บทที่ 3

วิธีการดำเนินวิจัย

การวิจัยเรื่องนี้มีลักษณะเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งจำลองขึ้นด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลชิมูเลชั่น (Monte Carlo Simulation Technique) ด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77(Fortran 77) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา เพื่อหาผลสรุปของอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบค่าเฉลี่ย 3 วิธี เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1 เทคนิคมอนติคาร์โลชิมูเลชั่น (Monte Carlo Simulation Technique)

เทคนิคในการจำลองตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลายวิธี วิธีมอนติคาร์โลเป็นวิธีการจำลองตัวแบบทางคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งหลักการของวิธีมอนติคาร์โลนั้นเป็นการจำลองเลขสุ่ม (Ramdom Number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา โดยขั้นตอนของวิธีมอนติคาร์โลที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.1.1 <u>การสร้างตัวเลขสุ่ม</u> (Random Number)

สิ่งสำคัญในวิธีมอนติคาร์โล คือ การสร้างตัวเลขสุ่ม เพราะต้องนำมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา วิธีการสร้างตัวเลขสุ่มมีหลายวิธีแต่วิธีที่ดีลักษณะของตัวเลขสุ่มที่ สร้างขึ้นมาจะต้องมีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) และตัวเลขสุ่มแต่ละตัวเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

3.1.2 <u>การประยุกต์ตัวเลขสุ่มให้สามารถใช้กับปัญหาที่ต้องการศึกษา</u>

ในขั้นตอนนี้จะขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาที่ต้องการศึกษา ว่าเราจะนำเลขสุ่มนั้นไปใช้โดยตรงเลยหรือไม่ เพราะบางปัญหาอาจจะไม่ใช้ตัวเลขสุ่มโดยตรงแต่อาจจะมีบางขั้นตอนที่ต้องการใช้เลขสุ่ม

3.1.3 <u>การทดลองกระทำซ้ำ</u> (Replication)

เมื่อเราสามารถประยุกต์ตัวเลขสุ่มให้มีลักษณะที่ต้องการได้แล้ว ขั้นตอนต่อไป เราจะทำการทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม มากระทำในลักษณะที่ซ้ำๆ กัน จนกว่าจะได้คำตอบของปัญหาที่เราต้องการศึกษา

3.2 แผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบค่าเฉลี่ย 3 วิธีของประชากรกลุ่มเดียวเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบ้ขวา โดยจะทำการพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 ในแต่ละสถานการณ์ และหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบในแต่ละวิธีที่สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 โดยกำหนดแผนการทดลองดังนี้

3.2.1 การแจกแจงแบบเบ้ขวาของประชากร จะใช้การแจกแจงแลมดาของตูกีร์(Tukey's Lamda Distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงที่กำหนดพารามิเตอร์ $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4$ จากสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่ง โดยกำหนดค่าเฉลี่ยประชากรเท่ากับ 100 และความแปรปรวนของประชากรเท่ากับ 100

3.2.2 สร้างข้อมูลให้มีลักษณะการแจกแจงแบบเบ้ขวา โดยกำหนดสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงดังนี้

สัมประสิทธิ์ความเบ้ α_3	สัมประสิทธิ์ความโด่ง α_4
0.25	2.4, 4.0, 6.0
0.5	2.4, 4.0, 6.0
1.0	4.0, 6.0, 8.0
1.5	6.0, 8.0, 10.0
1.8	8.0, 10.0, 12.0

3.2.3 สุ่มตัวอย่างขนาด 10 20 30 50 และ 70

3.2.4 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบของตัวสถิติที่ระดับ 0.01 0.05 และ0.10

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2.5 ทำการทดสอบสมมติฐาน

3.2.6 หาค่าประมาณระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบ หรือค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ($\hat{\alpha}$)

3.2.7 เปรียบเทียบค่าระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบที่แท้จริง(α) กับค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ($\hat{\alpha}$) ที่ได้ในข้อ 3.2.6 ว่าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ มีค่าไม่เกิน α อย่างไม่มีนัยสำคัญหรือไม่ โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) ณ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินามที่ 0.05

3.2.8 การหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ($\hat{\alpha}$) กระทำได้โดย การนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด เมื่อประชากรมีการแจกแจงด้วยค่าเฉลี่ยตามที่ตั้งไว้ในสมมติฐานว่าง

3.2.9 การหาค่าอำนาจการทดสอบ กระทำได้โดย การนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด เมื่อประชากรมีการแจกแจงด้วยค่าเฉลี่ยอื่น มิใช่ตามที่ตั้งไว้ในสมมติฐานว่าง และสถานการณ์ใดที่ควบคุมค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 ได้ จะทำการหาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนั้น

3.2.10 ในการศึกษาครั้งนี้ได้จำลองการทดลองขึ้นโดยเทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชัน ด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 โดยใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ PC ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 1000 ครั้ง ($n^* = 1000$) ในแต่ละสถานการณ์

3.3 วิธีการทดลอง

เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน 77 โดยใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ PC เพื่อสร้างข้อมูลให้เป็นไปตามแผนการทดลอง และคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 พร้อมทั้งคำนวณค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ ที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 ได้

3.3.1 <u>การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1)</u>

ในการผลิตเลขสุ่ม ชุดตัวเลขที่ผลิตขึ้นมาจะต้องมีคุณสมบัติทางสถิติที่สำคัญสองประการ คือ ความสม่ำเสมอ (Uniform) และความเป็นอิสระซึ่งกันและกัน (Independence) ดังนั้นตัวเลขสุ่มแต่ละตัวจะถูกเลือกอย่างอิสระ และมีการแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution) อยู่ในช่วง 0 ถึง 1

วิธีการผลิตเลขสุ่มแบบ Multiplicative Congruential Method จะผลิตเลขสุ่มจากสมการ

$$X_i = (aX_{i-1}) \bmod M \quad ; \quad i = 1,2,3,.... \qquad (3.1)$$

เมื่อ

X_i เป็นเลขสุ่มตัวที่ i

X_0 เป็นตัวเลขค่าเริ่มต้น

a เป็นตัวคูณคงที่ (Constant Multiplier)

M เป็นค่าคงที่

mod M หมายความว่า ค่า (aX_{i-1}) ถูกหารด้วย M และ คือเศษเหลือ(จำนวนเต็ม)ที่ได้จากการหาร aX_{i-1} ด้วย M

วิธีการสร้างตัวเลขสุ่มแบบนี้ เริ่มต้นโดยกำหนดค่าเริ่มต้น X_0 เรียกว่า Initial Value หรือ Seed จากการใช้สมการข้างต้นจะได้เลขสุ่ม $X_1,X_2,...$ ตามลำดับเป็นเลขจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง M-1 ค่าตัวเลขสุ่มที่ได้เป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง ซึ่งการกำหนดค่า M, a และ X_0 จึงมีความสำคัญมากในการผลิตเลขสุ่ม เนื่องมาจากจะมีผลโดยตรงต่อคุณสมบัติทางสถิติและความยาวของชุดตัวเลขสุ่ม

ในการที่จะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1) ต้องกำหนดค่า M ให้มีค่าของจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุด และเป็นเลขคี่ที่สามารถคำนวณได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยที่ $M = 2^b$ เมื่อ b เป็นค่าความยาว 1 คำ (word)หรือจำนวนบิต(bit)ใน 1 คำ (word)ของเครื่องคอมพิวเตอร์ เช่น เครื่องคอมพิวเตอร์ 32 บิต โดยบิตสุดท้าย 1 บิตใช้สำหรับแสดงเครื่องหมาย ดังนั้นเลขจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดใน 1 คำ และเป็นเลขคี่ที่คอมพิวเตอร์รับได้คือ 2^{b-1}-1 เท่ากับ 2^{31}-1 มีค่าเท่ากับ 2147483647 นั่นคือค่า M ควรมีค่าเท่ากับ 2147483647 และกำหนดค่า a เท่ากับ 7^5= 16807 ซึ่งเป็นค่าคงที่ และค่า X_0 มีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น สามารถผลิตเลขสุ่มที่มี การแจกแจงเอกรูปในช่วง(0, 1) โดยเขียนเป็นโปรแกรมย่อยสับรูทีน RAND ได้ดังนี้

```
SUBROUTINE RAND(IX,YFL)
REAL YFL
```

```
IY = IX*16807
IF (IY.LT.0)  IY = IY+2147483647+1
YFL = IY
YFL = YFL*0.4656613E-9
IX = IY
RETURN
END
```

รูปที่ 3.1 แสดงโปรแกรมย่อยสับรูทีนที่ใช้ผลิตค่าเลขสุ่มU(0,1)

3.3.2 <u>การผลิตเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา</u>

ในการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา จะใช้การผลิตตัวแปรสุ่มแลมดาของตูกีร์ โดยใช้ฟังก์ชันของ Ramberg และคณะ(1979 : 201-214) ซึ่งเป็นการแปลงค่าเลขสุ่ม(Random number) ให้มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์ โดยกำหนดด้วยค่าความเบ้ (α_3) และค่าความโด่ง(α_4) ดังสมการต่อไปนี้

$$X = R(p) = \lambda_1 + \left[p^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4}\right]/\lambda_2 \qquad ; 0<p<1 \qquad (3.2)$$

เมื่อ p คือค่าเลขสุ่ม(YFL) ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

λ_1 คือพารามิเตอร์ที่กำหนดตำแหน่ง (Location parameter)

λ_2 คือพารามิเตอร์มาตราส่วน (Scale parameter)

λ_3, λ_4 คือพารามิเตอร์สัณฐาน (Shape parameter)

โดยที่ค่า $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ ได้จากตารางของ Ramberg ที่กำหนดตามค่าความเบ้ (α_3) และค่าความโด่ง(α_4)

ซึ่งจากการแปลงค่าดังกล่าว จะได้ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 ถ้าต้องการทำให้ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 จะต้องแปลงค่า λ_1 และ λ_2 ในตารางของ Ramberg ก่อนที่จะแทนในสมการ (3.2) ดังนี้

$$\lambda_1(\mu,\sigma) = \lambda_1(0,1)\sigma + \mu$$
$$\lambda_2(\mu,\sigma) = \lambda_2(0,1)/\sigma$$

ส่วน λ_3, λ_4 จะกำหนดค่าต่างๆกันตามความเบ้และความโด่งของการแจกแจงที่ต้องการ

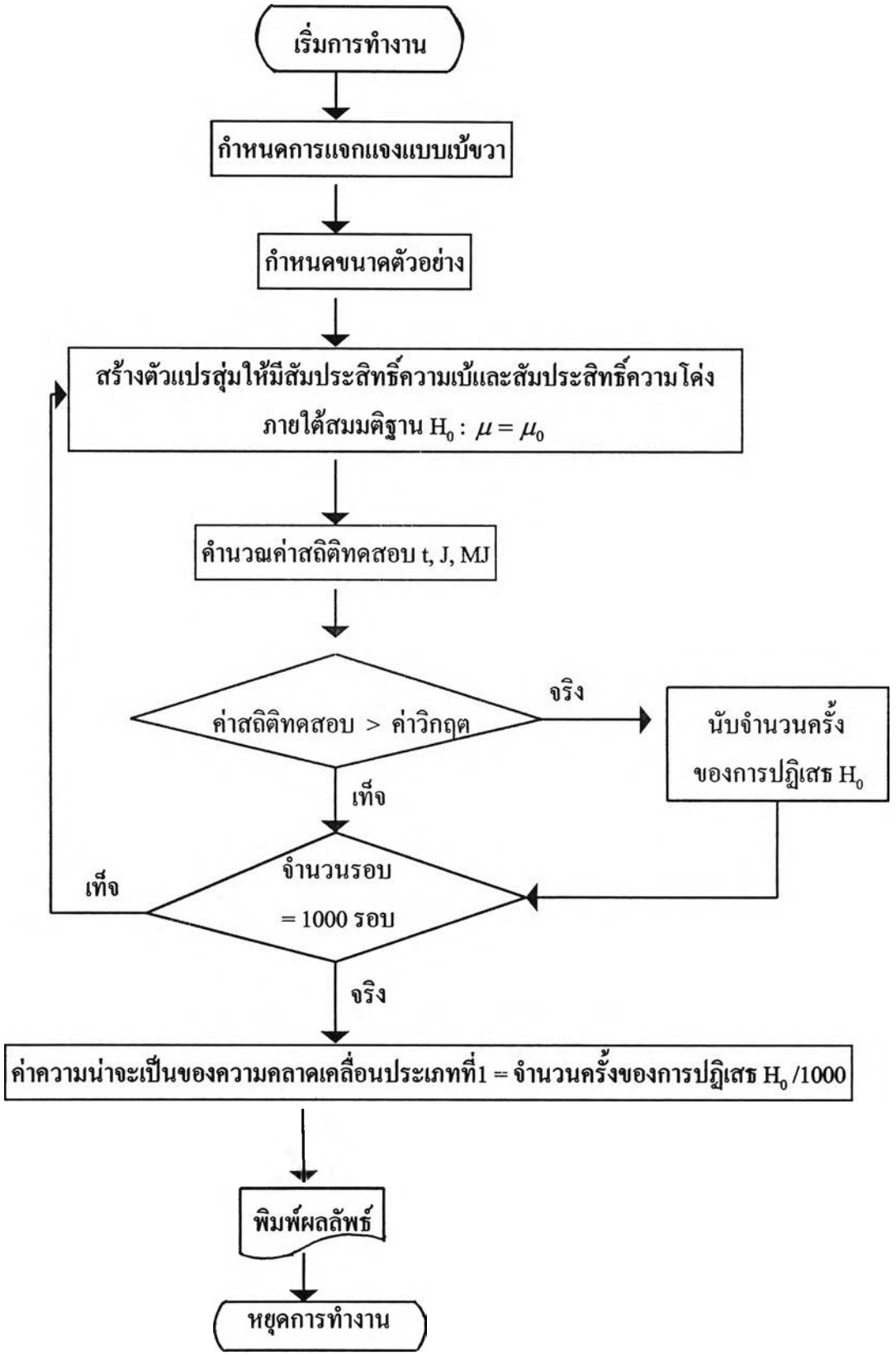
ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์ ที่ความเบ้ (α_3) และความโด่ง (α_4) สามารถสร้างได้โดยใช้โปรแกรมย่อยสับรูทีน SUBROUTINE SKEWED(KS,RLM1 ,RLM2,RLM3,RLM4,EX,STD,XX) ซึ่งเขียนได้ดังนี้

```
SUBROUTINE SKEWED(KS,RLM1,RLM2,RLM3,RLM4,EX,STD,XX)
DIMENSION RLM1(3),RLM2(3),RLM3(3),RLM4(3)
DOUBLE PRECISION XX
COMMON /SEED/IX
      R1 = RLM1(KS)*STD+EX
      R2 = RLM2(KS)/STD
CALL RAND(IX,YFL)
XX = R1+(((YFL**RLM3(KS))-((1-YFL)**RLM4(KS)))/R2)
RETURN
END
```

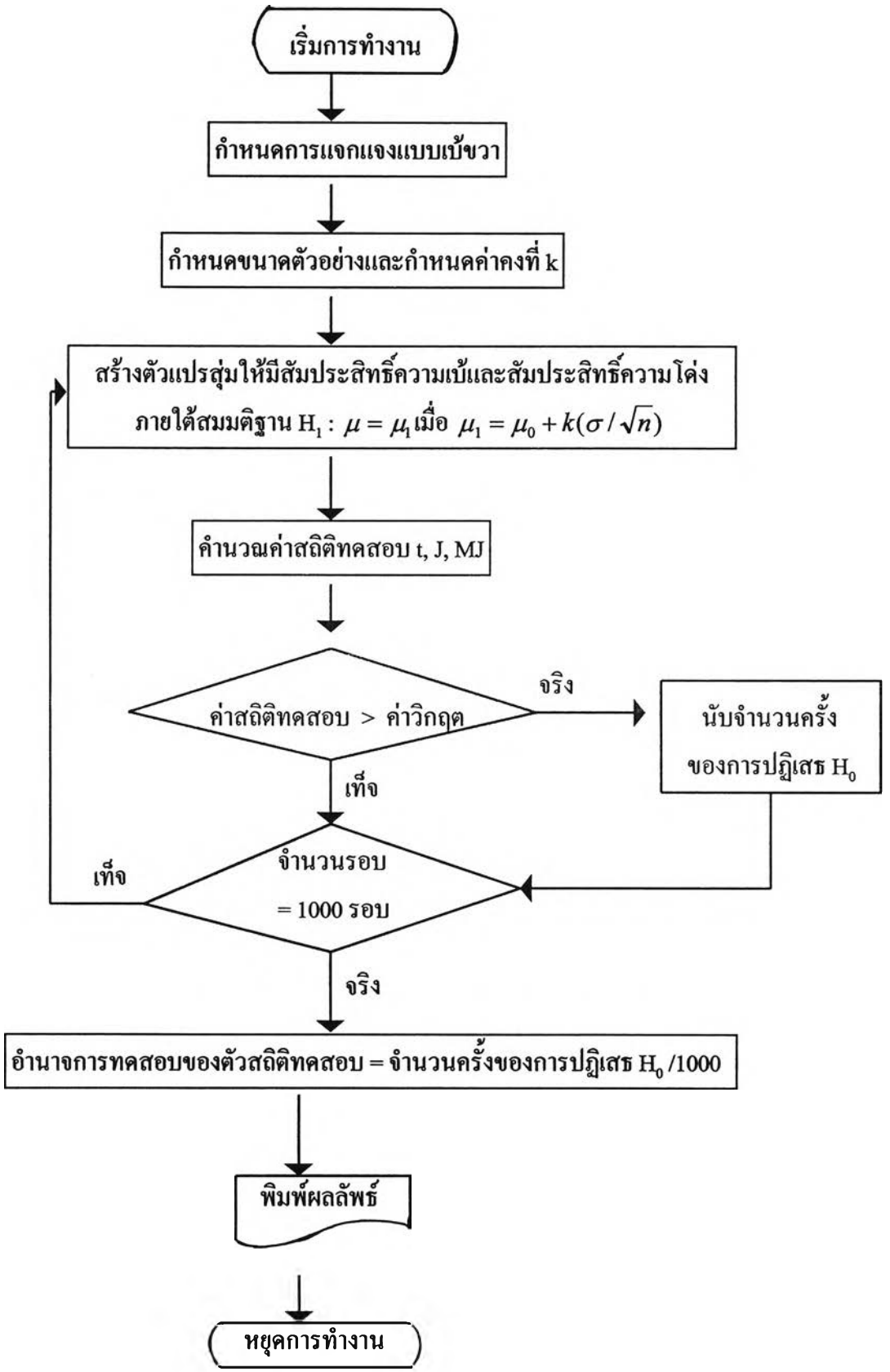
รูปที่ 3.2 แสดงโปรแกรมย่อยสับรูทีนที่ใช้ผลิตตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา

3.4 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม

สามารถเขียนผังงานแสดงขั้นตอนในการหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 และอำนาจการทดสอบได้ดังรายละเอียดต่อไปนี้



รูปที่ 3.3 แผนผังการหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 ของตัวสถิติทดสอบ



รูปที่ 3.4 แผนผังการหาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบค่าเฉลี่ย