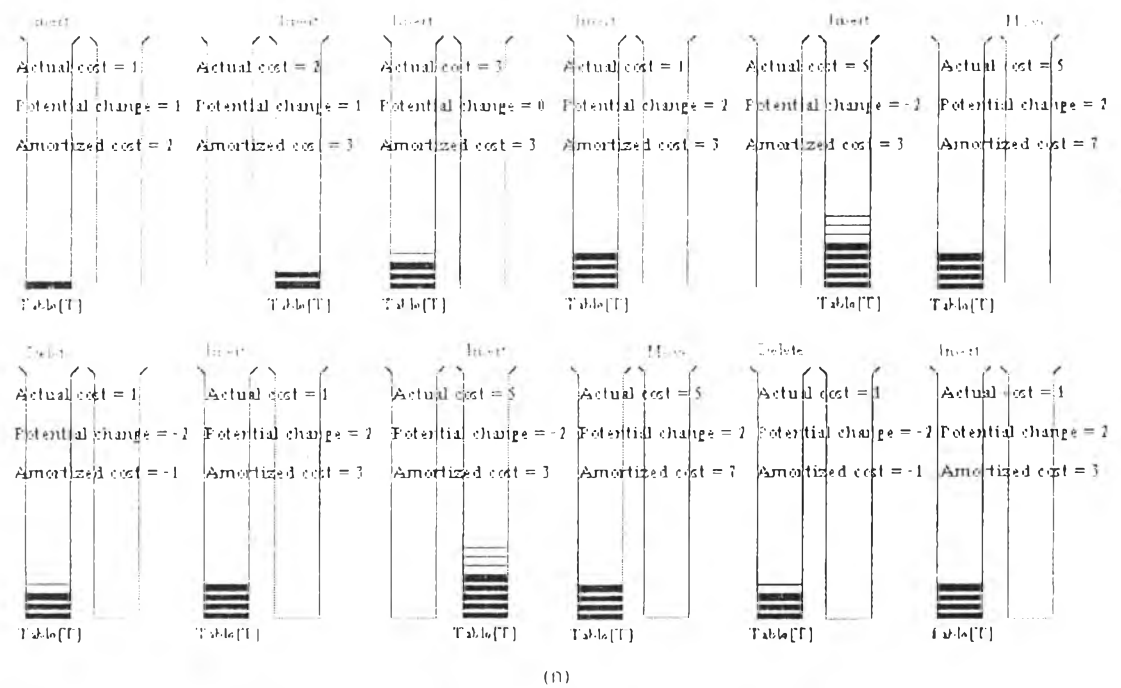
(ค)

รูปที่ 4.9 ตารางไดนามิก ครึ่งที่มีข้อมูลอยู่ในตาราง 100% จะมีการขยายตาราง และที่มีข้อมูลอยู่ในตาราง 25% จะมีการยุบตาราง (ก) แสดงการดำเนินการขยายตาราง 5 ครั้ง ถม 2 ครั้ง แหวน 2 ครั้ง ถม 2 ครั้ง และบวม 1 ครั้ง (ข) แสดงกราฟโดยสัมพันธ์ระหว่างจำนวนการดำเนินการกับขนาดของตาราง และฟังก์ชันต้นทุน (ค) วัตถุประสงค์ของการคิดฟังก์ชันต้นทุน

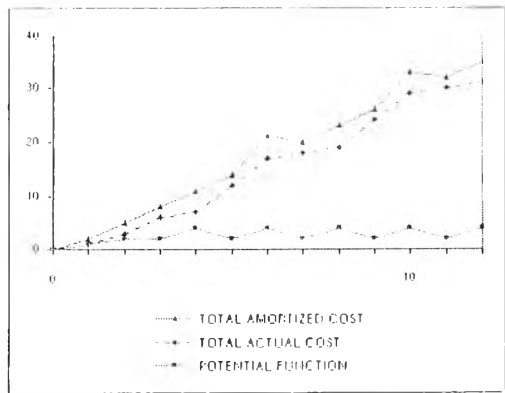
$$\Phi_i = \begin{cases} 2num_i[T] - size_i[T] & \text{if } \alpha_i \geq 1/2 \\ size_i[T]/2 - num_i[T] & \text{if } \alpha_i < 1/2 \end{cases}$$

ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มวลผลิตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.9 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.9 (ค) แสดงรหัสซซทที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ดังกล่าว

ถ้าการขยายตารางขยายเมื่อมีข้อมูลอยู่ 100 % ในตาราง การยุบตารางยุบเมื่อมีข้อมูลอยู่ 50 % ในตาราง ดังแสดงในรูปที่ 4.10 (ก) ที่แสดงการดำเนินการดำเนินงานการแทรก และการลบ เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มวลผลิตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.10 (ข) ที่จะแสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.10 ตารางใดที่มี กรณีนี้อข้อมูลอยู่ในตาราง 100 % จะมีการขยายตาราง และเมื่อมีข้อมูลอยู่ในตาราง 50 % จะมีการยุบตาราง (ก) แสดงการดำเนินงาน การแทรก 5 ครั้ง ลบ 2 ครั้ง แทรก 2 ครั้ง ลบ 2 ครั้ง และแทรก 1 ครั้ง (ข) แสดงกราฟที่พล็อตด้วยฟังก์ชัน ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์



จากรูป 4.9 และ 4.10 จะเห็นได้ว่าในกรณีที่มีข้อมูลอยู่ในตาราง 100 % จะมีการขยายตาราง และมีข้อมูลอยู่ในตาราง 50 % จะมีการยุบตาราง มีการใช้ต้นทุนจริง และต้นทุนถัวเฉลี่ยสูง เนื่องจากกรณีดังกล่าวมีการยุบ และขยายตารางอยู่บ่อยครั้ง จึงสรุปได้ว่าควรให้มีการขยายตารางเมื่อมีข้อมูลอยู่เต็ม และให้มีการยุบตารางเมื่อมีข้อมูลอยู่ 25 %

ถ้าคิดจากฟังก์ชันศักย์จากสูตร

$$\text{การขยายตาราง : } \Phi_i = \text{size}_i[T] - \text{num}_i[T]$$

การยุบตาราง :

$$\Phi_i = \begin{cases} \text{size}_i[T] - \text{num}_i[T] & \text{if } \alpha_i \geq 1/2 \\ 2\text{num}_i[T] - \text{size}_i[T] & \text{if } \alpha_i < 1/2 \end{cases}$$

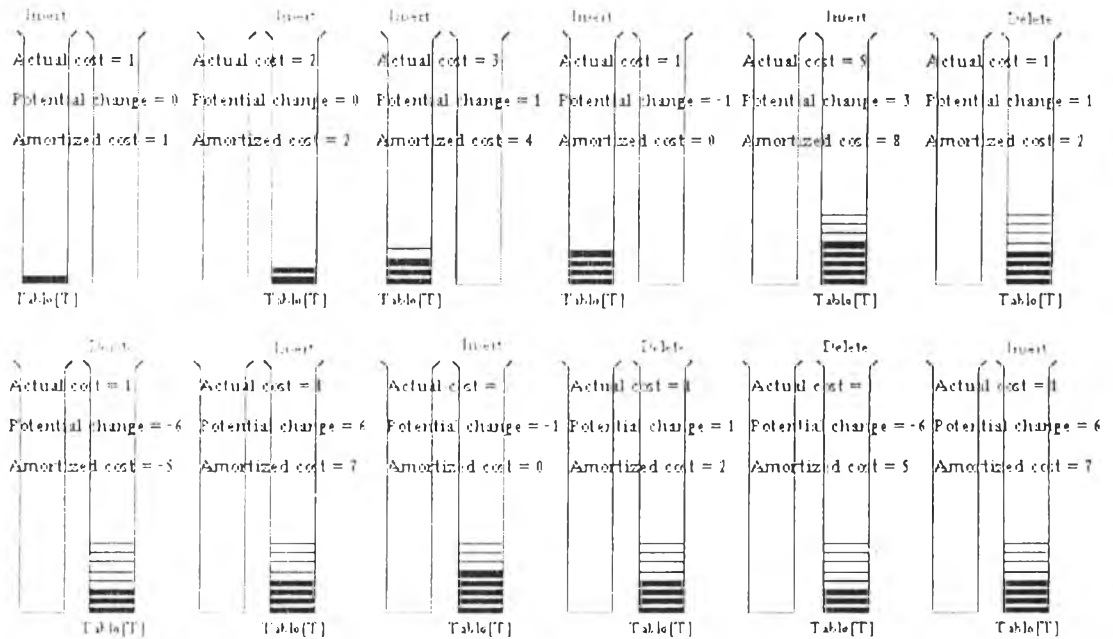
จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะไม่เป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังนี้

ถ้าการขยายตารางขยายเมื่อมีข้อมูลอยู่ 100 % ในตาราง และการยุบตารางยุบเมื่อมีข้อมูลอยู่ 25 % ดังแสดงในรูปที่ 4.11 (ก) ที่แสดงการดำเนินการดำเนินงานการแทรก และการลบ เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.11 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.11 (ค) แสดงรหัสเลขที่เต็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ดังกล่าว

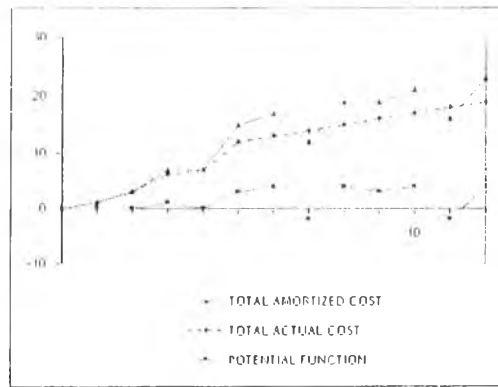
ถ้าการขยายตารางขยายเมื่อมีข้อมูลอยู่ 100 % ในตาราง การยุบตารางยุบเมื่อมีข้อมูลอยู่ 50 % ในตาราง ดังแสดงในรูปที่ 4.12 (ก) ที่แสดงการดำเนินการดำเนินงานการแทรก และการลบ เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.12 (ข) ที่จะแสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ

### การจินตทัศน์ไบโนเมียล ฮีฟ

ในระบบที่พัฒนาการจินตทัศน์ไบโนเมียลฮีฟ สามารถเลือกว่าจะดำเนินการแทรกหรือลบ โดยต้นทุนจริงในแต่ละการดำเนินงานจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน ส่วนการคิดฟังก์ชันศักย์ ถ้าคิดจากจำนวนต้นไม้ในฮีฟ จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ถูกต้อง เพราะ ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และจะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ดี เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.13 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวมและฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.13 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.13 (ค) แสดงรหัสเลขที่เต็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ โดยการนำจำนวนต้นไม้



(10)



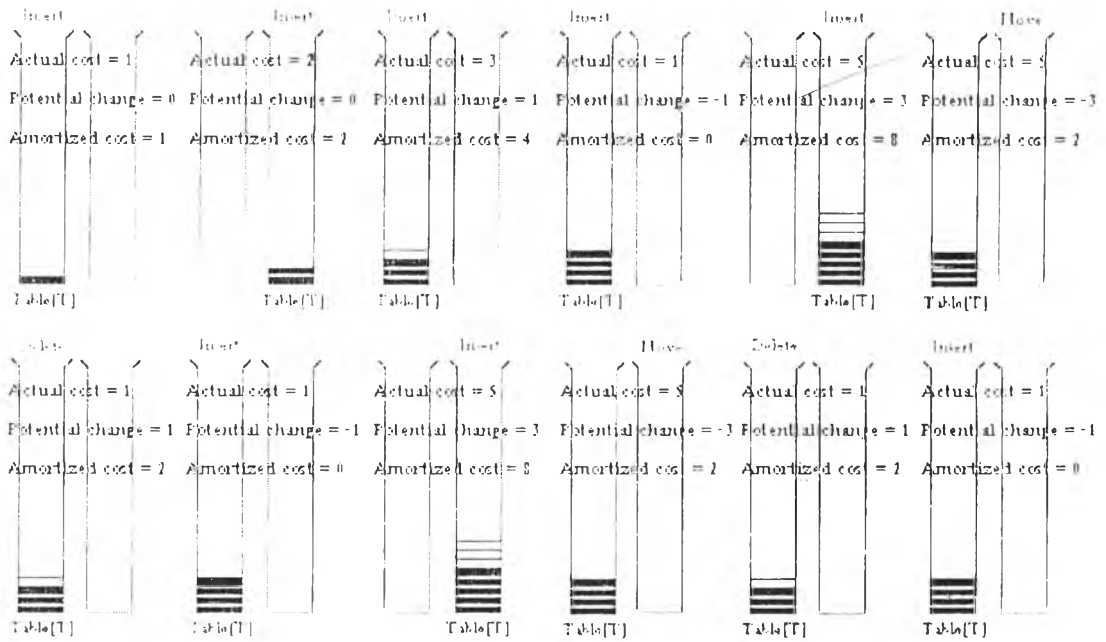
(11)

```
<applet CODE="dynamic.class" WIDTH="580" HEIGHT="350">
<param name="formula1" value="s,n,-">
<param name="formula2" value="2,n,*,s,-">
<!-- formula1: load factor greater than or equal half -->
<!-- formula2: load factor less than half -->
<!-- n:number of data, s:size of table -->
</applet>
```

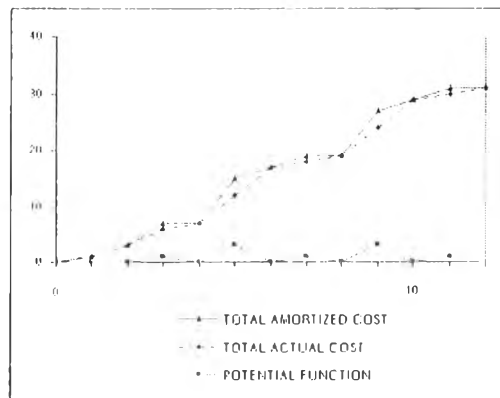
(12)

รูปที่ 4.11 ตารางไดนามิก กรณีที่มีข้อมูลอยู่ในตาราง 100% จะมีการขยายตาราง และมีข้อมูลอยู่ในตาราง 25% จะมีการยุบตาราง (a) แสดงการดำเนินการ การแทรก 5 ครั้ง ลบ 2 ครั้ง เติบโต 2 ครั้ง ลบ 2 ครั้ง และแทรก 1 ครั้ง (ข) แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนการเพิ่มและจำนวนการลบรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสสเปกตรัมของแนวคิดฟังก์ชันศักย์

$$\Phi_i = \begin{cases} size_i[T] - num_i[T] & \text{if } \alpha_i \geq 1/2 \\ 2num_i[T] - size_i[T] & \text{if } \alpha_i < 1/2 \end{cases}$$



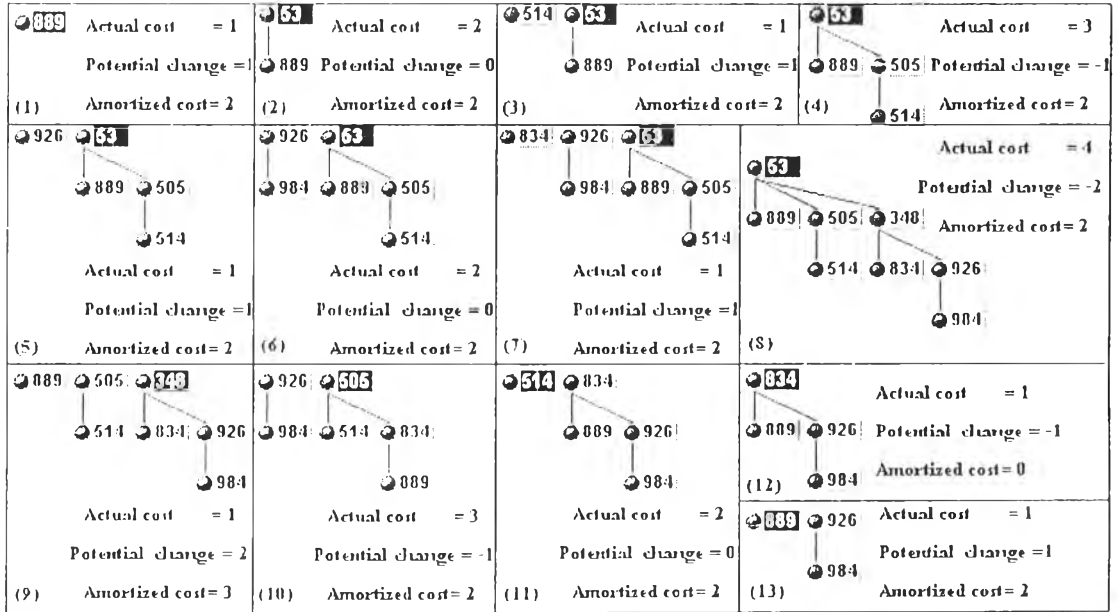
(ก)



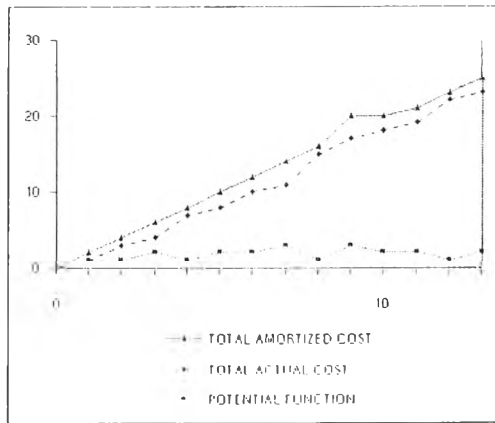
(ข)

รูปที่ 4.12 ตารางใหม่มีก การมีข้อมูลอยู่ในตาราง 100 % จะมีกเราขตาราง และมีข้อมูลอยู่ในตาราง 50 % จะมีกเราขตาราง (ก) แสดงการดำเนินการ การแทรก 5 ครั้ง ลบ 2 ครั้ง แทรก 2 ครั้ง ลบ 2 ครั้ง และแทรก 1 ครั้ง (ข) แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนที่เฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์

จากรูปที่ 4.13 (ก) ขั้นตอนการแทรกคือในขั้นตอนที่ 1-8 สังเกตขั้นตอนที่ 4 และ 5 จะเห็นว่ามีการใช้ต้นทุนจริงที่สูงกว่าขั้นตอนอื่นๆ เพราะ เป็นขั้นตอนที่มีการรวมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน แต่อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่าต้นทุนตัวเฉลี่ยคือ 2 ส่วนขั้นตอนการลบคือในขั้นตอนที่ 9-13 สังเกตขั้นตอนที่ 10 จะเห็นว่ามีการใช้ต้นทุนจริงที่สูงกว่าขั้นตอนอื่นๆ เพราะ เป็นขั้นตอนที่เมื่อลบแล้ว จะแตกเป็นต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากันเยอะ และจะต้องรวมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากันเหล่านั้น แต่อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่าต้นทุนตัวเฉลี่ยคือ 2



(ก)



(ข)

<applet code=BinolnDel.class width=740 height=450>

<param name="formula" value="t">

<!-- t: number of trees, n: number of nodes -->

</applet>

(ค)

รูปที่ 4.13 ไบโนมียัลลี (ก) แสดงการเดินนิมก แทรกแทรก 889, แทรก 53, แทรก 514, แทรก 505, แทรก 926, แทรก 984, แทรก 834, แทรก 348, ลบ 53, ลบ 348, ลบ 505, ลบ 514 และลบ 834 (ข) กราฟแสดงทวิคูณที่ขึ้นระหว่างต้นไม้เฉลี่ยรวม ต้นไม้จริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสเลขที่เต็มของ อัลกอริทึมฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $\Phi = t$

ในกรณีถ้าคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร

$$\langle \Phi \rangle = (n/2) - 2t$$

โดยที่  $\langle \Phi \rangle$     เป็นฟังก์ชันศักย์  
           "        เป็นจำนวนโหนดในฮีพ  
            $t$         เป็นจำนวนต้นไม้ในฮีพ

ดังแสดงในรูปที่ 4.14 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันศักย์ดังกล่าว โดยเมื่อนำต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.14 (ข) จะเห็นว่าต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน แต่นั่นก็ไม่ได้หมายความว่า จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ดี เพราะ ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะไม่เป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังนั้นจะกล่าวได้ว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่ถูกต้อง ในรูปที่ 4.14 (ค) แสดงรหัสเฮชทีเอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์เป็น  $\langle \Phi \rangle (T) = (n/2) - 2t$

จากรูป จะเห็นได้ว่า เมื่อใดก็ตามที่ฟังก์ชันศักย์ติดลบ ต้นทุนจริงรวมจะมากกว่าต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม เมื่อใดก็ตามที่ฟังก์ชันศักย์ไม่ติดลบ ดังเช่นในการแทรก 348 ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมจะมากกว่าต้นทุนจริงรวม จึงสรุปได้ว่าฟังก์ชันศักย์ที่ใช้เริ่มต้นควรเป็นศูนย์และไม่ควรติดลบ

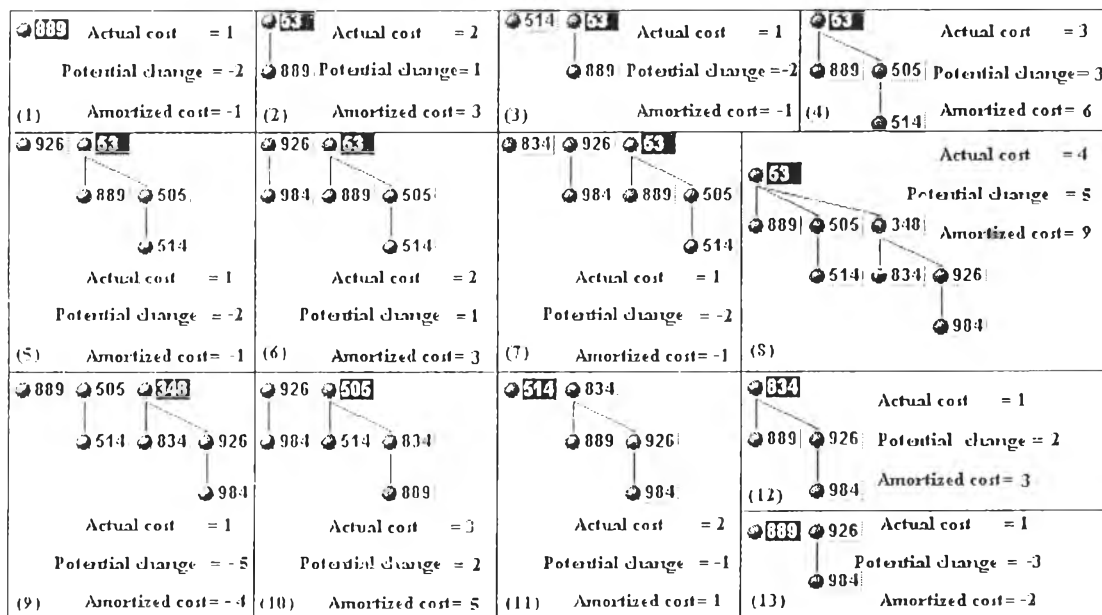
ถ้าเปลี่ยนสูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ ให้คิดจากสามเท่า ของจำนวนต้นไม้ในฮีพ ก็จะไม่ถือเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่ถูกต้อง เพราะ ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน ยังคงเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงานอยู่ แต่จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่ดีนัก เพราะ ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าห่างกันมากกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.15 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันศักย์ดังกล่าว เมื่อนำต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.15 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.15 (ค) แสดงรหัสเฮชทีเอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ โดยคิดจากสามเท่า ของจำนวนต้นไม้ในฮีพ

ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า สามารถใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ ให้คิดจาก 2 เท่า หรือ 3 เท่า หรือกี่เท่าก็ตามของจำนวนต้นไม้ในฮีพ โดยไม่ถือว่าผิด เพียงแต่ไม่เหมาะสมเท่าใดนัก เพราะ ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน ก็จะยิ่งห่างกันมากตามจำนวนเท่าที่มากขึ้น กับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน

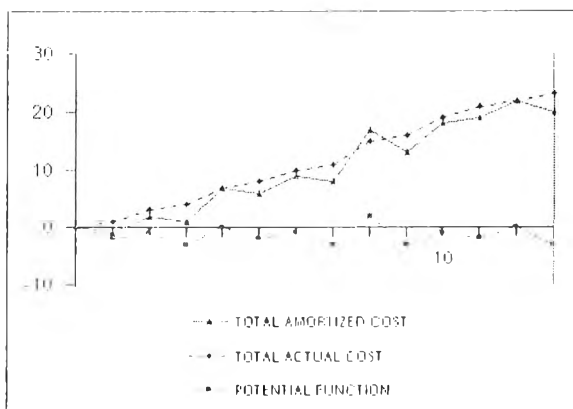
การจินตทัศน์แลซีไบโนเมียล ฮีพ

ในระบอบที่พัฒนาการจินตทัศน์แลซีไบโนเมียลฮีพ จะสามารถเลือกว่าจะดำเนินการแทรกหรือลบได้ ต้นทุนจริงในแต่ละการดำเนินงานจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน โดยการแทรกโหนดในแลซีไบโนเมียลฮีพ ไม่ต้องทำการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่า

กัน แต่จะมีการเชื่อมต้นไม้กรณีการลบโหนดที่มีค่าน้อยที่สุด ส่วนการคิดฟังก์ชันศักย์ ถ้าคิดจากจำนวนต้นไม้ในฮีพ จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ถูกต้อง เพราะต้นทุนตัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำ



(ก)



(ข)

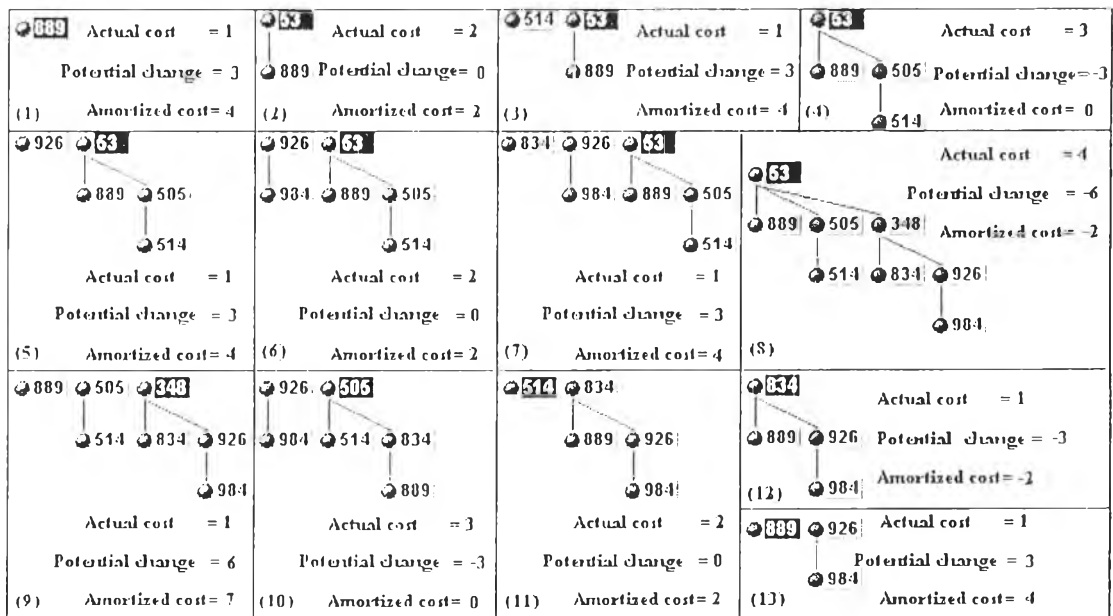
```

<applet code=BinoInDel.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="n,2,/,2,t,*,-">
<!-- t:number of trees, n:number of nodes -->
</applet>

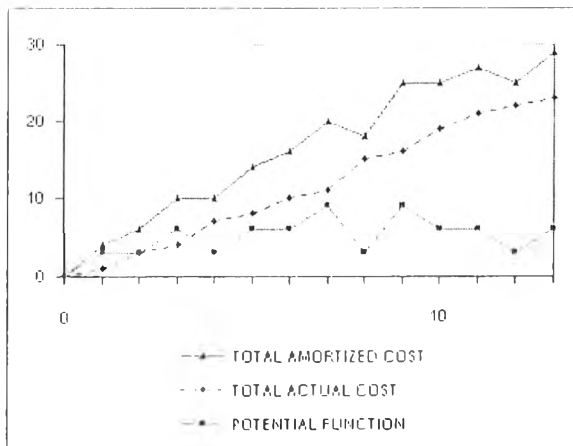
```

(ค)

รูปที่ 4.14 ไม้ไผ่ที่มีฮีพ (ก) แสดงการดำเนินการบนทรนรอก 889, นรอก 53, นรอก 514, นรอก 505, นรอก 926, นรอก 984, นรอก 834, นรอก 348, ลาย 53, ลาย 348, ลาย 505, ลาย 514 และลาย 834 (ข) กรเฟมแสดงคความสัมพันธ์ระว่างต้นทุนตัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริง รวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) ำสมการที่เต็มแอลของการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $P(n) = 2n - 2$



(11)



(11)

```

<applet code=BinomDel.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="3.t.*">
<!-- t:number of trees, n:number of nodes -->
</applet>

```

(11)

รูปที่ 4.15 ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (ก) แสดงการดำเนินการแทรกแทรก 889, แทรก 53, แทรก 514, แทรก 505, แทรก 926, แทรก 984, แทรก 834, แทรก 348, ลบ 53, ลบ 348, ลบ 505, ลบ 514 และลบ 834 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนการดำเนินการทั้งหมด ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสคอมพิวเตอร์ที่แสดงการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร (D) (ก) - (ข)

เนืองงาน จะเป็นขอมาเขตตามของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และจะเป็นการคิดฟังก์ชัน  
 ศักย์ที่ดี เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของ  
 ลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.16 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ย  
 รวม ต้นทุนจริงรวมและฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.16 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้  
 จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.16 (ค) แสดงกราฟพิเศษที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชัน  
 ศักย์ โดยการนำจำนวนต้นไม้

จากรูปที่ 4.16 (ก) ขั้นตอนการแทรกคือในขั้นตอนที่ 1-8 ซึ่งในขั้นตอนการแทรกนี้ ต้นทุน  
 จริงเป็น 1 เพราะเพียงแทรกโหนดเข้าไปในฮีพ ไม่ต้องทำการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน แต่  
 อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่าต้นทุนถัวเฉลี่ยคือ 2 ส่วนขั้นตอนการลบคือในขั้นตอนที่ 9-12 ซึ่งในขั้น  
 ตอนการลบนี้ มีการใช้ต้นทุนจริงที่สูง เพราะจะต้องรวมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน แต่อย่างไรก็ตาม  
 จะเห็นได้ว่าต้นทุนถัวเฉลี่ยคือ 2

อย่างไรก็ตาม ถ้าเปลี่ยนสูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ ให้คิดจากจำนวนโหนดในฮีพบ้าง จะถือ  
 ว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน ยังคงเป็น  
 ขอมาเขตตามของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงานอยู่ แต่จะเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่  
 เหมาะสมนัก เพราะ ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าห่างกันมากกับต้นทุนจริงรวม  
 ของลำดับการดำเนินงาน เมื่อเทียบกับสูตรการคิดฟังก์ชันศักย์จากจำนวนต้นไม้ ดังแสดงในรูปที่  
 4.17 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันศักย์ดังกล่าว เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้น  
 ทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.17 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการ  
 ดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.17 (ค) แสดงกราฟพิเศษที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์ โดย  
 คิดจากจำนวนโหนดในฮีพ

ในกรณีถ้าคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร

$$\Phi(T) = t - n$$

โดยที่  $\Phi(T)$  เป็นฟังก์ชันศักย์  
 " เป็นจำนวนโหนดในฮีพ  
 t เป็นจำนวนต้นไม้ในฮีพ

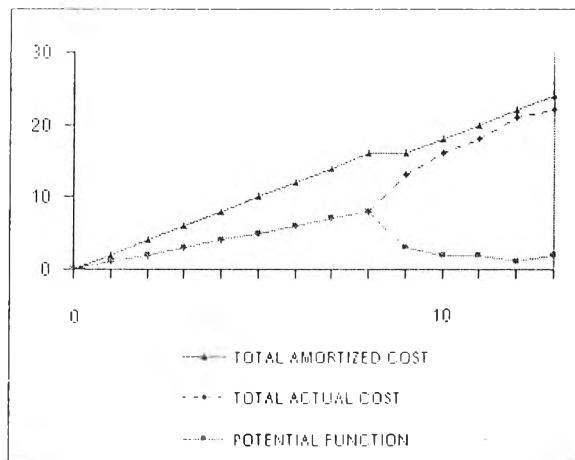
ดังแสดงในรูปที่ 4.18 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันศักย์ดังกล่าว โดย  
 เมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.18 (ข)  
 จะเห็นว่าต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะไม่เป็นขอมาเขตตามของต้นทุนจริงรวมของ  
 ลำดับการดำเนินงาน ดังนั้น จะกล่าวได้ว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่ถูกต้อง ในรูปที่ 4.18 (ค)  
 แสดงกราฟพิเศษที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศักย์เป็น  $\Phi(T) = t - n$

จากรูปที่ 4.18 เมื่อใดก็ตามที่ฟังก์ชันศักย์คิดจากต้นทุนจริงจะมากกว่าต้นทุนถัวเฉลี่ย ดังเช่น  
 ในขั้นตอนของการลบ จึงสรุปได้ว่าฟังก์ชันศักย์ที่ใช้เริ่มต้นควรเป็นศูนย์และไม่ควรติดลบ



<p>290 (1)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>	<p>290 468 (2)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>	<p>290 468 161 (3)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>	<p>290 468 161 351 (4)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>
<p>290 468 161 351 568 (5)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>		<p>290 468 161 351 568 907 (6)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>	
<p>290 468 161 351 568 907 954 (7)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>		<p>290 468 161 351 568 907 954 708 (8)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 2</p>	
<p>708 907 290</p> <p>954 468 351</p> <p>568</p> <p>Actual cost = 5</p> <p>Potential change = -5</p> <p>Amortized cost = 0 (9)</p>	<p>161 468 (10)</p> <p>568 708 907</p> <p>954</p> <p>Actual cost = 3</p> <p>Potential change = -1</p> <p>Amortized cost = 2</p>	<p>568 468 (11)</p> <p>708 907</p> <p>954</p> <p>Actual cost = 2</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 2</p>	<p>568</p> <p>708 907</p> <p>954</p> <p>Actual cost = 3</p> <p>Potential change = -1</p> <p>Amortized cost = 2 (12)</p>

(ก)



(ก)

```

<applet code=LazyInDel.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="t">
<!-- t:number of trees, n:number of nodes -->
</applet>

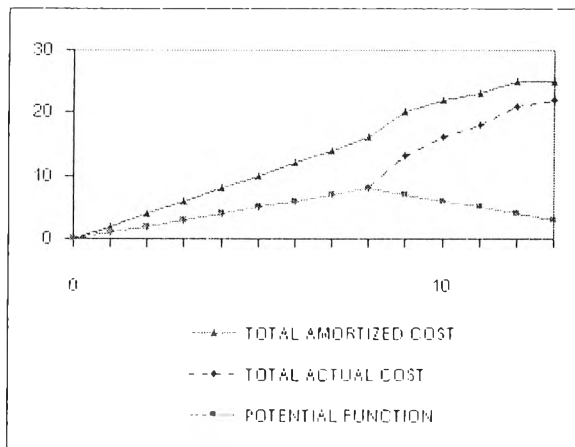
```

(ก)

รูปที่ 4.16 เส้น โยโกนิซอลอื่น (ก) แสดงการดำเนินการบนกราฟเมทริก 290, เมทริก 468, เมทริก 161, เมทริก 351, เมทริก 568, เมทริก 907, เมทริก 954, เมทริก 708, ลาย 161, ลาย 290, ลาย 351 และลาย 468 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนด้วยเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสของพีเอชแอล ของการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $\Phi = t$

<del>290</del> (1) Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2	<del>290</del> <del>468</del> (2) Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2	<del>290</del> <del>468</del> <del>161</del> (3) Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2	<del>290</del> <del>468</del> <del>161</del> <del>351</del> Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2
<del>290</del> <del>468</del> <del>161</del> <del>351</del> <del>568</del> Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2		<del>290</del> <del>468</del> <del>161</del> <del>351</del> <del>568</del> <del>907</del> Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2	
<del>290</del> <del>468</del> <del>161</del> <del>351</del> <del>568</del> <del>907</del> <del>954</del> Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2		<del>290</del> <del>468</del> <del>161</del> <del>351</del> <del>568</del> <del>907</del> <del>954</del> <del>708</del> Actual cost = 1 Potential change = 1 Amortized cost = 2	
<del>708</del> <del>907</del> <del>290</del> 954 468 351 Actual cost = 5 Potential change = -1 Amortized cost = 4	<del>351</del> <del>468</del> (10) 568 708 907 Actual cost = 3 Potential change = -1 Amortized cost = 2	<del>568</del> <del>161</del> (11) 708 907 Actual cost = 2 Potential change = -1 Amortized cost = 1	<del>568</del> 708 907 Actual cost = 3 Potential change = -1 Amortized cost = 2

(ก)



(ข)

```

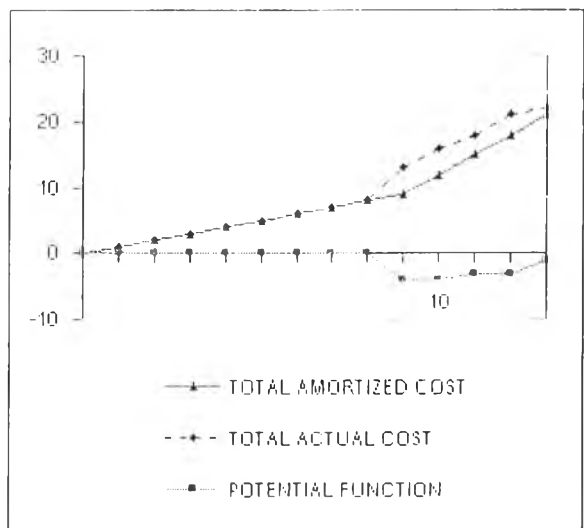
<applet code=LazyInDel.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="n">
<!-- t: number of trees, n: number of nodes -->
</applet>
    
```

(ค)

รูปที่ 4.17 รหัส โปรแกรมโดยกลวิธี (ก) แสดงการดำเนินการรวมการแทรก 290, การแทรก 468, การแทรก 161, การแทรก 351, การแทรก 568, การแทรก 907, การแทรก 954, การแทรก 708, การลบ 161, การลบ 290, การลบ 351 และลบ 468 (ข) กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนที่เฉลี่ยรวม ต้นทุนเฉลี่ยรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสโปรแกรมที่ถือมอด ของการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $D = n$

<p>290 (1)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>	<p>290 468 (2)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>	<p>290 468 161 (3)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>	<p>290 468 161 351 (4)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>
<p>290 468 161 351 568 (5)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>		<p>290 468 161 351 568 907 (6)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>	
<p>290 468 161 351 568 907 954 (7)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>		<p>290 468 161 351 568 907 954 708 (8)</p> <p>Actual cost = 1</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 1</p>	
<p>708 907 290 (9)</p> <p>954 468 351 568</p> <p>Actual cost = 5</p> <p>Potential change = -4</p> <p>Amortized cost = 1</p>	<p>351 468 (10)</p> <p>568 708 907 954</p> <p>Actual cost = 3</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 3</p>	<p>568 468 (11)</p> <p>708 907 954</p> <p>Actual cost = 2</p> <p>Potential change = 1</p> <p>Amortized cost = 3</p>	<p>568 (12)</p> <p>708 907 954</p> <p>Actual cost = 3</p> <p>Potential change = 0</p> <p>Amortized cost = 3</p>

(ก)



(ข)

```

<applet code=LazyInDel.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="t,n,-">
<!-- t:number of trees, n:number of nodes -->
</applet>

```

(ค)

รูปที่ 4.18 (ข) โปรแกรมเบสิก (ก) แสดงการดำเนินการแทรก 290, แทรก 468, แทรก 161, แทรก 351, แทรก 568, แทรก 907, แทรก 954, แทรก 708, ลบ 161, ลบ 290, ลบ 351 และลบ 468 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนค่าเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสเฉพาะที่อธิบายการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $D = t - n$

## การจินตทัศน์สี่ทวิ ฮีพ

ในระบบที่พัฒนาการจินตทัศน์สี่ทวิ ฮีพ จะสามารถเลือกว่าจะดำเนินการแทรก หรือลบได้ ต้นทุนจริงในแต่ละการดำเนินงานจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนการสลับของต้นไม้ย่อย ส่วนการคิดฟังก์ชันสลับ ถ้าคิดจากจำนวนโหนดเซฟวีในฮีพ จะเป็นการคิดฟังก์ชันสลับที่ถูกต้อง เพราะ ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และจะเป็นการคิดฟังก์ชันสลับที่ดี เพราะ ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.19 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ เมื่อบรรจุก่าของโหนดในฮีพจากมากไปน้อย และเมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวมและฟังก์ชันสลับมาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.19 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.19 (ค) แสดงรหัสเลขที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันสลับ โดยการนับจำนวนโหนดเซฟวี

อย่างไรก็ตาม ผลของการบรรจุก่าของโหนดในสี่ทวิ ฮีพ มีผลต่อการได้ต้นทุนจริงรวม และต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมที่แตกต่างกัน พิจารณาจากรูปที่ 4.20 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ เมื่อบรรจุก่าของโหนดในฮีพจากน้อยไปมาก และเมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวมและฟังก์ชันสลับมาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.20 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ กล่าวคือถ้าบรรจุก่าของโหนดในสี่ทวิ ฮีพ จากมากไปน้อย จะได้ต้นทุนจริงรวม และต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมถูกกว่านั่นเอง หรือในอีกแง่หนึ่งคือได้ต้นไม้ที่เอียงไปทางซ้าย ซึ่งถือเป็นต้นไม้ที่ดีมากในสี่ทวิ ฮีพ

ในกรณีถ้าคิดฟังก์ชันสลับจากจำนวน โหนดเซฟวีบวกสองข้าง ก็จะเป็นการคิดฟังก์ชันสลับที่ถูกต้อง เพราะ ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และเป็นการคิดฟังก์ชันสลับที่เหมาะสม เพราะ ต้นทุนถัวเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.21 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันสลับดังกล่าว โดยเมื่อนำต้นทุนถัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันสลับมาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.21 (ข) และในรูปที่ 4.21 (ค) แสดงรหัสเลขที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันสลับจากจำนวน โหนดเซฟวีบวกสอง

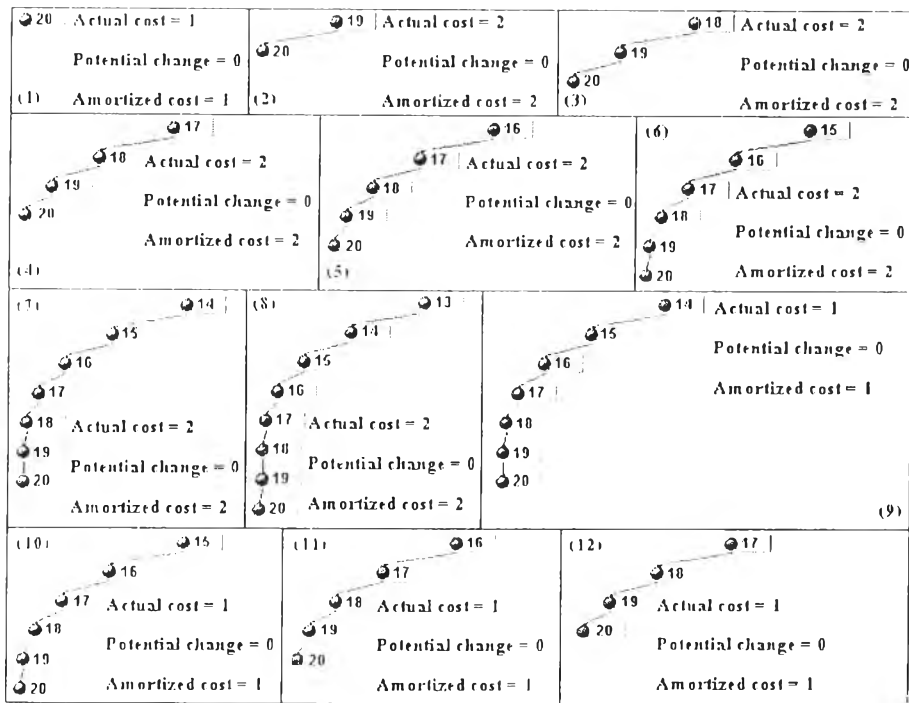
สังเกตได้ว่า ในกรณีมีการดำเนินงานการแทรก และลบแบบเดียวกันกับในรูปที่ 4.14 (ก) แต่คิดฟังก์ชันสลับจากจำนวน โหนดเซฟวี กราฟที่ได้ก็จะยังคงเป็นดังรูปที่ 4.21 (ข) จึงสรุปได้ว่าสามารถใช้สูตรการคิดฟังก์ชันสลับ  $\Phi$  ได้ดังนี้ โดยถือเป็นการคิดที่ถูกต้องและเหมาะสม

$$\Phi = h + k$$

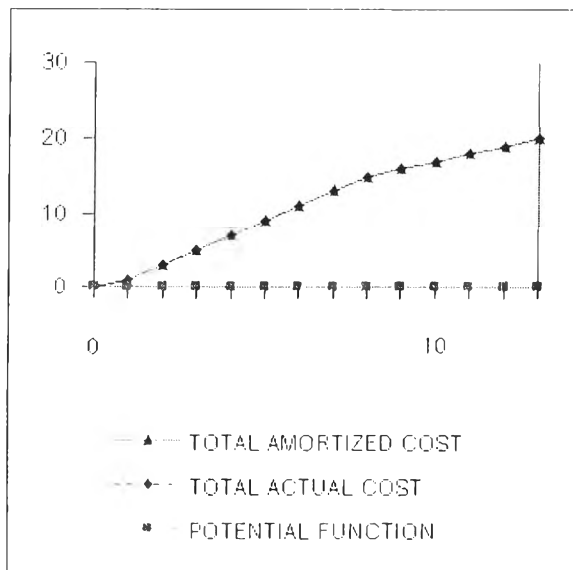
โดยที่  $h$  เป็นจำนวน โหนดเซฟวีในฮีพ และ  $k$  เป็นค่าคงที่ใดๆ

อย่างไรก็ตาม ถ้าคิดฟังก์ชันสลับจากสูตร

$$\Phi = h - n$$



(ก)



(ข)

<applet code=SkewInDel.class width=740 height=450>

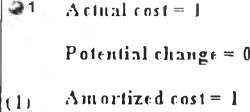
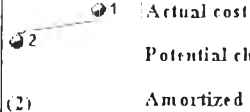
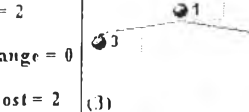
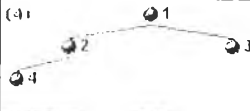
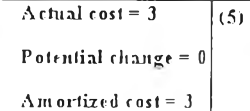
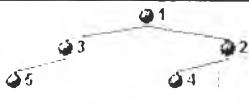
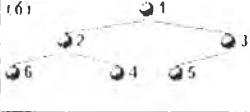
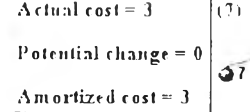
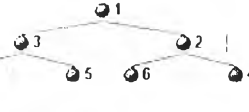
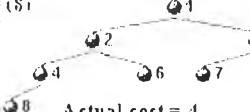
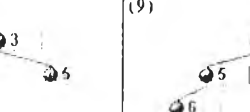
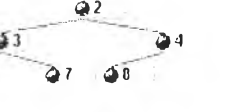
<param name="formula" value="h">

<!-- h: number of heavy nodes, n: number of nodes, r: number of right nodes -->

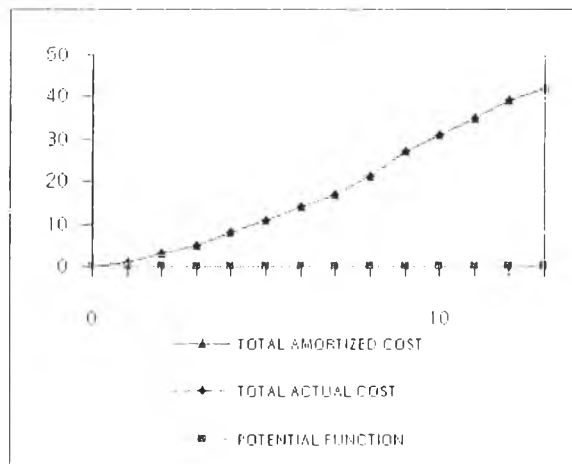
</applet>

(ค)

รูปที่ 4.19 สควิช (ก) แสดงการดำเนินงานแทรก 20, แทรก 19, แทรก 18, แทรก 17, แทรก 16, แทรก 15, แทรก 14, แทรก 13, ลบ 13, ลบ 14, ลบ 15, ลบ 16 และลบ 17 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนด้วยตัวเลขรวม ค่าเบี่ยงจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสสมการที่เชื่อมผลของการคิดฟังก์ชันศักย์ของสูตร  $D = h$

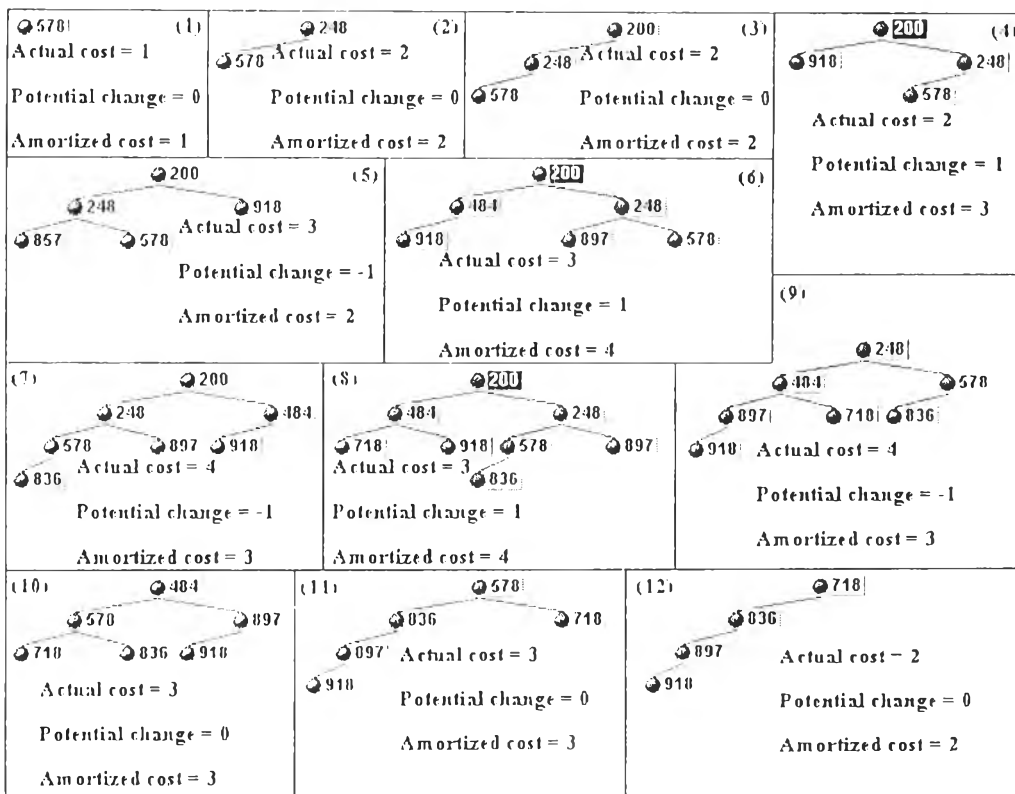
(1) 	(2) 	(3) 
(4) 	(5) 	(6) 
(8) 	(9) 	(10) 
(11) 	(12) 	(13) 

(ii)

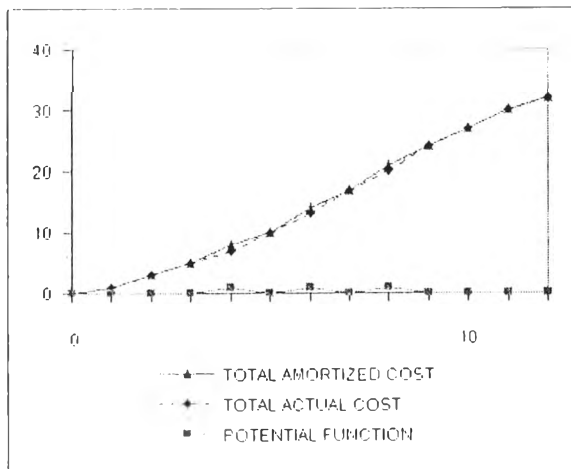


(vi)

รูปที่ 4.20 สลิต (ii) แสดงการค้นหามีจำนวนบล็อก 1, บล็อก 2, บล็อก 3, บล็อก 4, บล็อก 5, บล็อก 6, บล็อก 7, บล็อก 8, ลาน 1, ลาน 2, ลาน 3, ลาน 4 และ ลาน 5 (iv) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนบล็อกโดยรวม ต้นแบบจริงรวม และฟังก์ชันศักย์



(ก)



(ข)

```
<applet code=SkewInDel.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="h,2,+>
<!-- h:number of heavy nodes, n:number of nodes, r:number of right nodes -->
</applet>
```

(ค)

รูปที่ 4.21 สคิวอินเดล (ก) แสดงการคำนวณจำนวนการแทรก 578, แทรก 248, แทรก 200, แทรก 918, แทรก 897, แทรก 484, แทรก 836, แทรก 718, ลบ 200, ลบ 248, ลบ 484 และลบ 578 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนเฉลี่ยต่อครั้งรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสซอร์สที่เขียนจากของเรดิคฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $P = h + 2$

- โดยที่  $(l)$  เป็นฟังก์ชันศกซ์  
 " เป็นจำนวน โหนดในฮีพ  
 $h$  เป็นจำนวน โหนดเฮฟวีในฮีพ

จะถือว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศกซ์ที่ไม่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน ไม่เป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงานอยู่ ดังแสดงในรูปที่ 4.22 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันศกซ์ดังกล่าว เมื่อนำต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศกซ์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.22 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.22 (ค) แสดงรหัสสเปซที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศกซ์ โดยคิดจากจำนวน โหนดในฮีพ

จากรูปที่ 4.22 จะเห็นได้ชัดว่า เมื่อใดก็ตามที่ฟังก์ชันศกซ์ติดลบ ต้นทุนจริงจะมากกว่าต้นทุนถั่วเฉลี่ย จึงสรุปได้ว่าฟังก์ชันศกซ์ที่ใช้เริ่มต้นควรเป็นศูนย์และไม่ควรติดลบ

### การจินตทัศน์ไฟโบนัคซีฮีพ

ในระนาบที่พัฒนาการจินตทัศน์ไฟโบนัคซีฮีพ จะสามารถเลือกที่จะดำเนินการแทรก ลบ หรือลดค่าก็ได้ ต้นทุนจริงในแต่ละการดำเนินงานจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน โดยการแทรกโหนดในไฟโบนัคซีฮีพ ไม่ต้องทำการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน แต่จะมีการเชื่อมต้นไม้กรณีมีการลบโหนดที่มีค่าน้อยที่สุด ส่วนการคิดฟังก์ชันศกซ์ ถ้าคิดจากสูตรดังนี้

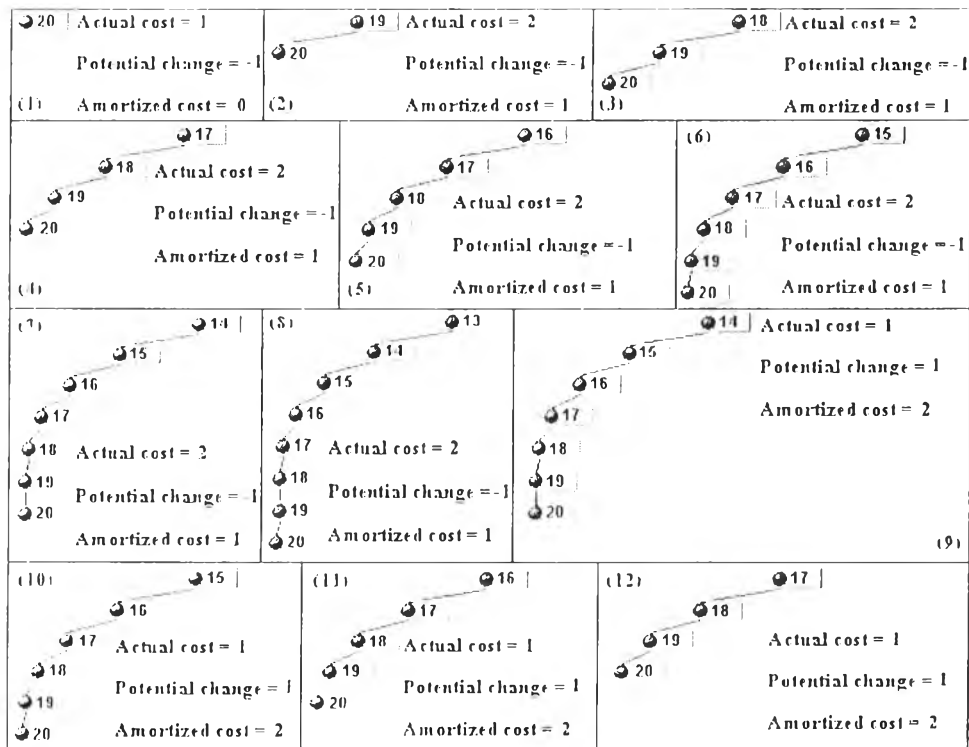
$$(l) = l + 2m$$

- โดยที่  $(l)$  เป็นฟังก์ชันศกซ์  
 $m$  เป็นจำนวน โหนดที่ถูกมาร์ค  
 $l$  เป็นจำนวน ต้นไม้ในฮีพ

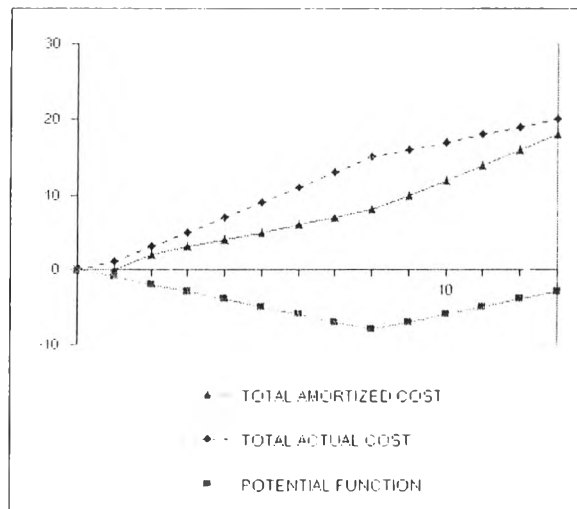
จะเป็นการคิดฟังก์ชันศกซ์ที่ถูกต้อง เพราะ ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน และจะเป็นการคิดฟังก์ชันศกซ์ที่ดี เพราะ ต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.23 (ก) ที่แสดงการดำเนินงานต่างๆ โดยเมื่อนำต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวมและฟังก์ชันศกซ์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.23 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงานต่างๆ และในรูปที่ 4.23 (ค) แสดงรหัสสเปซที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศกซ์ ดังกล่าว

จากรูปที่ 4.23 (ก)





(ก)



(ข)

<applet code=SkewInDel.class width=740 height=450>

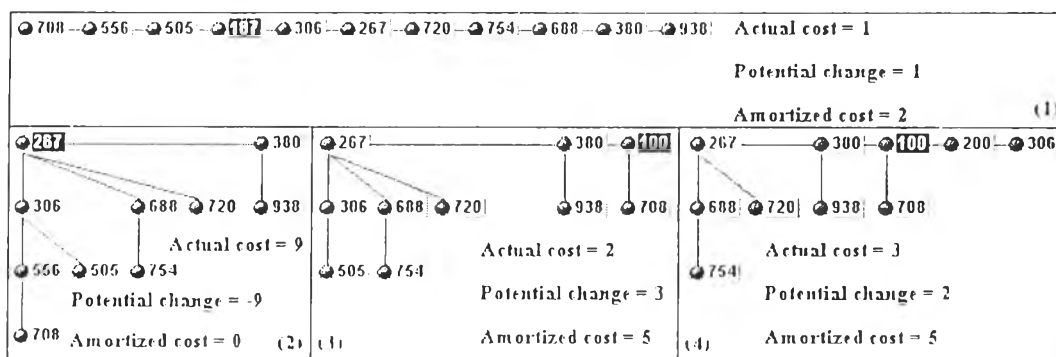
<param name="formula" value="h,n,-">

<!-- h:number of heavy nodes, n:number of nodes, r:number of right nodes -->

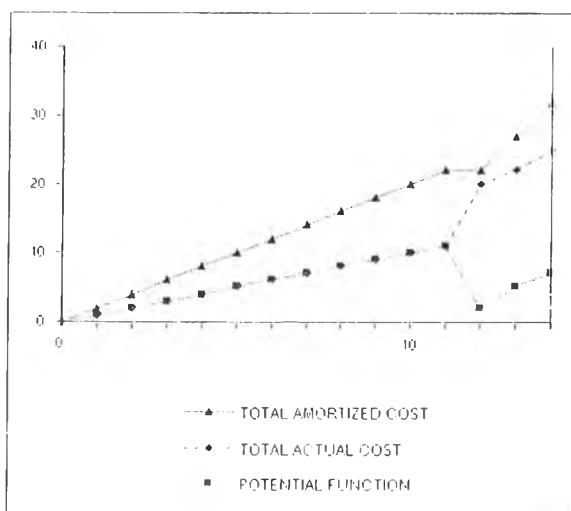
</applet>

(ค)

รูปที่ 4.22 สคิลวิฬ (ก) แสดงการดำเนินการรวมการแทรก 20, แทรก 19, แทรก 18, แทรก 17, แทรก 16, แทรก 15, แทรก 14, แทรก 13, ลบ 13, ลบ 14, ลบ 15, ลบ 16 และลบ 17 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนการดำเนินการรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสของแอปพลิเคชันของเรคอร์ดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $\Phi(T) = h - n$



(ก)



(ข)

```
<applet code=Fibo.class width=740 height=450>
```

```
<param name="formula" value="t,2,m,*,+ ">
```

```
<!-- t: number of trees, m: number of mark nodes, n: number of nodes -->
```

```
</applet>
```

(ค)

รูปที่ 4.23 ฟีโบนัชชี (ก) แสดงการดำเนินการแทรกโหนด 708 โหนด 556 โหนด 505 โหนด 187 โหนด 306 โหนด 267 โหนด 720 โหนด 754 โหนด 688 โหนด 380 โหนด 938 การลบโหนดที่มีค่าน้อยที่สุด แรดค่าที่ 556 เป็น 100 และแรดค่าที่ 505 เป็น 200 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนค่าเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสซอร์สที่เขียนแอสเซมบลีของกริดฟังก์ชันศักย์ของสูตร  $\Phi = t + 2m$

- ขั้นตอนที่ 1 คือขั้นตอนการแทรกโหนดดังต่อไปนี้ตามลำดับ คือ 708, 556, 505, 187, 306, 267, 720, 754, 688, 380 และ 938 ซึ่งในแต่ละขั้นตอนการแทรกนี้ ต้นทุนจริงเป็น 1 เพราะเพียงแทรกโหนดเข้าไปในฮีฟ ไม่ต้องทำการเชื่อมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน

ฟังก์ชันศັกข์เป็น 0 เพราะจะไม่มีโหนดที่ถูกมาร์ค เนื่องจากจะไม่มีโหนดใดที่ถูกหาย  
ไป

- ขั้นตอนที่ 2 เป็นการลบโหนดที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งคือโหนด 187 ในขั้นตอนการลบนี้ มี  
การใช้ต้นทุนจริงที่สูง เพราะจะต้องรวมต้นไม้ที่มีความสูงเท่ากัน ฟังก์ชันศັกข์คงเป็น  
0 เพราะจะไม่มีโหนดที่ถูกมาร์ค เนื่องจากจะไม่มีโหนดใดที่ถูกหายไป
- ขั้นตอนที่ 3 เป็นการลดค่าคีย์ 556 เป็น 100 ต้นทุนจริงเป็น 2 เพราะมีการตัดโหนดที่  
ลดค่า ให้ไปเป็นรากของต้นไม้ใหม่ ฟังก์ชันศັกข์เป็น 1 เพราะพ่อของโหนดที่ถูกลดค่า  
(โหนด 306) จะกลายเป็นโหนดที่ถูกมาร์ค เนื่องจากโหนดที่ถูกลดค่าหายไป กลายเป็น  
เป็นต้นไม้ใหม่
- ขั้นตอนที่ 4 เป็นการลดค่าคีย์ 505 เป็น 200 ต้นทุนจริงเป็น 3 เพราะมีการตัดโหนดที่  
ลดค่า และเนื่องจากพ่อของโหนดที่ถูกลดค่า (โหนด 306) เป็นโหนดที่ถูกมาร์คอยู่  
ก่อนแล้ว ดังนั้นจะต้องโดนตัด ให้ไปเป็นรากของต้นไม้ใหม่ด้วยและจะต้องไม่ถูก  
มาร์ค ฟังก์ชันศັกข์เป็น 1 เพราะโหนด 267 จะกลายเป็นโหนดที่ถูกมาร์ค เนื่องจากถูก  
หายไ

อย่างไรก็ตาม ถ้าคิดฟังก์ชันศັกข์จากสูตร

$$\Phi(T) = t - 2m$$

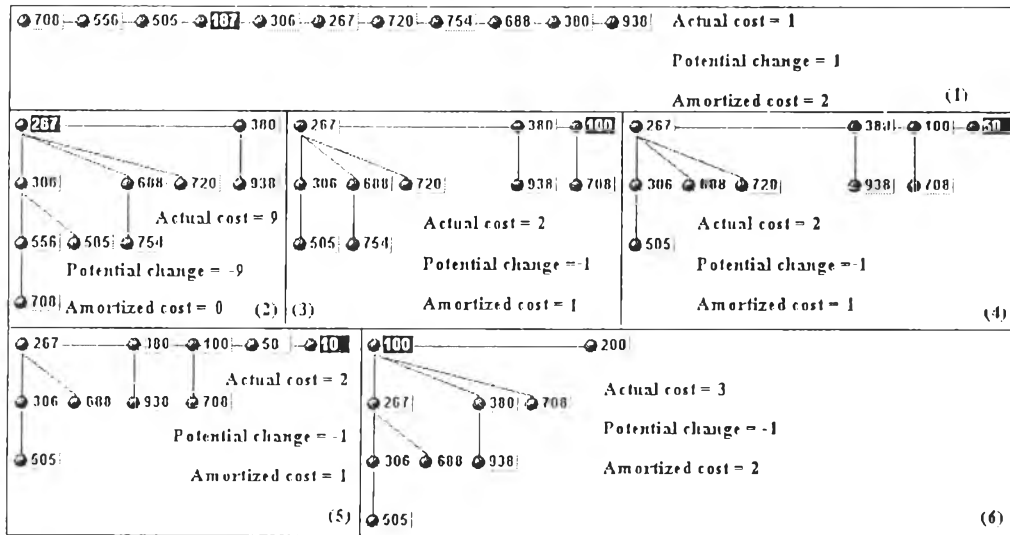
- โดยที่  $\Phi(T)$  เป็นฟังก์ชันศັกข์  
 $m$  เป็นจำนวนโหนดที่ถูกมาร์ค  
 $t$  เป็นจำนวนต้นไม้ในฮีพ

จะถือว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศັกข์ที่ไม่ถูกต้อง เพราะต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน  
ไม่เป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงานอยู่ ดังแสดงในรูปที่ 4.24 (ก) ที่  
แสดงการดำเนินงานต่างๆ ในการคิดฟังก์ชันศັกข์ดังกล่าว เมื่อนำต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม  
และฟังก์ชันศັกข์มาพล็อตเป็นกราฟ ได้ดังรูปที่ 4.24 (ข) แสดงกราฟที่พล็อตได้จากการดำเนินงาน  
ต่างๆ และในรูปที่ 4.24 (ค) แสดงรหัสเลขที่เอ็มแอล ที่ใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศັกข์ ดังกล่าว

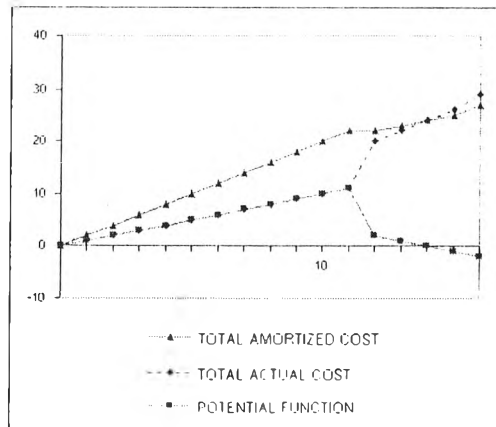
### สรุปผล

ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า สามารถใช้สูตรการคิดฟังก์ชันศັกข์อื่นใดก็ได้ ที่เมื่อนำมา  
พล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศັกข์ แล้วต้นทุน  
ถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการดำเนินงาน จะเป็นขอบเขตบนของต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงาน  
โดยไม่ว่าจะคิดเพียงแต่จะเหมาะสมหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับว่าต้นทุนถั่วเฉลี่ยรวมของลำดับการ  
ดำเนินงาน มีค่าใกล้เคียงกับต้นทุนจริงรวมของลำดับการดำเนินงานแค่ไหน ซึ่งถ้ายิ่งใกล้เคียงกัน

มาก จะถือว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ดี ในทางตรงกันข้ามถ้ายิ่งห่างกันมาก จะถือว่าเป็นการคิดฟังก์ชันศักย์ที่ไม่เหมาะสม ที่ซึ่งฟังก์ชันศักย์ที่ใช้เริ่มต้นควรเป็นศูนย์ และไม่ควรถอดลบ



(ก)



(ข)

```
<applet code=Fibo.class width=740 height=450>
<param name="formula" value="t,2,m,*,-">
<!-- t:number of trees, m:number of mark nodes, n:number of nodes -->
</applet>
```

(ค)

รูปที่ 4.24 ฟิโบนาคีสีอื่น (ก) แสดงการดำเนินงานการแทรกโหนด 708 โหนด 556 โหนด 505 โหนด 187 โหนด 306 โหนด 267 โหนด 720 โหนด 754 โหนด 688 โหนด 380 โหนด 938 การลบโหนดที่มีค่าน้อยที่สุด การลดค่าที่ 556 เป็น 100 และการลดค่าที่ 505 เป็น 200 (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนตัวเฉลี่ยรวม ต้นทุนจริงรวม และฟังก์ชันศักย์ (ค) รหัสเซทซีเอ็มแอล ของการคิดฟังก์ชันศักย์จากสูตร  $D = t - 2m$