บทที่ 4

วิธีการทดสอบความมีประสิทธิภาพ

การทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดจะเริ่มต้นด้วยการหาถึงความผันแปรของด้านเวลา (time vary volatility) หรือผลกระทบของ ARCH effects จากนั้นจะใช้วิธีการของ Cointegration และ Error Correction Model (ECM) ซึ่งเป็นวิธีการที่คิดค้นโดย Engle&Granger ได้ดังนี้

ขั้นที่1 จะทำการหา ARCH effects เพื่อประยุกต์ในการหาแบบจำลอง ARCH-M

ขั้นที่2 ทดสอบคุณสมบัติ Stationary ในแต่ละตัวแปร ถ้าพบว่า Integrate ที่อันดับเดียวกันแล้วจากนั้นจึงนำตัวรบกวนสุ่มที่ได้จากแบบจำลอง ARCH-M ไปทดสอบคุณสมบัติ Stationary ถ้าพบว่า Stationary ให้ดำเนินการขั้นตอนต่อไปแต่ถ้าตัวรบกวนสุ่มมีคุณสมบัติ non-stationary แสดงว่าตลาดไม่มีความสัมพันธ์ในระยะยาว จึงไม่จำเป็นที่จะต้องดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่3 ทำการประมาณแบบจำลอง Error Correction Model (ECM) เพื่อทดสอบดูถึงประสิทธิภาพในระยะสั้น

4.1 ขั้นตอนในการหาความผันแปรทางด้านเวลา

4.1.1 ขั้นที่1 การหาผลกระทบของ ARCH effects

จากสมการถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ k ตัว จะมีรูปแบบจำลองดังนี้คือ

$$Y_t = \beta_1+\beta_2 X_{2t}+\ldots+\beta_k X_{kt}+u_t \text{ ———————————(1)}$$

และถ้าสมมุติความคลาดเคลื่อนให้มีเงื่อนไขในการที่มีความสัมพันธ์กับแหล่งข้อมูลที่หามาได้ ณ. เวลา (t-1) ดังนั้นความคลาดเคลื่อนจะมีรูปการกระจายเป็นปรกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และมีความแปรปรวนเป็น $\alpha_0+\alpha_1 u_{t-1}^2$ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u_t \sim N[0,(\alpha_0+\alpha_1 u_{t-1}^2)] \text{ ——————————(2)}$$

และจากสมการที่2 จะเห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อนมีค่าที่ขึ้นอยู่กับกำลังสองของความคลาดเคลื่อนย้อนหลังไป 1 ช่วงเวลา ซึ่งจะถูกเรียกว่าเป็นขบวนการของ ARCH(1) (autoregressive conditional heteroscedasticity of order 1) ดังนั้นจึงสามารถที่จะเขียนขบวนการของ ARCH effects ให้อยู่ในรูปทั่วๆ ไป ซึ่งมีอันดับที่ p หรือ ARCH(p) ได้ดังนี้คือ

$$\sigma_t^2=\alpha_0+\alpha_1 u_{t-1}^2+\alpha_2 u_{t-2}^2+\ldots+\alpha_p u_{t-p}^2 \text{ ------------------(3)}$$

แต่จากสมการที่3 นั้นไม่สามารถที่จะหาσ_t^2 ได้ดังนั้น Engle จึงได้คิดค้นและหาวิธีการประมาณสมการถดถอยในรูปแบบสมการที่3 ใหม่โดยให้ $\sigma_t^2= u_t^2$ ซึ่งมีผลดังนี้คือ

$$\hat{u}_t^2=\hat{\alpha}_0+\hat{\alpha}_1\hat{u}_{t-1}^2+\hat{\alpha}_2\hat{u}_{t-2}^2+\ldots+\hat{\alpha}_p\hat{u}_{t-p}^2 \text{ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(4)}$$

โดยที่ u_t เป็นความคลาดเคลื่อนที่ประมาณค่าหามาได้จากสมการที่1

ดังนั้นจากสมการ ARCH(p) สามารถที่จะหาอันดับที่เหมาะสมได้โดยใช้ Lagrange Multiplier (LM) tests โดยที่ค่าของ LM นี้จะปรับตัวลู่เข้าสู่การแจกแจงแบบ Chi-square อันดับที่ p ได้ดังนี้

$$nR^2\sim\chi_p^2 \text{ ------------------------(5)}$$

โดยที่ n คือ จำนวนของข้อมูล

R^2คือ correlation coefficient

และยังมี ARCH แบบอื่นซึ่งได้ถูกคิดค้นโดย Bollerslev ซึ่งถูกเรียกว่า GARCH โดยจะประกอบไปด้วยผลของการเปลี่ยนแปลงทางด้านเวลาในอดีต(ARCH term) และผลของความแปรปรวนในอดีต(GARCH term) ซึ่งมีแบบจำลองของ GARCH(p,q)คือ

$$\sigma_t^2=\alpha_0+\alpha_1 u_{t-1}^2+\ldots+\alpha_p u_{t-p}^2+\lambda_1\sigma_{t-1}^2+\ldots+\lambda_q\sigma_{t-q}^2$$

แต่จากข้อสมมุติของ ARCH ซึ่งเดิมได้สมมุติเงื่อนไขให้ความคลาดเคลื่อนมีรูปการกระจายที่เป็นปรกตินั้นได้มีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขเกี่ยวกับตัวรบกวนสุ่มใหม่ โดยให้ตัวรบกวนสุ่มมีรูปแบบที่เป็นการกระจายที่ไม่ใช่การกระจายแบบปรกติ(asymmetric) ซึ่งถูกคิดค้นโดย Zakoian โดยเรียกรูปแบบใหม่นี้ว่า TARCH ซึ่งมีรูปแบบจำลองดังนี้คือ

$$\sigma_t^2=\alpha_0+\alpha_1 u_{t-1}^2+\alpha_2 u_{t-1}^2 d_{t-1}+\beta\sigma_{t-1}^2$$

และอีกรูปแบบหนึ่งคือ EGARCH ซึ่งถูกคิดค้นโดย Nelson ซึ่งมีรูปแบบจำลองคือ

$$\log(\sigma_t^2)=\alpha_0+\beta\log(\sigma_{t-1}^2)+\alpha_1\left|u_{t-1}/\sigma_{t-1}\right|+\alpha_2(u_{t-1}/\sigma_{t-1})$$

จากที่ได้กล่าวถึง ARCH แบบอื่นๆแล้ว จะเห็นได้ว่า GARCH นั้นจะเป็นรูปแบบของ multivariate ซึ่งขึ้นกับผลของการเปลี่ยนทางด้านเวลาในอดีตรวมกับผลของความแปรปรวนในอดีต แต่เราต้องการที่จะพิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงทางด้านเวลาเท่านั้นและในส่วนของ TARCH&EGARCH นั้นเนื่องจากความคลาดเคลื่อนได้สมมุติเงื่อนไขที่มีรูปแบบการกระจายที่ไม่ใช่ปรกติจึงเป็นสาเหตุหลักที่ไม่ใช้เนื่องจากต้องการผลของ ARCH จะไปช่วยในการทำให้เกิด Cointegration ที่ต้องการใช้ความคลาดเคลื่อนมีรูปแบบที่มีการกระจายแบบปรกติ ดังนั้นจึงเป็นสาเหตุหลักที่สำคัญที่ทำให้เลือกรูปแบบของ ARCH ในการทำการศึกษาในครั้งนี้

ในที่สุดเมื่อรู้ผลกระทบของ ARCH effects ว่ามีอันดับที่เหมาะสมแล้วว่ามีค่าเป็นเท่าใดแล้ว ก็สามารถนำผลกระทบของ ARCH effects นั้นมาหารูปแบบจำลองอันใหม่ที่เรียกว่า ARCH-M โดยคำนึงถึงความผันแปรของเวลา (time vary volatility) ของ Engle ซึ่งอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \ldots + \beta_k X_{kt} + \delta(\sigma_t) + \varepsilon_t$$

โดยที่ σ_t เป็นค่าที่ประมาณได้มาจากสมการที่4

4.2 ขั้นตอนในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาด

4.2.1 ขั้นที่2 ทดสอบคุณสมบัติ Stationary

เหตุผลที่ต้องทดลอบคุณสมบัติ Stationary เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลาทางการเงินโดยส่วนใหญ่จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาในลักษณะที่เพิ่มขึ้น ซึ่งจะทำให้การที่จะกำหนดแบบจำลองที่เหมาะสมนั้นเป็นไปได้ยาก เพราะมีอิทธิพลของทางด้านเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้นในการกำหนดแบบจำลองใดๆ ที่ต้องใช้อนุกรมเวลาในอดีตมากำหนดแบบจำลองแล้วทำการประมาณค่าพยากรณ์โดยใช้แบบจำลองนั้น จำเป็นที่จะต้องมีการใช้ข้อสมมุติที่ว่า แบบจำลองที่ใช้ต้องมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาหรือมีคุณสมบัติ Stationary ซึ่งกล่าวได้ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ย(mean) ต้องมีค่าคงที่

   $E(X_t)=E(X_{t+m})=\mu_x$ สำหรับ t และ m ใดๆ

2. ความแปรปรวน(variance) ต้องมีค่าคงที่

   $Var(X_t)=Var(X_{t+m})=\sigma_x^2$ สำหรับเวลา t และ m ใดๆ

3. ความแปรปรวนร่วม (covariance) มีค่าคงที่ และขึ้นอยู่กับช่วงเวลาที่ห่างกัน k หน่วย แต่ไม่ขึ้นกับเวลา t ใดๆ

   $Cov(X_t,X_{t+k})=Cov(X_{t+m},X_{t+m+k})=\gamma_k$

ดังนั้นถ้าอนุกรมเวลาที่พิจารณาขาดคุณสมบัติข้อใดข้อหนึ่งใน 3 ข้อ แสดงว่ามีคุณสมบัติ non-stationary ด้วยวิธีการสังเกตจากกราฟระหว่างอนุกรมเวลากับเวลาสำหรับค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ส่วนความแปรปรวนร่วมจะสังเกตจากกราฟไม่ได้ อย่างไรก็ตามถ้าสังเกตจากกราฟแล้วพบว่าค่าเฉลี่ยหรือความแปรปรวนของอนุกรมเวลาชุดนั้นไม่คงที่ แสดงว่ามีคุณสมบัติ non-stationary ซึ่งสามารถแปลงให้มีคุณสมบัติ Stationary ได้ดังนี้คือ

1.อนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปตามเวลา และถ้าอนุกรมเวลาไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลและความแปรปรวนมีค่าคงที่ และค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนไปตามเวลาสามารถอธิบายได้ด้วยโพลิโนเมียลอันดับต่างๆ ลักษณะเช่นนี้เรียกว่ากระบวนการ Homogeneous ซึ่งสามารถที่จะแปลงกระบวนการประเภทนี้ให้มีคุณสมบัติ Stationary ได้ ด้วยการหาผลต่าง แต่โดยทั่วๆไปในการหาผลต่างมักไม่เกิน 2 ครั้ง

2.อนุกรมเวลามีความแปรปรวนเปลี่ยนไปตามเวลา การแปลงอนุกรมประเภทนี้ให้มีคุณสมบัติ Stationary สามารถที่ทำได้โดยการแปลงให้อยู่ในรูป log , การแปลงด้วยรากที่สองหรือการแปลงด้วยฟังก์ชัน เป็นต้น

3.อนุกรมเวลาที่มีค่าทั้งค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนไม่คงที่ต้องแปลงอนุกรมเวลาให้มีความแปรปรวนคงที่ก่อนแล้วจึงค่อยแปลงค่าเฉลี่ยให้มีค่าคงที่ตามมาทีหลัง

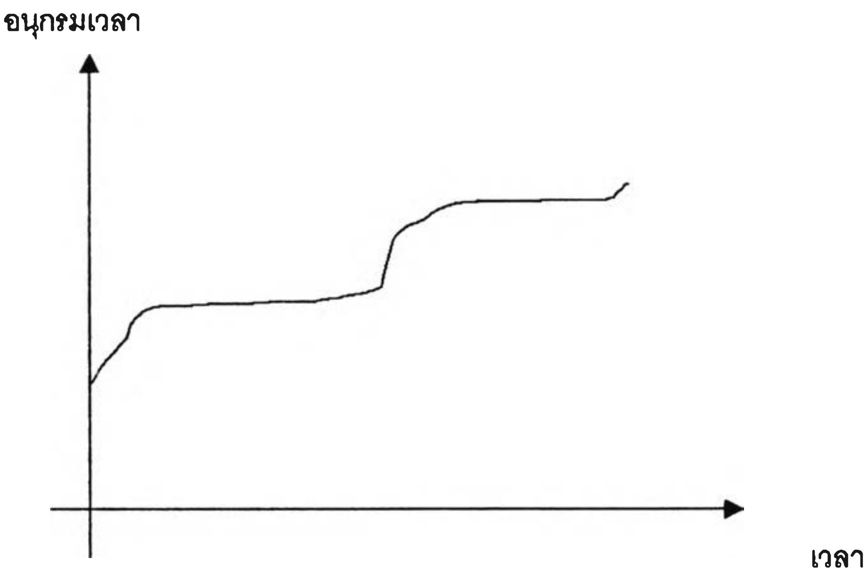
วิธีการทดสอบคุณสมบัติ Stationary

วิธีที่1 โดยการเขียนกราฟระหว่างอนุกรมเวลากับเวลา

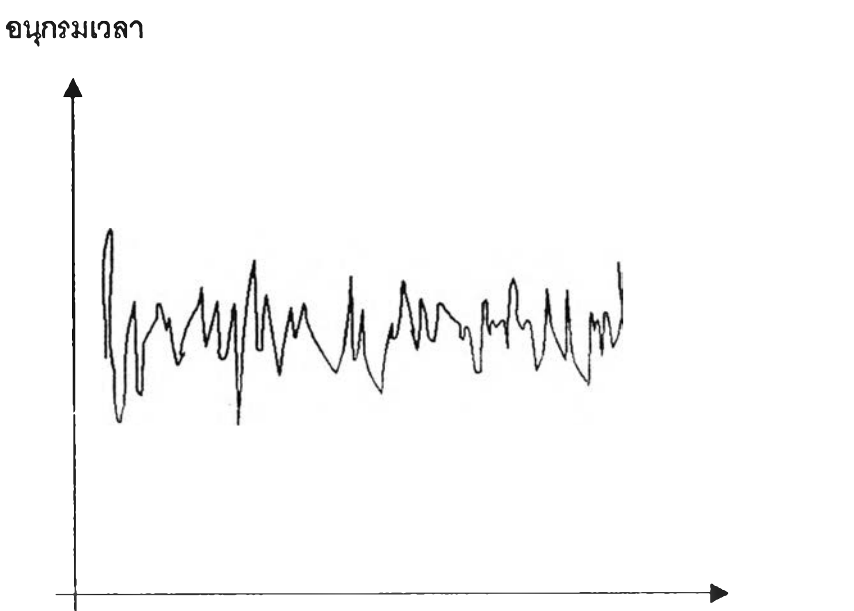
สามารถสังเกตได้ว่าถ้ากราฟมีแนวโน้มที่มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ non-stationary ดังรูปที่ 4.1(ก) แต่ถ้ากราฟมีลักษณะที่กระจายขึ้นลงรอบๆ ค่าหนึ่ง แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ stationary ดังรูปที่ 4.2(ข)

รูปที่4.1 กราฟระหว่างอนุกรมเวลากับเวลา

ก. non-stationary



ข. stationary



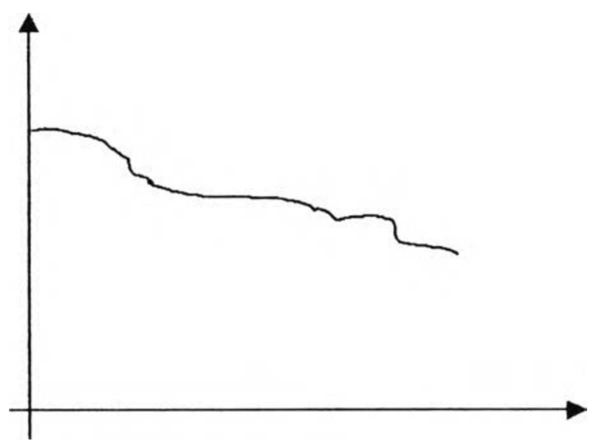
วิธีที่2 โดยการพิจารณา Autocorrelation Function (ACF) หรือ Correlogram

ถ้าได้กราฟที่มีลักษณะที่ค่อยๆลดลงอย่างช้าๆ แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ non-stationary ดังรูปที่4.2(ก) แต่ถ้ากราฟมีลักษณะที่ลดลงอย่างรวดเร็วทันทีทันใด แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ stationary ดังรูปที่4.2(ข)

รูปที่4.2 Correlogram

ก.non-stationary

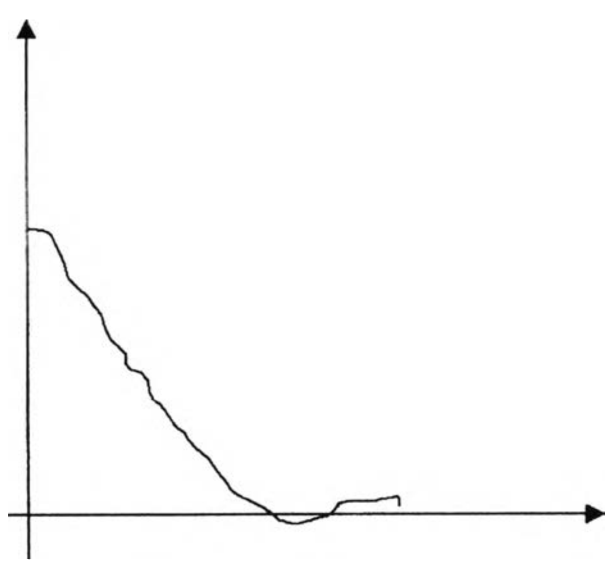
autocorrelation



จำนวน lag

ข.stationary

autocorrelation



จ้านวน lag

วิธีที่3 โดยการทดสอบ Unit Root

วิธีนี้ใช้กันอย่างแพร่หลายซึ่งถูกคิดค้นโดย Dickey&Fuller โดยที่สมมุติว่ามีค่าสังเกตดังนี้ คือ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ซึ่งค่าสังเกต ณ. เวลาปัจจุบันสามารถอธิบายได้ในเทอมของค่าสังเกตในอดีตย้อนหลังไป 1 ช่วงเวลา และค่าความคลาดเคลื่อน ณ. เวลาปัจจุบัน จะเรียกขบวนการนี้ว่า ขบวนการ First order Autoregressive (AR(1)) ได้ดังนี้คือ

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \text{ ---------------------------(6)}$$

เมื่อ ρ คือ จำนวนจริง

ε_t คือ ลำดับของความคลาดเคลื่อนที่เป็นอิสระต่อกัน โดยมีการกระจายแบบปรกติมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และความแปรปรวนคือ σ^2 ($\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$)

ดังนั้นถ้า $|\rho| < 1$ อนุกรมเวลา X_t จะลู่เข้าหาอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติ stationary โดยที่ t เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ อย่างไม่มีที่สิ้นสุด แต่ถ้า $|\rho| > 1$ อนุกรมเวลาจะมีคุณสมบัติที่เป็น non-stationary และความแปรปรวนจะเพิ่มขึ้นแบบ Exponential เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น แต่ถ้า $|\rho| = 1$ อนุกรมเวลาก็ยังมีคุณสมบัติที่เป็น non-stationary อยู่ ซึ่งมีสาเหตุมาจากความแปรปรวนของ X_t จะมีค่าเท่ากับ $t\sigma^2$ ซึ่งกรณีนี้เรียกว่า Random Walk เป็นจุดที่น่าสนใจเพราะสามารถที่จะแปลงสมการให้มีคุณสมบัติเป็น Stationary ได้โดยวิธีการหาผลต่าง

และในระยะเวลาต่อมา Nelson&Plosser(1982) ได้ทำการแบ่งกระบวนการ non-stationary ออกเป็น 2 ประเภทด้วยกันคือ

1.Trend stationary process

กระบวนการนี้ประกอบด้วยฟังก์ชัน Deterministic ของเวลาที่เรียกว่าแนวโน้ม (trend) รวมกับกระบวนการ Stochastic ที่มีคุณสมบัติ stationary ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วข้อมูลอนุกรมเวลาทางด้านเศรษฐศาสตร์จะผันแปรไปในลักษณะที่ทำให้ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น ซึ่งรูปแบบสมการแนวโน้มมีลักษณะดังนี้

$$X_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \text{ -------------------(7)}$$

โดยที่ α และ β เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่

X_t คือ อนุกรมเวลาที่พิจารณา

ε_t คือ การเบี่ยงเบนจากแนวโน้ม

t คือ แสดงแนวโน้มของเวลา

จะเห็นได้ว่าการเคลื่อนไหวในสมการที่ 7 ของตัวแปร X_t ในระยะยาวมีแนวโน้มที่จะเบนเข้าสู่ค่าเฉลี่ย $\alpha+\beta t$ โดยไม่ได้รับอิทธิพลจากเหตุการณ์ในอดีตและปัจจุบัน และความผิดพลาดจากการพยากรณ์ในระยะยาวเท่ากับ ε_t ซึ่งมีค่าความแปรปรวนคงที่ ดังนั้นจึงส่งผลให้ความไม่แน่นอนที่จะเกิดขึ้นจึงมีขอบเขตที่จำกัด

2.Difference stationary process

กระบวนการนี้ต้องหาผลต่างก่อนจึงจะทำให้มีคุณสมบัติ stationary เกิดขึ้น โดยที่รูปแบบสมการของขบวนการวิธีนี้จะมีลักษณะดังนี้

$X_t=X_{t-1}+ d +\varepsilon_t$ โดยที่ $\varepsilon_t\sim iid(0,\sigma_\varepsilon^2)$------------(8)

โดยที่ d คือ drift term มีค่าคงที่

ดังนั้นเพื่อให้เห็นความแตกต่างระหว่าง Trend stationary process ของสมการที่ 7 กับ Difference stationary process ของสมการที่ 8 เราสามารถที่จะแสดงได้ดังนี้คือ

จากสมการที่8 $X_t=X_{t-1}+d+\varepsilon_t$

$X_{t-1}=X_{t-2}+d+\varepsilon_{t-1}$

$\vdots$

$X_1=X_0+d+\varepsilon_0$

ดังนั้นเมื่อจัดอยู่ในรูปใหม่จะได้

$$X_t = X_0 + dt + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i \text{ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(9)}$$

จะสังเกตเห็นได้ว่าสมการที่ 7 และสมการที่ 9 เป็นขบวนการที่สามารถอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันเส้นตรงของเวลาบวกกับค่าที่เบี่ยงเบนไปจากแนวโน้ม แต่ก็ยังมีความแตกต่างที่เห็นได้อย่างชัดเจนคือ intercept ในสมการที่ 7 จะเป็นค่าคงที่ แต่ในสมการที่9 จะเป็นค่าของเหตุการณ์ในอดีตและค่าของการเบี่ยงเบนจากแนวโน้มในสมการที่ 7 มีคุณสมบัติ stationary แต่ในสมการที่ 9 จะเป็นการสะสมของการเปลี่ยนแปลงที่มีคุณสมบัติ stationary แต่ค่าของการสะสมจะมีคุณสมบัติที่เป็น non-stationary เนื่องจากสาเหตุของความแปรปรวนเพิ่มขึ้นโดยไม่มีขอบเขตเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น จึงสังเกตได้ว่าค่าการพยากรณ์ในระยะยาวของ Difference stationary process ได้รับอิทธิพลมาจากเหตุการณ์ในอดีต ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้ Difference stationary process มีคุณสมบัติเป็น Pure Stochastic Process แต่ Trend stationary process จะเป็นพื้นฐานของ Deterministic Process

Nelson&Plosser ได้ขยายการทดสอบ Unit Root ของ Dickey&Fuller โดยได้เริ่มต้นด้วยการประมาณสมการ Autoregressive Model ตามสมการดังนี้

$X_t=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 X_{t-1}+\varepsilon_t$ -----------(10)

สมการที่10 จะประกอบไปด้วยทั้ง drift และ linear deterministic trend โดยที่ส่วนของ linear deterministic trend มีไว้เพื่อต้องการทดสอบว่าอนุกรมเวลาที่เรากำลังพิจารณาอยู่นั้นมีคุณสมบัติเป็น Trend stationary หรือไม่ และสามารถที่จัดรูปแบบสมการที่10 ได้ใหม่ดังนี้คือ

$X_t-X_{t-1}=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 X_{t-1}-X_{t-1}+\varepsilon_t$

$\Delta X_t=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2^{*} X_{t-1}+\varepsilon_t$ -------------------(11)

โดยที่ $\alpha_2^{*}=\alpha_2-1$

และการทดสอบของ Dickey&Fuller จะทำการตั้งสมมุติฐานในการทดสอบได้ดังนี้คือ

$H_0:\alpha_2^{*}=0$

$H_1:\alpha_2^{*}\neq 0$

โดยที่การทดสอบถ้าพบว่าไม่สามารถปฏิเสธสมมุติฐานหลักที่ตั้งเอาไว้ได้หรือยอมรับ H_0 แสดงว่าตัวแปรอนุกรมเวลาที่เรากำลังพิจารณาอยู่นั้นมีลักษณะเป็น non-stationary หรือมี Unit Root นั่นเอง

และถ้าสมการที่ต้องการทดสอบไม่มี linear deterministic trend จะได้เป็นดังสมการที่12 และถ้าไม่มีทั้ง drift และ linear deterministic trend จะเป็นดังสมการที่13 ตามลำดับ

$\Delta X_t=\alpha_0+\alpha_2^{*} X_{t-1}+\varepsilon_t$ -------------------(12)

$\Delta X_t=\alpha_2^{*} X_{t-1}+\varepsilon_t$-------------------------(13)

อย่างไรก็ตามการทดสอบ Unit Root ด้วยวิธี Dickey-Fuller ยังมีจุดอ่อนเนื่องมาจากได้สมมุติไว้ว่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิดปัญหา Autocorrelation แต่ถ้าความคลาดเคลื่อนเกิดปัญหานี้ขึ้นมา จะทำให้การประมาณด้วยวิธี OLS ได้ความแปรปรวนที่สูงเกินไป ปัญหานี้จึงทำให้ Dickey&Fuller ได้ทำการแก้ไขด้วยการเพิ่มตัวแปรในรูปของ lag (ΔX_{t-i}) เข้าไปเป็นตัวแปรอธิบายตัวหนึ่ง การทดสอบนี้จึงเรียกว่า Augmented Dickey-Fuller (ADF) ซึ่งมีรูปแบบสมการดังต่อไปนี้คือ

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2^* X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (14)$$

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \alpha_2^* X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (15)$$

$$\Delta X_t = \alpha_2^* X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (16)$$

ค่า k คือ จำนวนตัวแปรในรูป lag ที่ทำให้ตัวรบกวนสุ่มในสมการที่ 14 ,15และ16 ไม่เกิดปัญหา Autocorreation

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบยังคงเหมือนวิธี Dickey-Fuller ซึ่งในการทดสอบ Unit Root ต้องพิจารณาด้วยว่าเลือกที่จะมี drift และ linear deterministic trend ดังสมการที่14 หรือเลือกที่จะมี drift อย่างเดียวตามสมการที่15 หรือไม่มีทั้งสองอย่างดังสมการที่16 ขึ้นอยู่กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่กำลังพิจารณาอยู่

สำหรับในกรณีการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดปริวรรตเงินตราต่างประเทศ ตัวแปรที่ใช้คืออัตราแลกเปลี่ยนทันทีในอนาคตและอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า ณ. เวลาปัจจุบัน โดยทดสอบว่าจำนวนครั้งในการหาผลต่างเพื่อให้มีคุณสมบัติ Stationary เท่ากันหรือไม่ ถ้าคำตอบที่ได้เท่ากัน จึงจะนำไปทดสอบ Cointegration ในขั้นตอนต่อไป

4.2.2 ขั้นที่3 ทดสอบ Cointegration

เป็นการทดสอบความสอดคล้องของข้อมูลอนุกรมเวลาของคู่ตัวแปรใดๆ ว่าในระยะยาวจะมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพเกิดขึ้นหรือไม่ หรืออีกนัยหนึ่งเรียกว่ามีการ Cointegrated ระหว่างตัวแปรแม้ว่าในระยะสั้นอาจมีความแตกต่างกันไปบ้างเมื่อได้รับผลกระทบมาจากปัจจัยตามฤดูกาล(Seasonal Factor) แต่ถ้าพบว่าตัวแปรเหล่านั้นมี Cointegrated ต่อกันแล้วในระยะยาวจะต้องมีกลไกบางอย่างที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวไปในทิศทางเดียวกัน โดยการทดสอบการเคลื่อนไหวของค่าความคลาดเคลื่อนของสมการความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ต้องการทำการทดสอบ โดยมีเงื่อนไขดังนี้

1.ตัวแปรอนุกรมเวลาที่ต้องการทดสอบต้องมีคุณสมบัติ Stationary หรือถ้าตัวแปรที่ต้องการทดสอบไม่มีคุณสมบัติดังกล่าว แต่ถ้าสมการของผลต่างของตัวแปรใดๆ มีลำดับที่ระดับเดียวกันในการเกิดคุณสมบัติ Stationary แล้ว อาจกล่าวได้ว่าตัวแปรอนุกรมเวลาดังกล่าวมีการเคลื่อนไหวที่สอดคล้องกัน Cointegration

2.แม้ว่าตัวแปรที่ต้องการทดสอบจะไม่มีคุณสมบัติ Stationary ก็ตาม แต่ถ้าความคลาดเคลื่อนของความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงของคู่ตัวแปรใดๆ มีคุณสมบัติ Stationary แล้ว เราสามารถกล่าวได้ว่าตัวแปรของความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงที่กำลังพิจารณาอยู่จะมีลักษณะเป็น Cointegration กันได้

โดยวิธีการของการทำ Cointegration ซึ่งคิดค้นโดย Engle&Granger จะเป็นวิธีการซึ่งมีขั้นตอนในการทำ 2 ขั้นตอน หรือที่เรียกว่า Two step approach ซึ่งในขั้นแรกจะต้องประมาณการสมการถดถอยที่ต้องการจะทดสอบก่อน ในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดปริวรรตเงินตราต่างประเทศในรูปแบบของสมการที่ต้องการจะประมาณจะมีรูปแบบจำลอง ในลักษณะของ ARCH-M ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$S_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 F_t + \alpha_3 \sigma_t + e_{t+1} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (17)$$

โดยที่ S_{t+1} คือ อัตราแลกเปลี่ยนทันทีในอนาคตซึ่งอยู่ในรูป log

F_t คือ อัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า ณ. เวลาปัจจุบันซึ่งอยู่ในรูป log

σ_t คือ ผลกระทบของ ARCH effects

และในขั้นที่สอง คือ จะทำการทดสอบดูว่าค่าของความคลาดเคลื่อนที่ประมาณได้ในขั้นแรกดังสมการที่17 มีคุณสมบัติเป็นอันดับที่ศูนย์(I(0)) หรือไม่ โดยกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือเกิดขบวนการ stationary ขึ้นหรือไม่นั่นเอง ซึ่งในขั้นตอนนี้ Engle&Granger ได้แนะนำการทดสอบโดยได้เสนอไว้ 7 วิธี แต่ในที่นี้จะนำเสนอ 2 วิธี คือ Dickey-Fuller(DF) และ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

1.Dickey-Fuller(DF) เป็นการทดสอบการเปลี่ยนแปลงในตัวรบกวนสุ่มที่หามาได้จากสมการที่17 โดยที่พิจารณาได้จากสมการดังนี้

$$\Delta e_t = \Phi^{*} e_{t-1} + \varepsilon_t \text{ ------------------------- } (18)$$

โดยที่ Δe_t คือ การเปลี่ยนแปลงของความคลาดเคลื่อนที่หามาได้จากสมการที่17 และสมมุติฐานที่ตั้งไว้ใช้สำหรับการทดสอบก็คือ

$H_0 : \Phi^{*} = 0$

$H_1 : \Phi^{*} \neq 0$

โดยการทดสอบถ้าพบว่าไม่สามารถปฏิเสธสมมุติฐานหลักที่ตั้งไว้ได้หรือยอมรับ H_0 แสดงว่ามี Unit root หรือกล่าวได้ว่าความสัมพันธ์ของสมการไม่มีดุลยภาพในระยะยาว

2.Augmented Dickey-Fuller(ADF) เป็นการทดสอบที่คล้ายกับวิธีที่1 แต่จะให้ความน่าเชื่อถือมากกว่าเนื่องจากมีการนำตัวแปรในอดีตของการเปลี่ยนแปลงในความคลาดเคลื่อนเข้ามาพิจารณาด้วย เพื่อช่วยให้ตัวประมาณค่ามีความเอนเอียงน้อยลงและมีประสิทธิภาพเพิ่มมากขึ้น โดยรูปแบบของสมการคือ

$$\Delta e_t = \phi^* e_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i \Delta e_{t-i} + \varepsilon_t \text{ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ } (19)$$

โดยที่ p คือ ความล่าช้าของเวลาที่เหมาะสม (Optimum lag) ซึ่งพิจารณาได้จากค่าของ Akaike โดยเลือกค่าที่ทำให้ค่าของ Akaike มีค่าน้อยที่สุด

และค่าวิกฤต(Critical Values) สำหรับการทดสอบนี้สามารถดูได้จากตารางของ Engle&Granger และ Engle&Yoo ในกรณีที่ค่า τ-statistic ของสัมประสิทธิ์ของ e_{t-1} ที่คำนวณได้ตามสมการที่18 มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต(Critical Value) แล้วแสดงว่า e_t มีคุณลักษณะที่เป็น I(0) ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงที่กำลังพิจารณาอยู่นั้นจะมีความสัมพันธ์ในเชิงดุลยภาพในระยะยาวเกิดขึ้น

การทดสอบ Cointegration ในสมการที่17 จะเป็นเงื่อนไขที่จะนำไปสู่การหาผลกระทบในระยะสั้นในรูปแบบจำลองของ ECM ถ้าสมการที่17 พบว่าเกิดการ Cointegrated กัน ทำให้สามารถที่จะประมาณรูปแบบจำลอง ECM ในขั้นตอนต่อไปได้

4.2.3 ขั้นที่4. การประมาณ Error Correction Model(ECM)

เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการประมาณ ECM ก็คือ ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว โดยถ้าเกิดความสัมพันธ์ขึ้นดังกล่าวแล้ว ก็สามารถที่จะใช้แบบจำลองของ ECM มาใช้เพื่อที่จะอธิบายผลของการปรับตัวในระยะสั้นได้ โดยที่จะเป็นไปตามสมการดังนี้คือ

$$\Delta S_{t+1} = c + ae_{t-1} + b\Delta F_t + d\Delta\sigma_t + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \Delta S_{t+1-k} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k \Delta F_{t-k} + \sum_{k=1}^{p} \delta_k \Delta\sigma_{t-k} + \varepsilon_t \text{ \_\_ } (20)$$

โดยที่ e_{t-1} คือ error correction term ซึ่งเป็นค่าย้อนหลังไป 1 ช่วงเวลาของค่าในสมการที่ 17

และจากสมการจะเห็นได้ว่า การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นทันทีทันใดในระยะเวลาสั้นๆ ของอัตราแลกเปลี่ยนทันทีใน 1 ช่วงเวลา เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนล่วง

หน้า การเปลี่ยนแปลงของผลกระทบจากการผันแปรของเวลาและความคลาดเคลื่อนของช่วงเวลาที่ย้อนหลังไปล่าสุดที่ไม่ได้ดุลยภาพ และจะทำการปรับตัวให้ถูกต้องหรือให้เข้าไปสู่ดุลยภาพในช่วงเวลาถัดไป โดยที่การเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใดๆ ในช่วงเวลาย้อนหลังต่างๆ จะไม่มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนทันที เพราะถ้าการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาย้อนหลังต่างๆ มีอิทธิพลขึ้นมาจะสามารถก่อให้เกิดโอกาสในการที่จะแสวงหาผลกำไรเกินควรได้

ดังนั้นเมื่อทำการประมาณแบบจำลอง ECM แล้ว ก็สามารถที่จะใช้แบบจำลองในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดปริวรรตเงินตราต่างประเทศ ได้โดยมีเงื่อนไขในการตั้งสมมุติฐานที่ว่า $-a=b=1$ และ $d=\alpha_k=\beta_k=\delta_k=0$ แต่ถ้าการทดสอบปรากฏว่าปฏิเสธสมมุติฐานที่ตั้งไว้ จึงแสดงว่า ตลาดไม่มีประสิทธิภาพเกิดขึ้นในระยะสั้นเพราะจะทำให้ไม่เกิดการปรับตัวที่ทำให้ค่าของ $F_t=S_{t+1}$