

บทที่ 3

การวิเคราะห์ทางทฤษฎี

รายละเอียดที่จะนำเสนอต่อไปในบทนี้ จะเป็นแนวทางการวิเคราะห์ทางทฤษฎีของ อัลกอริทึมการแก้ไขปัญหาแบบไบนารีทรี (Binary Tree) ที่มีเงื่อนไขของเวลา และการนำเสนอ ผลการวิเคราะห์ทางทฤษฎี โดยจะนำเสนอสมการที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณค่าปริมาณงานออก ค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ย ตลอดจนการนำเสนอผลการคำนวณเปรียบเทียบในกรณีที่พารามิเตอร์ สำคัญปรับเปลี่ยนค่าไป อาทิ ปริมาณทรานซิปิกโดยเฉลี่ย หรือค่าเงื่อนไขของเวลา เป็นต้น การ คำนวณผลที่ได้ทางทฤษฎีนี้จะเป็พื้นฐานในการเปรียบเทียบผลจากทดลองจากแบบจำลองทาง คอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้น

3.1 แบบจำลองระบบ และสมมติฐานสำคัญในการศึกษา

- (1) ผู้ใช้ในระบบมีคุณสมบัติเท่าเทียมกันในการส่งแพ็คเก็ต และการรับแพ็คเก็ต ตลอดจนมีสิทธิ์ในการเข้าใช้ช่องสัญญาณที่เท่าเทียมกัน (Identical) ยกเว้นใน กรณีที่เกิดข้อขัดแย้ง ซึ่งผู้ใช้ (หรือแพ็คเก็ต) ที่มีปัญหาจากการเข้าใช้ช่อง สัญญาณจะมีลำดับความสำคัญมากกว่าผู้ใช้ที่ต้องการส่งแพ็คเก็ตใหม่ สำหรับ ในการวิเคราะห์ในครั้งนีกำหนดจำนวนผู้ใช้เท่ากับ N สถานี
- (2) ผู้ใช้ในระบบมีพฤติกรรมการเข้าใช้ช่องสัญญาณในลักษณะ Bursty กล่าวคือใน สภาวะปกติ (เมื่อพิจารณาในช่วงระยะเวลาหนึ่ง) ผู้ใช้จะมีความ ต้องการใช้ช่องสัญญาณต่ำ (Low Duty Cycle) แต่หากมีความต้องการใช้ช่อง สัญญาณแล้วนั้น ผู้ใช้จะมีความต้องการการตอบสนองจากช่องสัญญาณอย่าง รวดเร็ว
- (3) ผู้ใช้ที่มีความพร้อมในการส่งข้อมูล จะทำการส่งแพ็คเก็ตที่มีขนาดเท่ากัน เข้าสู่ ไทม์สล็อตซึ่งมีความกว้างเท่ากับระยะเวลาการส่งแพ็คเก็ต โดยมีสมมติฐานว่า ระบบไม่มีปัญหาของการซิงโครไนซ์ (Synchronize) ระหว่างผู้ใช้ในระบบ และ ช่องสัญญาณไม่มีความบกพร่องในการรับแพ็คเก็ต (Perfect Capture)
- (4) ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้สถานีหนึ่งจะทำการส่งแพ็คเก็ตในไทม์สล็อตใดๆ α จะมี ค่าเท่ากับ α โดยที่ α จะมีค่าต่ำมาก เนื่องจากลักษณะพฤติกรรมของผู้ใช้

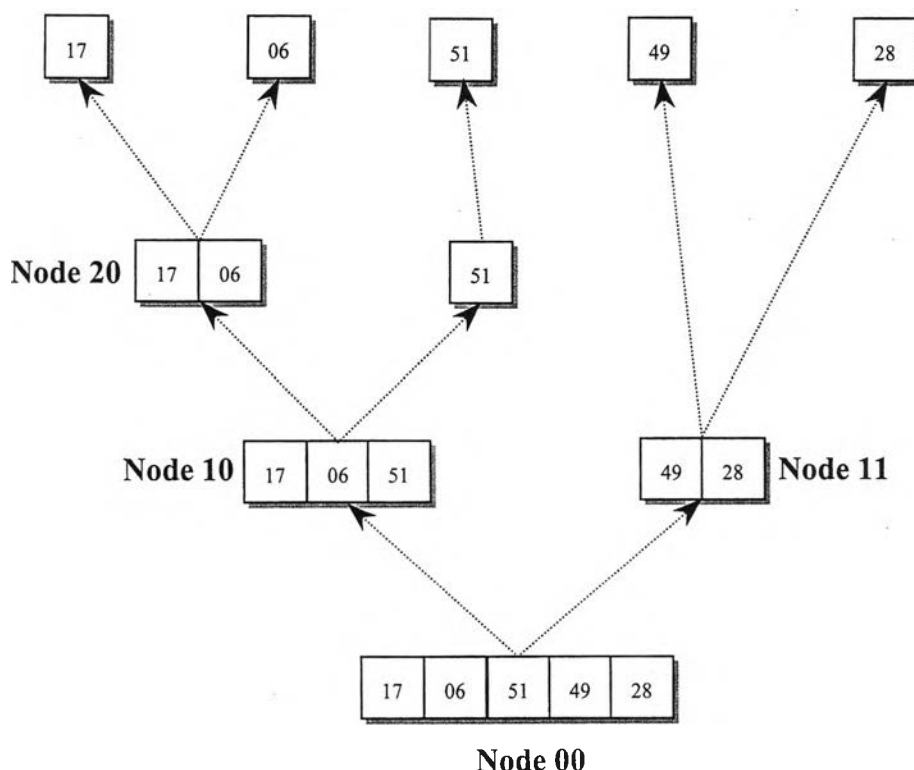
- (5) การส่งแพ็คเก็ตจะสำเร็จได้เฉพาะในกรณีเดียวคือมีผู้ใช้เพียงรายเดียวส่งแพ็คเก็ตใน 1 ไทม์สล็อต ในกรณีที่มีผู้ใช้ในระบบตั้งแต่ 2 สถานะขึ้นไปทำการส่งแพ็คเก็ตในไทม์สล็อตเดียวกัน จะเกิดข้อขัดแย้งในการเข้าใช้ช่องสัญญาณ (Transmission Conflict) และจะถือว่าแพ็คเก็ตที่ส่งในไทม์สล็อตเดียวกันนั้นจะเสียหายและไม่สามารถรับได้โดยผู้ใช้ใดๆ
- (6) ในทุกครั้งที่เกิดข้อขัดแย้งในการส่ง ระบบจะทำการแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งก่อน ผู้ใช้ที่มีแพ็คเก็ตที่ต้องการส่งใหม่จะต้องรอจนกว่าการแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งจะสิ้นสุดจึงจะทำการส่งแพ็คเก็ตใหม่ได้
- (7) การแก้ไขข้อขัดแย้งจะกระทำภายใต้เงื่อนไขของเวลาซึ่งมีหน่วยเป็นไทม์สล็อต หรือเทียบเท่ากับระยะเวลา K ไทม์สล็อต หากยังมีแพ็คเก็ตที่ไม่สามารถส่งได้สำเร็จภายในระยะเวลาที่กำหนด จะต้องทำการส่งแพ็คเก็ตใหม่ด้วยสิทธิ์ของการส่งเท่ากับผู้ใช้ที่รอส่งแพ็คเก็ตใหม่รายอื่น แพ็คเก็ตที่ไม่สามารถส่งได้สำเร็จภายใต้เงื่อนไขของเวลานั้นจะถือว่าเป็นแพ็คเก็ตที่สูญหาย (Lost)
- (8) ช่องสัญญาณจะมีคุณสมบัติในการถ่ายทอดข้อมูล ให้แก่ผู้ใช้ในระบบ (Broadcasting) ทุกสถานะ และมีความสามารถในการรายงานข้อมูลสถานะภาพการเข้าใช้ช่องสัญญาณในแต่ละไทม์สล็อต หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งมีความสามารถในการป้อนกลับข้อมูล (Feedback) ให้แก่ผู้ใช้ในระบบ ตัวอย่างในทางปฏิบัติของการป้อนกลับข้อมูลนั้นคือ ในกรณีที่มีการส่งแพ็คเก็ตสำเร็จ (Success) ระบบจะป้อนกลับข้อมูลค่า 1 ในกรณีที่ไม่มี การส่งแพ็คเก็ต (Idle) ระบบจะป้อนกลับข้อมูลค่า 0 ให้แก่ผู้ใช้ และในกรณีของการเกิดข้อขัดแย้งในการส่งแพ็คเก็ต (Error) ระบบจะป้อนกลับข้อมูล ϵ ให้แก่ผู้ใช้

3.2 อัลกอริธึม และกระบวนการทำงานของอัลกอริธึม

อัลกอริธึมที่จะนำเสนอในโครงงานวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ คือ อัลกอริธึมแบบไบนารีทรี (Binary Tree Algorithm) ซึ่งจะมีกระบวนการในการแก้ไขปัญหาดังแสดงในรูปที่ 3-1 และคำอธิบายการทำงานต่อไปนี้

- (1) เมื่อมีข้อขัดแย้งในการส่งแพ็คเก็ตเกิดขึ้น ซึ่งตามแนวทางของอัลกอริธึมแบบทรี ถือว่าในสถานะนี้อัลกอริธึมอยู่ที่ $Node_{00}$ ที่สถานะนี้อัลกอริธึมจะทำการแบ่ง

แพ็คเกิดออกเป็น 2 กลุ่ม และทำการส่งแพ็คเกิดกลุ่มแรกในไทม์สล็อตแรก และทำการส่งแพ็คเกิดกลุ่มที่สองในไทม์สล็อตถัดไป



รูปที่ 3-1 แสดงลักษณะการทำงานของโพรโตคอล

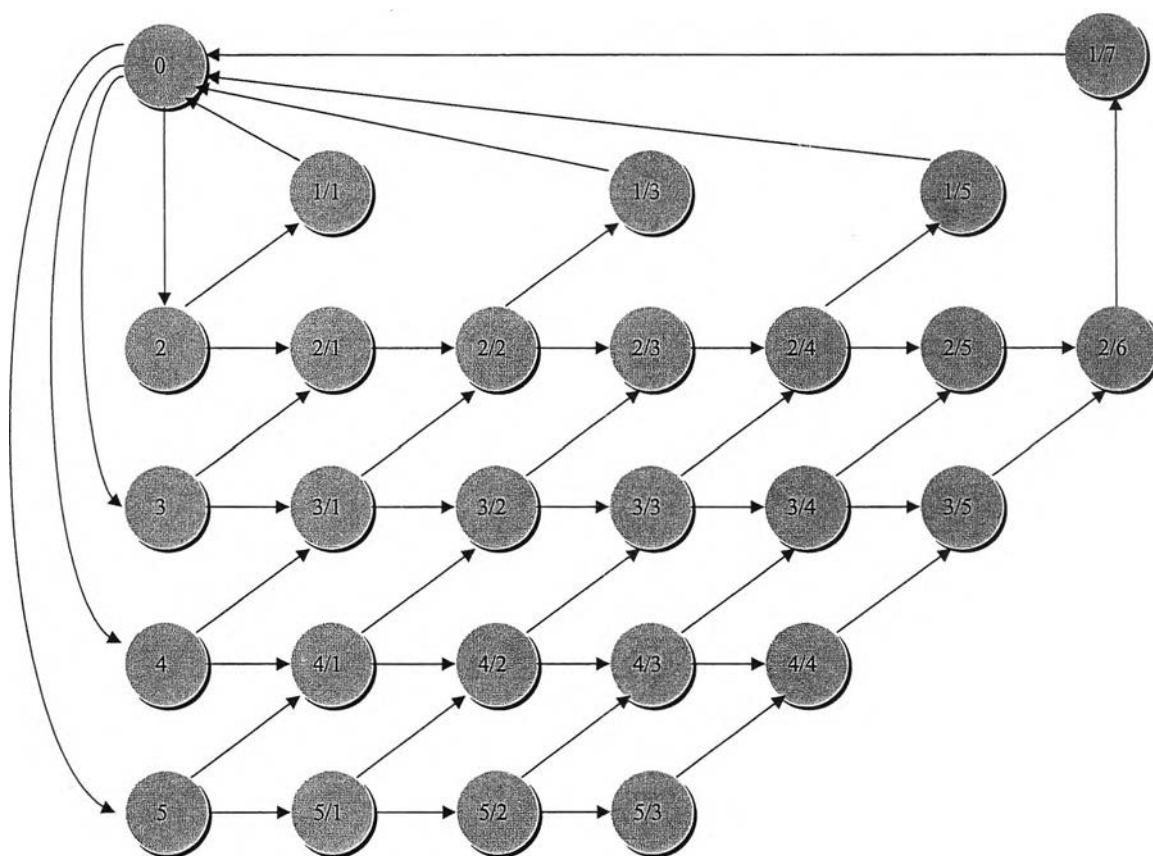
- (2) หากแพ็คเกิดกลุ่มแรกเกิดข้อขัดแย้งในการส่ง อัลกอริทึมจะทำการแบ่งแพ็คเกิดกลุ่มแรกนี้ออกเป็นสองกลุ่มย่อย เพื่อเข้าสู่กระบวนการในการส่งแพ็คเกิดกลุ่มย่อยแรกในไทม์สล็อตปัจจุบัน และแพ็คเกิดกลุ่มย่อยที่สองในไทม์สล็อตถัดไปในสถานะนี้ถือว่าอัลกอริทึมอยู่ที่ Node₁₀
- (3) อัลกอริทึมจะดำเนินการในลักษณะนี้ จนกว่าแพ็คเกิดในกลุ่มแรกที่แบ่งในขณะที่ยังอยู่ที่ Node₀₀ จะทำการส่งสำเร็จหมด หลังจากนั้นอัลกอริทึมจะทำการแบ่งกลุ่มแพ็คเกิดที่สองเพื่อดำเนินการในกระบวนการเช่นเดียวกันกับการจัดการข้อขัดแย้งในแพ็คเกิดกลุ่มแรก
- (4) ในกรณีที่จำนวนผู้ใช้หรือแพ็คเกิดที่เกิดข้อขัดแย้งในการส่งมีจำนวนมาก จนถึงระดับซึ่งจำนวน K ไทม์สล็อตไม่เพียงพอในการแก้ไขปัญหา เมื่อครบกำหนดเงื่อนไขของเวลา (K ไทม์สล็อต) ระบบจะคืนสู่สถานะปกติ ไม่ว่าจะเหลือแพ็คเกิดที่ยังไม่ได้รับการแก้ไขปัญหาก็แพ็คเกิดก็ตาม

- (5) ด้วยความสามารถในการตรวจสอบสถานะภาพ ของการเข้าใช้ช่องสัญญาณ ของระบบ และความสามารถในการกระจายข้อมูลให้กับผู้ใช้ในระบบ ในกรณีที่ จำนวนแพ็คเกจที่เกิดข้อขัดแย้งในการส่งมีจำนวนน้อย และจำนวนไทม์สล롯ที่ ต้องการในการแก้ไขปัญหาที่มีจำนวนน้อยกว่า K ไทม์สลอต ระบบอาจจะ สามารถคืนสู่สถานะปกติได้ก่อนถึงกำหนดเวลา และผู้ใช้ในระบบสามารถที่จะ ทราบถึงการคืนสู่สถานะภาพนี้ได้โดยการสังเกตลำดับ (Sequence) ของข้อมูล ป้อนกลับที่ได้จากช่องสัญญาณจำนวน 4 ช่องสัญญาณ¹⁴ เมื่อมีลำดับของผลที่ เหมาะสมผู้ใช้ที่มีแพ็คเกจใหม่ซึ่งต้องการส่ง จะสามารถทำการส่งได้ทันที

¹⁴ เนื่องจากอัลกอริทึมเป็นแบบไบนารีทรี จำนวนกิ่ง (Branch) ของแต่ละ Node จะมีได้เพียง 2 กิ่งเท่านั้น ในกรณีที่มีการแบ่ง กลุ่มตั้งแต่ 3 ครั้งขึ้นไปนั้น ก่อนที่จะทำการส่งแพ็คเกจสำเร็จ จะมีจำนวนกิ่งจำนวน 4 กิ่ง ซึ่งตามกระบวนการทำงานของอัลกอริทึมแบบไบนารี ทรี นั้น จำนวนกิ่งแต่ละกิ่งจะแทนจำนวนไทม์สลอตที่ต้องการใช้ 1 ไทม์สลอตนั่นเอง

3.2.1 การวิเคราะห์สถานะ และโมเดลสถานะของระบบ

ก่อนที่จะทำการวิเคราะห์สมรรถนะ และการวิเคราะห์ผลของเงื่อนไขของเวลาที่มีต่อสมรรถนะและประสิทธิภาพของระบบนั้น พื้นฐานที่สำคัญของการวิเคราะห์คือ การทราบถึงสถานะของระบบ ซึ่งเมื่อพิจารณาจากลักษณะการทำงานของอัลกอริทึม และสมมติฐานของระบบที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น จะทำให้สามารถแสดงสถานะของระบบในกรณีที่ระบบมีผู้ใช้จำนวน 5 สถานะ และไม่ได้กำหนดเงื่อนไขของเวลา ได้ดังรูปที่ 3-2 ข้างล่างนี้



รูปที่ 3-2 โมเดลประมาณการสถานะของระบบในกรณีผู้ใช้จำนวน 5 ราย และไม่มีเงื่อนไขของเวลา

สถานะของระบบข้างต้นจะแทนจำนวน Backlogged Users สำหรับสถานะที่มี Attribute ย่อย (หลังเครื่องหมาย “/”) จะแทนจำนวนโหนดที่ระบบเข้าสู่สถานะหลัก “C” แล้ว (อาทิ สถานะ 5/2 หมายถึงสถานะของระบบที่มีจำนวน Backlogged User จำนวน 5 สถานะ เมื่อระบบเข้าสู่สถานะ “C” แล้ว 2 โหนด)

จากสถานะของระบบที่แสดงข้างต้น จะสามารถใช้สมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ Discrete Time Markov Chain ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมของระบบเนื่องจากระบบมีการ

$$\pi_{1/5} = \pi_{2/6} \quad (5-4)$$

$$\pi_2 = \rho_{02}\pi_0 \quad (5-5)$$

$$\pi_{2/1} = \rho_{32/1}\pi_3 \quad (5-6)$$

$$\pi_{2/2} = \pi_{2/1} + \rho_{32/2}\pi_{3/1} \quad (5-7)$$

$$\pi_{2/3} = \rho_{32/3}\pi_{3/2} \quad (5-8)$$

$$\pi_{2/4} = \pi_{2/3} + \rho_{32/4}\pi_{3/3} \quad (5-9)$$

$$\pi_{2/5} = \rho_{32/5}\pi_{3/4} \quad (5-10)$$

$$\pi_{2/6} = \pi_{2/5} + \pi_{3/5} \quad (5-11)$$

$$\pi_3 = \rho_{03}\pi_0 \quad (5-12)$$

$$\pi_{3/1} = \rho_{33/1}\pi_3 + \rho_{43/1}\pi_4 \quad (5-13)$$

$$\pi_{3/2} = \rho_{33/2}\pi_{3/1} + \rho_{43/2}\pi_{4/1} \quad (5-14)$$

$$\pi_{3/3} = \rho_{33/3}\pi_{3/2} + \rho_{43/2}\pi_{4/2} \quad (5-15)$$

$$\pi_{3/4} = \rho_{33/4}\pi_{3/3} + \rho_{43/4}\pi_{4/3} \quad (5-16)$$

$$\pi_{3/5} = \rho_{33/5}\pi_{3/4} + \pi_{4/4} \quad (5-17)$$

$$\pi_4 = \rho_{04}\pi_0 \quad (5-18)$$

$$\pi_{4/1} = \rho_{44/1}\pi_4 + \rho_{54/1}\pi_5 \quad (5-19)$$

$$\pi_{4/2} = \rho_{44/2}\pi_{4/1} + \rho_{54/2}\pi_{5/1} \quad (5-20)$$

$$\pi_{4/3} = \rho_{44/3}\pi_{4/2} + \rho_{54/3}\pi_{5/2} \quad (5-21)$$

$$\pi_{4/4} = \rho_{44/4}\pi_{4/1} + \pi_{5/3} \quad (5-22)$$

$$\pi_5 = \rho_{05}\pi_0 \quad (5-23)$$

$$\pi_{5/1} = \rho_{55/1} \pi_5 \quad (5-24)$$

$$\pi_{5/2} = \rho_{55/2} \pi_{5/1} \quad (5-25)$$

$$\pi_{5/3} = \pi_{55/3} \pi_{5/2} \quad (5-26)$$

จากการแก้สมการข้างต้น จะทำให้สามารถคำนวณ Stationary Probability Distribution หรือค่าความน่าจะเป็นที่ระบบจะอยู่ที่สถานะหนึ่ง ตลอดจนการคำนวณค่าปริมาณงานออก (Throughput) และค่า Average Backlogged Time ซึ่งแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะของระบบ

3.2.2 การคำนวณปริมาณงานออกของระบบ

การคำนวณค่าปริมาณงานออกอาศัยความสัมพันธ์ตามสมการที่ (6) ซึ่งอ้างอิงจากโครงงานวิจัยอ้างอิง [8] [9] และ [12] ดังแสดงความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$S = \sum_{n=0}^N \pi_n S(n) \quad (6)$$

และค่าปริมาณงานออกที่สถานะใดๆ สามารถคำนวณได้ตามความสัมพันธ์ของปริมาณงานออกที่เป็นฟังก์ชัน (Function) ของจำนวน Backlogged Users ตามความสัมพันธ์ในสมการที่ (7)

$$\begin{aligned} S(n) &= \binom{n}{1} \cdot \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1} \\ &= \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1} \end{aligned} \quad (7)$$

โดยความหมายของปริมาณงานออกตามสมการที่ (7) คือ ความน่าจะเป็นซึ่ง ณ Node ใดๆ ในไบนารีทรี ระบบเลือกแพ็คเก็ต 1 แพ็คเก็ตในกลุ่ม Backlogged Users จำนวน n เพื่อทำการส่งในไทม์สล็อตถัดไป

3.2.3 การคำนวณค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยของระบบ

การคำนวณค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยของระบบสำหรับแต่ละแพ็คเก็ตนั้น จะประกอบด้วย 3 ส่วนสำคัญประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยของการรอคอยก่อนการส่ง (Average Waiting Time before Transmission) ค่าเฉลี่ยของ Backlogged Time และเวลาที่ใช้ในการส่งแพ็คเก็ต

สำหรับค่าเฉลี่ยของการรอคอยก่อนการส่งนั้น หากใช้สมมติฐานประกอบเกี่ยวกับการกระจายอย่างเท่าเทียมกันของความน่าจะเป็นของการมาถึงของแพ็คเก็ตในแต่ละไทม์สล็อต จะสามารถคำนวณค่าเฉลี่ยของการรอคอยก่อนการส่งตามสมการที่ (8)

$$AverageDelayBeforeTransmission = \frac{1}{2} + \frac{K}{2} \quad (8)$$

โดยที่ค่าเฉลี่ย 0.5 ไทม์สล็อตนั้น เป็นค่าเฉลี่ยของการรอก่อนที่ผู้ส่งจะสามารถส่งได้ ทั้งนี้เนื่องจากผลของการแบ่งไทม์สล็อต¹⁵ สำหรับค่าเฉลี่ย เป็นค่าหน่วงเวลาที่เกิดขึ้นจากการที่แพ็คเก็ตได้ถูกสร้างขึ้นในช่วงเวลาที่ระบบยังแก้ไขข้อขัดแย้งไม่แล้วเสร็จซึ่งทำให้ผู้ใช้จะต้องรอจนกว่าระบบจะทำการแก้ไขข้อขัดแย้งแล้วเสร็จ

สำหรับค่าหน่วงเวลา Backlogged Time ในหน่วยของไทม์สล็อตนั้น จะอาศัยความสัมพันธ์จาก Little's Law [13] ซึ่งสามารถแสดงได้ดังความสัมพันธ์ในสมการที่ (9)

$$E\{Back\ logged\ Time\} = \frac{E\{n\}}{S} = \frac{\sum_{n=0}^N \pi_n \cdot n}{\sum_{n=0}^N \pi_n S(n)} \quad (9)$$

สำหรับค่าคาดหวังของจำนวน Backlogged Users หรือ $E\{n\}$ สามารถคำนวณได้ตามความสัมพันธ์ในสมการที่ (10)

$$E\{n\} = \sum_{n=0}^N \pi_n \cdot n \quad (10)$$

สำหรับองค์ประกอบของค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยในส่วนสุดท้าย คือระยะเวลาในการส่งแพ็คเก็ตถึงผู้รับนั้น จะมีค่าเท่ากับ 1 ไทม์สล็อต ดังนั้น เมื่อประมวลองค์ประกอบทั้งสามส่วนของค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ย การคำนวณค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยจะสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (11)

$$\begin{aligned} E\{delay\} &= \frac{1}{2} + \frac{K}{2} + 1 + \frac{E\{n\}}{S} \\ &= \frac{1}{2}(K+3) + \frac{E\{n\}}{S} \end{aligned} \quad (11)$$

¹⁵ อาทิ แพ็คเก็ตอาจถูกสร้างขึ้นและพร้อมที่จะส่งในช่วงเวลาที่กลางของไทม์สล็อต (เวลาของผู้ใช้) ซึ่งผู้ใช้ไม่สามารถส่งได้ทันทีเนื่องจากต้องรอจุดเริ่มต้นของไทม์สล็อตถัดไปก่อนที่จะทำการส่ง

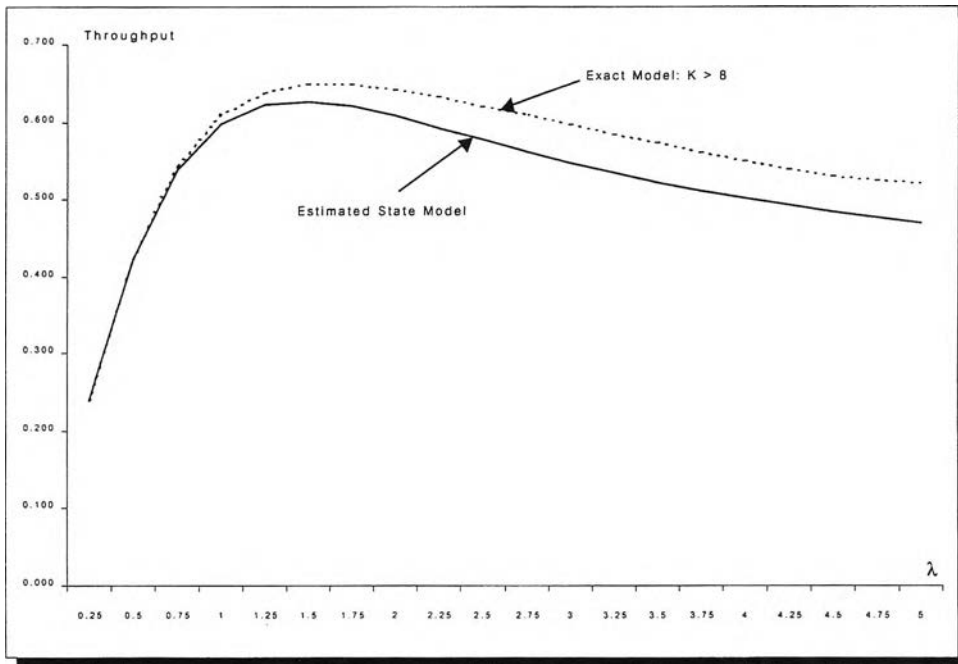
3.2.4 การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบในกรณีไม่มีเงื่อนไขของเวลา

ผลจากการแก้สมการในกลุ่มสมการที่ (5) ประกอบกับการคำนวณในเชิงทฤษฎีที่แสดงในหัวข้อที่ 3.2.3 และหัวข้อที่ 3.2.4 จะสามารถคำนวณพารามิเตอร์ที่สำคัญของระบบที่มีผู้ใช้งาน 5 สถานี และไม่มีเงื่อนไขของเวลา เมื่อค่าความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ในระบบส่งแพ็คเก็ตในไทม์สล็อตหนึ่ง (α) เท่ากับ 0.05 หรือปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณ 0.25 แพ็คเก็ตต่อไทม์สล็อต ดังแสดงในตารางที่ 3-2

	Coefficient Value	Actual Value	Number of Backlogged User	Througput at each State	S(n)* π (n)	E(n)* π (n)
π_0	1	0.954332806	0	0.203626563	0.194327509	0
π_{1_1}	0.021434375	0.020455527	1	1	0.020455527	0.020455527
π_{1_3}	0.000973023	0.000928588	1	1	0.000928588	0.000928588
π_{1_5}	0.000175286	0.000167281	1	1	0.000167281	0.000167281
$\pi_{1_}$	4.22691E-06	4.03388E-06	1	1	4.03388E-06	4.03388E-06
π_2	0.021434375	0.020455527	2	1	0.020455527	0.040911054
π_{2_1}	0.000564063	0.000538303	2	1	0.000538303	0.001076607
π_{2_2}	0.000973023	0.000928588	2	1	0.000928588	0.001857175
π_{2_3}	0.000121546	0.000115995	2	1	0.000115995	0.00023199
π_{2_4}	0.000175286	0.000167281	2	1	0.000167281	0.000334562
π_{2_5}	4.08483E-06	3.89829E-06	2	1	3.89829E-06	7.79658E-06
π_{2_6}	4.22691E-06	4.03388E-06	2	1	4.03388E-06	8.06776E-06
π_3	0.001128125	0.001076607	3	0.444444444	0.000478492	0.00322982
π_{3_1}	0.000572545	0.000546398	3	0.444444444	0.000242844	0.001639194
π_{3_2}	0.000170164	0.000162393	3	0.444444444	7.21746E-05	0.000487179
π_{3_3}	5.374E-05	5.12858E-05	3	0.444444444	2.27937E-05	0.000153858
π_{3_4}	4.18446E-06	3.99337E-06	3	0.444444444	1.77483E-06	1.19801E-05
π_{3_5}	1.42079E-07	1.35591E-07	3	0.444444444	6.02626E-08	4.06773E-07
π_4	2.96875E-05	2.83318E-05	4	0.421875	1.19525E-05	0.000113327
π_{4_1}	2.12574E-05	2.02867E-05	4	0.421875	8.55844E-06	8.11467E-05
π_{4_2}	6.72229E-06	6.4153E-06	4	0.421875	2.70646E-06	2.56612E-05
π_{4_3}	1.66506E-06	1.58902E-06	4	0.421875	6.70368E-07	6.35608E-06
π_{4_4}	4.24492E-08	4.05107E-08	4	0.421875	1.70904E-08	1.62043E-07
π_5	3.125E-07	2.98229E-07	5	0.4096	1.22155E-07	1.49115E-06
π_{5_1}	2.60417E-07	2.48524E-07	5	0.4096	1.01795E-07	1.24262E-06
π_{5_2}	1.17808E-07	1.12428E-07	5	0.4096	4.60503E-08	5.62138E-07
π_{5_3}	2.80494E-09	2.67685E-09	5	0.4096	1.09644E-09	1.33842E-08

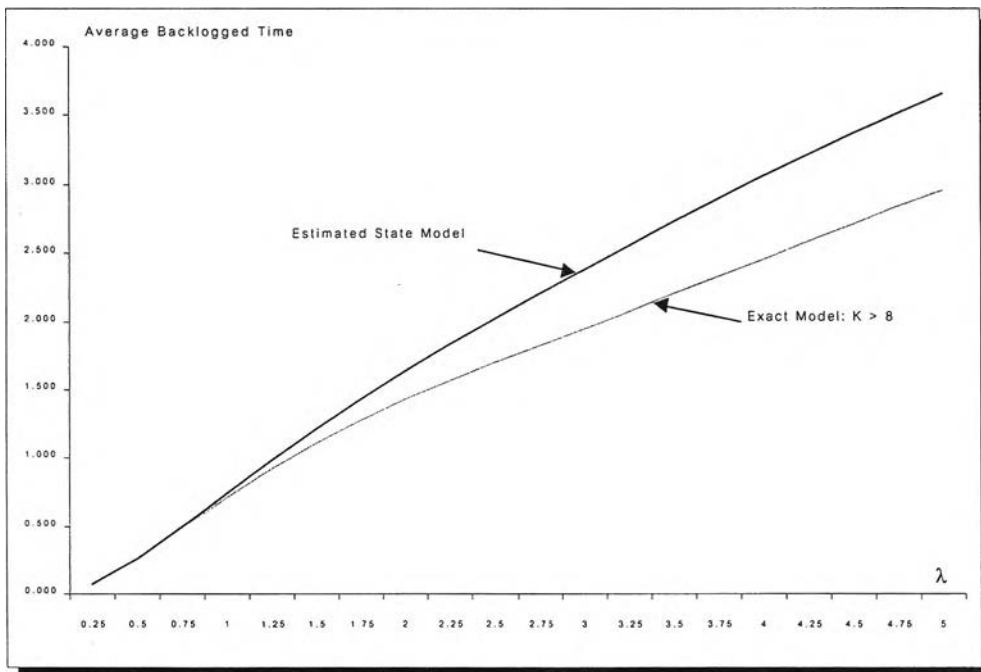
ตารางที่ 3-2 แสดงพารามิเตอร์สำคัญของระบบ
ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี และไม่มีเงื่อนไขของเวลา

สำหรับค่าปริมาณงานออกของระบบ และค่า Average Backlogged Time เมื่อปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณเปลี่ยนไปสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3-3 และ 3-4 ตามลำดับ



รูปที่ 3-3 แสดงปริมาณงานออกของระบบที่ค่ากราฟฟิคต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ

ในรูปที่ 3-3 จะแสดงเส้นปริมาณงานออกจำนวนสองเส้นซึ่งเส้นหนึ่งนั้นจะเป็นปริมาณงานออกที่เกิดขึ้นจากการใช้โมเดลในการประมาณการ (Estimated Model) ซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

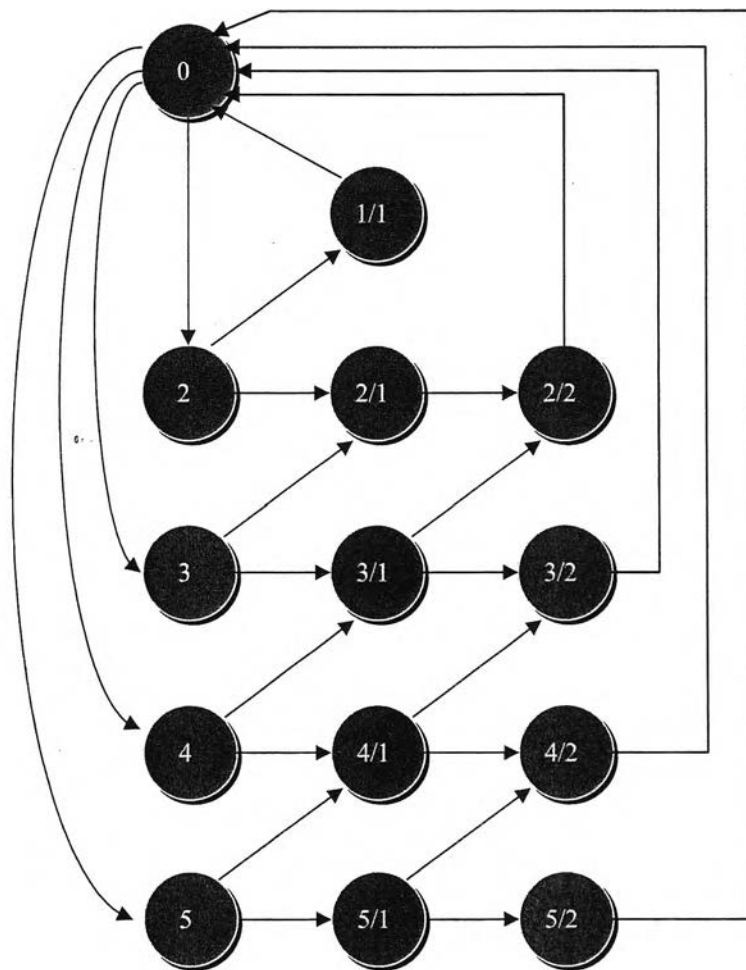


รูปที่ 3-4 แสดง Average Backlogged Time ที่ค่ากราฟฟิคต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ

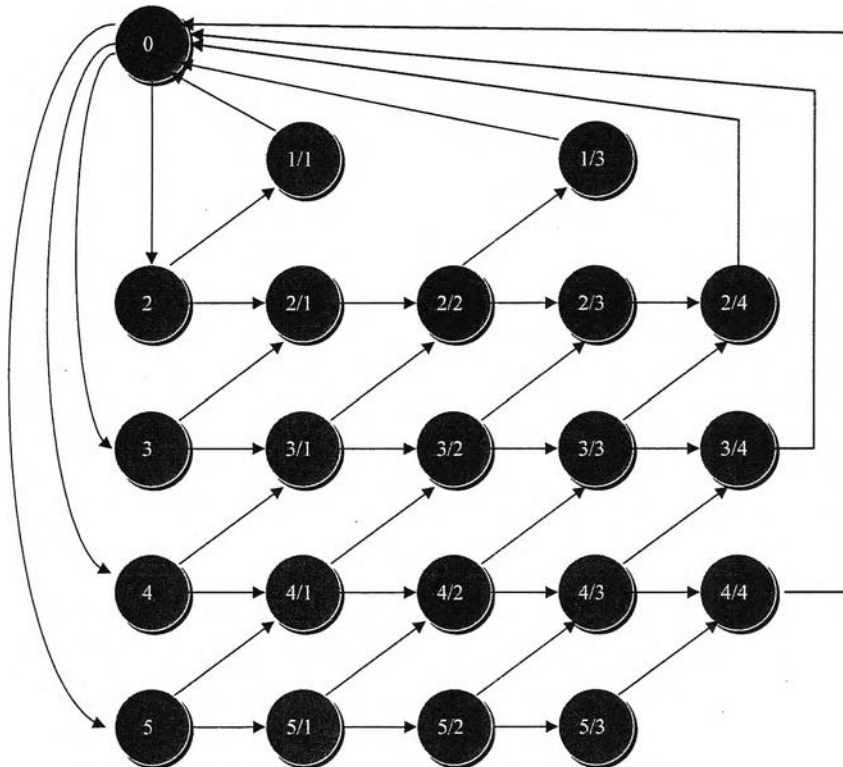
3.2.5 ผลของค่าเงื่อนไขทางเวลาที่มีต่อระบบ

เมื่อค่าเงื่อนไขของเวลาเข้ามาเกี่ยวข้องในการกำหนดระยะเวลาในการแก้ไขข้อขัดแย้ง โครงสร้างของสถานะ ตลอดจนประสิทธิภาพ หรือสมรรถภาพของระบบจะเปลี่ยนแปลงไป สำหรับในเบื้องต้นในกรณีที่ระบบมีผู้ใช้จำนวน 5 สถานี ในการศึกษานี้จะทำการทดลองในกรณี ค่าเงื่อนไขเวลาเท่ากับ 2 ไทม์สล็อต 4 ไทม์สล็อต และ 6 ไทม์สล็อต ตามลำดับ

ผลกระทบในระดับพื้นฐานของระบบคือการเปลี่ยนแปลงของโครงสร้างของสถานะของระบบดังแสดงในรูปที่ 3-5 และ 3-6 ซึ่งแสดงโครงสร้างของสถานะเมื่อค่าเงื่อนไขเวลา มีค่าเท่ากับ 2 และ 4 ไทม์สล็อตตามลำดับ

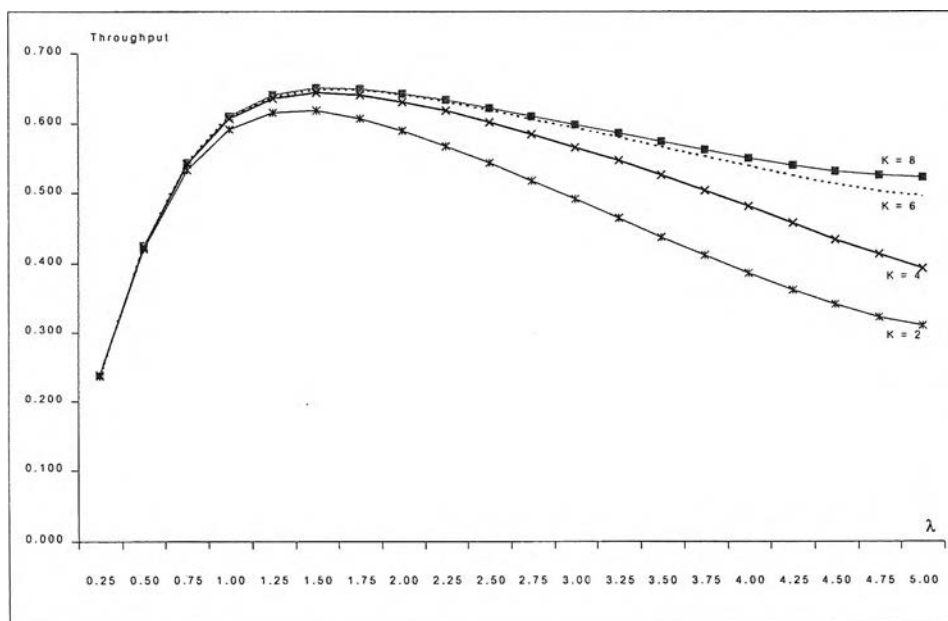


รูปที่ 3-5 แสดงโมเดลประมาณการโครงสร้างสถานะของระบบ
เมื่อเงื่อนไขของเวลาเท่ากับ 2 ไทม์สล็อต



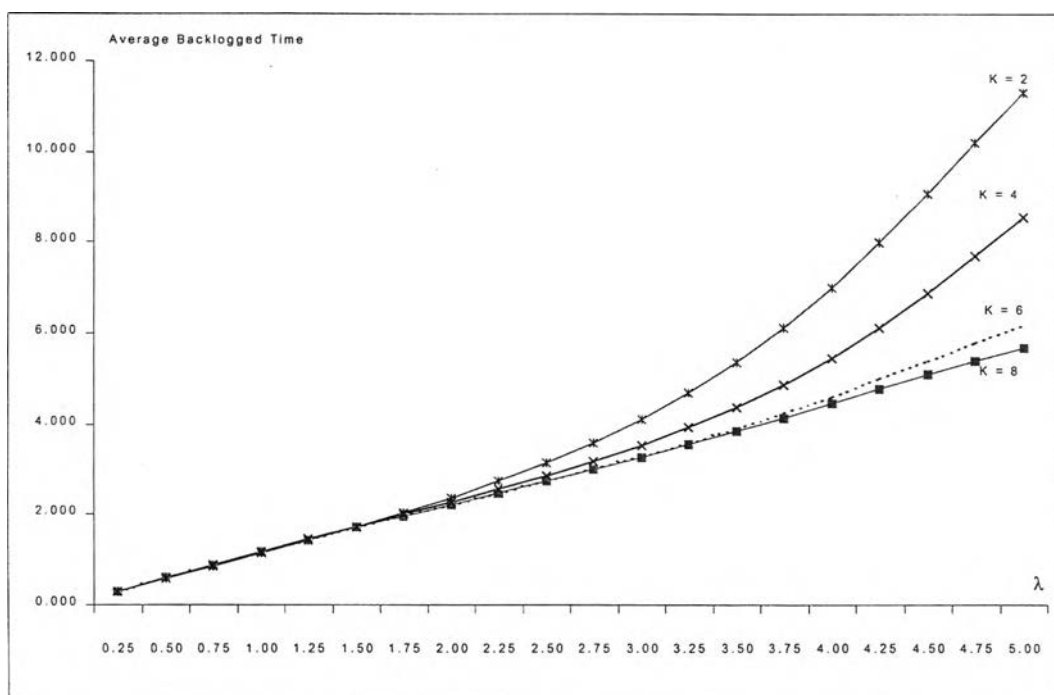
รูปที่ 3-6 แสดงโมเดลประมาณการโครงสร้างสถานะของระบบ
เมื่อเงื่อนไขของเวลาเท่ากับ 4 ไทม์สล็อต

ในกรณีของค่าเงื่อนไขเวลาต่างๆ ที่น้อยกว่าค่า 8 ไทม์สล็อต เช่นในกรณี 2 ไทม์สล็อต 4 ไทม์สล็อต และ 6 ไทม์สล็อต ค่าปริมาณงานออกสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3-7



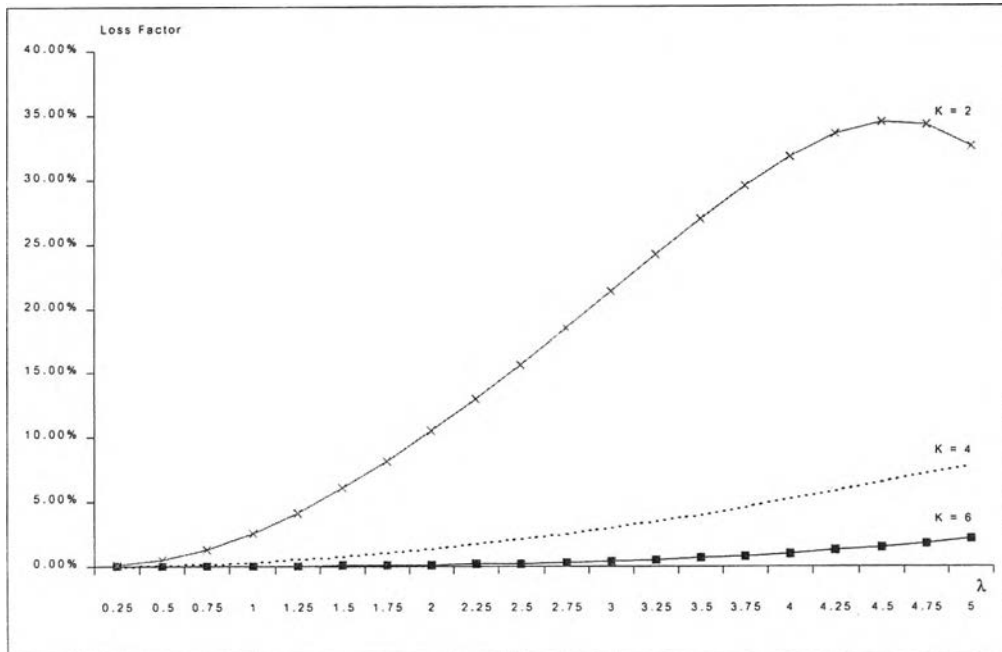
รูปที่ 3-7 แสดงปริมาณงานออกที่ค่าเงื่อนไขเวลาต่าง ๆ

จากรูปที่ 3-7 แสดงให้เห็นถึงผลของค่าเงื่อนไขเวลาซึ่งจะส่งผลให้ค่าปริมาณงานออกมีค่าลดลง เมื่อค่าเงื่อนไขเวลาน้อยกว่าค่าเงื่อนไขเวลาที่น้อยที่สุดที่จะสามารถแก้ไขปัญหา Backlogged User จำนวนเท่ากับจำนวนผู้ใช้ในระบบทั้งหมด สำหรับผลของค่าเงื่อนไขเวลาที่มีต่อค่า Average Backlogged Time นั้นแสดงให้เห็นในรูปที่ 3-8 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าเงื่อนไขเวลาเมื่อลดลงนั้น ไม่ได้ทำให้ค่า Average Backlogged Time ลดลงหากแต่กลับทำให้เพิ่มขึ้นเนื่องจากเมื่อค่าเงื่อนไขเวลาลดลง จะมีแนวโน้มสูงที่จะเกิดการเพิ่มขึ้นของ Backlogged User หรือ Lost Packet จึงมีผลทำให้ค่า Average Backlogged Time เพิ่มมากขึ้น



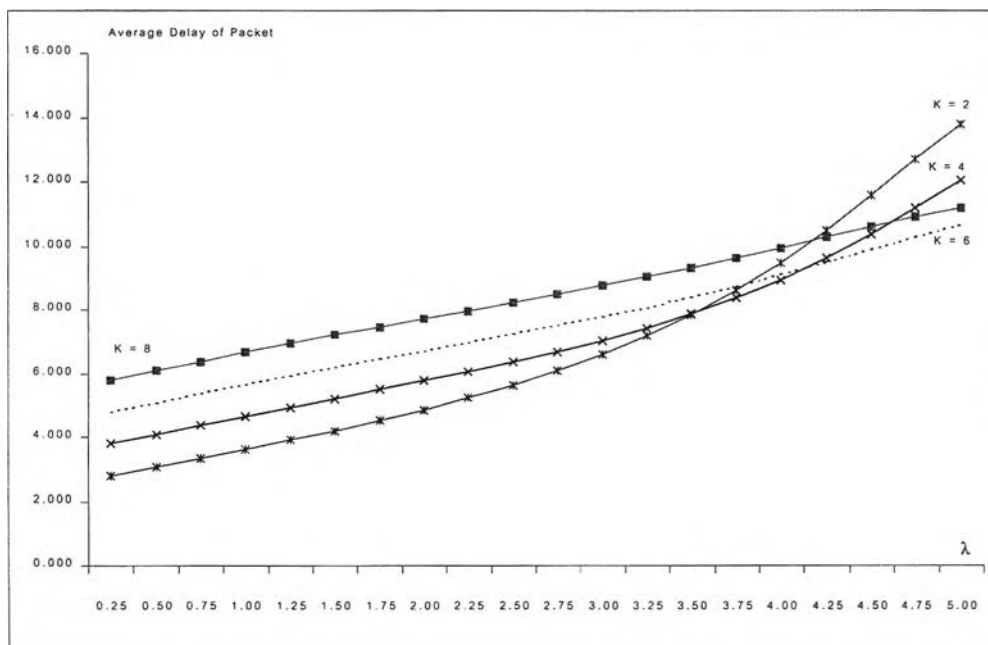
รูปที่ 3-8 แสดงค่า Average Backlogged Time ที่ค่าเงื่อนไขเวลาต่าง ๆ

ในทำนองเดียวกันกับแนวโน้มของค่า Average Backlogged Time ค่า Loss Factor หรือค่าปัจจัยความสูญเสียจะมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นเมื่อค่าเงื่อนไขเวลาลดลง ดังแสดงให้เห็นผลของค่าเงื่อนไขเวลาที่มีต่อค่า Loss Factor



รูปที่ 3-9 แสดงค่า Loss Factor ที่ค่าเงื่อนไขเวลาต่าง ๆ

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ย (Average Delay) ที่ค่าเงื่อนไขเวลาต่าง ๆ จะพบว่าแนวโน้มจะแตกต่างไปจากแนวโน้มของพารามิเตอร์อื่นของระบบ ดังแสดงในรูปที่ 3-10



รูปที่ 3-10 แสดงค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยที่ค่าเงื่อนไขเวลาต่าง ๆ

จากรูปที่ 3-10 จะเห็นได้ว่าค่าเงื่อนไขเวลาจะมีผลโดยตรงกับค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ย เนื่องจากในช่วงที่ปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าต่ำนั้น ระบบที่มีค่าเงื่อนไขเวลาต่ำ (อาทิ 2 หรือ 4 ไทม์สล็อต) จะให้ค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยที่ดีกว่า ในขณะที่ในช่วงสภาวะที่ปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าสูง ระบบที่มีค่าเงื่อนไขเวลาสูงกว่า จะให้ผลของค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยที่ดีกว่า ทั้งนี้เนื่องจากผลของค่า Average Backlogged Time ซึ่งเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญเมื่อค่าเงื่อนไขเวลาต่ำ

จากการวิเคราะห์ผลของค่าเงื่อนไขเวลาที่มีต่อพารามิเตอร์แสดงสมรรถนะของระบบ ทำให้ทราบว่า ในการกำหนดค่าเงื่อนไขเวลา จะต้องพิจารณาความเหมาะสมในแต่ละช่วงสภาวะของปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณ

3.3 ข้อสรุปเกี่ยวกับผลของค่าเงื่อนไขเวลาที่มีต่อระบบ

จากการวิเคราะห์ผลกระทบต่อพารามิเตอร์ของระบบ ซึ่งสะท้อนให้เห็นสมรรถนะของระบบที่เปลี่ยนไปเมื่อค่าเงื่อนไขเวลาเปลี่ยนไป ผลการวิเคราะห์สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

- 1) ค่าเงื่อนไขเวลาที่ต่ำกว่าค่าน้อยที่สุด ของไทม์สล็อตที่ต้องการสำหรับการแก้ไข Backlogged User จำนวนเท่ากับผู้ใช้ในระบบทั้งหมด ค่าเงื่อนไขเวลาจะส่งผลให้ปริมาณงานออกมีค่าลดลง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าสูง
- 2) ค่าเงื่อนไขเวลาที่ลดลงจะส่งผลให้ Average Backlogged Time เพิ่มขึ้น เนื่องจากการลดลงของค่าเงื่อนไขเวลา จะทำให้ความน่าจะเป็นในการเกิดการสูญเสียของแพ็คเก็ตมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งจะสะท้อนให้เห็นแนวโน้มเดียวกันสำหรับค่า Loss Factor เมื่อค่าเงื่อนไขเวลาเปลี่ยนแปลงไป
- 3) สำหรับค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยของแพ็คเก็ตหรือ Average Packet Delay นั้น ในกรณีที่ค่ากราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าต่ำนั้น ระบบที่มีค่าเงื่อนไขเวลาต่ำกว่าจะมีค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยที่ดีกว่า สำหรับในสภาวะที่ปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าสูงนั้น ระบบที่มีค่าเงื่อนไขเวลาสูงจะมีค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ยที่ดีกว่า ทั้งนี้เนื่องจากผลของ Average Backlogged Delay ที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในกรณีเงื่อนไขเวลาต่ำ

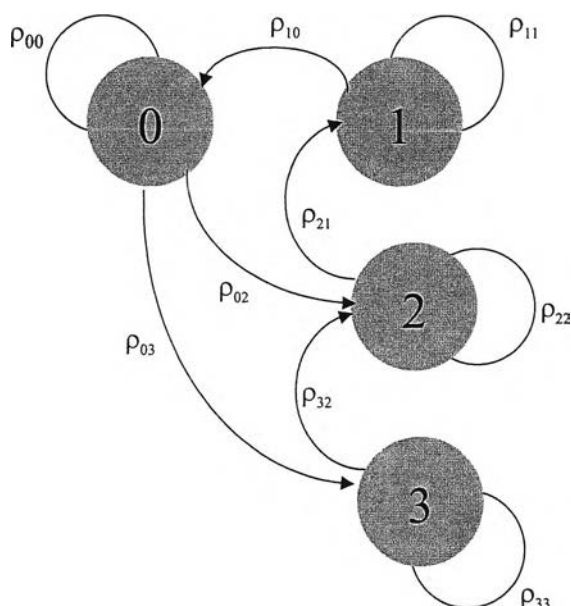
- 4) ระบบที่เสนอในวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ยังคงมีลักษณะความสัมพันธ์แบบ Trade-off ระหว่างค่าปริมาณงานออก และค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ย ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของระบบการสื่อสารที่ผู้ใช้มีพฤติกรรมเชิงสุ่ม หรือมีความเป็นอิสระในการเข้าใช้ช่องสัญญาณ หากแต่ข้อดีที่สำคัญที่สุดของระบบที่เสนอในวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้คือ การที่ระบบสามารถรักษาระดับปริมาณงานออกในสภาวะที่ปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าสูง ซึ่งดีกว่าระบบการเข้าถึงหลายทางในหลายรูปแบบ ทั้งนี้รวมถึงกรณีที่แม้แต่ระบบมีค่าเงื่อนไขเวลาต่ำ
- 5) ด้วยข้อดีของโพรโตคอลและระบบที่เสนอในครั้งนี้ ทำให้ระบบสามารถรักษาเสถียรภาพได้ดีขึ้น ในขณะที่เดียวกันปริมาณงานออกที่เพิ่มขึ้นน้อยกว่าในกรณีของโพรโตคอลดั้งเดิม (Conventional Protocol) ทำให้ระบบมีสมรรถนะที่ดีขึ้น แม้ว่าจะยังคงมีพฤติกรรมความสัมพันธ์ในรูปแบบ Trade-off ระหว่างค่าปริมาณงานออกและค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยก็ตาม แต่ก็ยังเป็นไปด้วยระดับหรือดีกว่าที่น้อยกว่า
- 6) จากความสัมพันธ์ระหว่างค่าเงื่อนไขเวลา และค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญของระบบที่ได้นำเสนอในข้างต้น ทำให้เห็นแนวทางในการเลือกใช้ค่าเงื่อนไขเวลา (K) ที่มีความเหมาะสมสำหรับสภาวะของปริมาณทราฟฟิกต่าง ๆ สำหรับค่าปริมาณงานออกและค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยที่ต้องการ

3.4 การประเมินสมรรถนะของระบบเมื่อผู้ใช้ในระบบมีจำนวนมาก

หลังจากการวิเคราะห์ผลของค่าเงื่อนไขเวลา ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์หลักของวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ การประเมินสมรรถนะของระบบเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มมากขึ้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นเพื่อสะท้อนให้เห็นถึงสมรรถนะหรือประสิทธิภาพของระบบเมื่อเปรียบเทียบกับระบบหรือโพรโตคอลดั้งเดิมซึ่งรองรับผู้ใช้ในระบบจำนวนมาก อย่างไรก็ตาม ในกรณีตัวอย่างของการวิเคราะห์ระบบที่มีผู้ใช้จำนวน 5 ราย โดยไม่มีค่าเงื่อนไขเวลาดังที่แสดงในข้างต้นนั้น พบว่าในการวิเคราะห์รายละเอียดโดยประมาณจะต้องครอบคลุมการวิเคราะห์สถานะจำนวน 27 สถานะ หรือเป็นการวิเคราะห์เมตริกซ์ขนาด 27×27 ซึ่งหากจำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้นนั้น จะส่งผลให้ภาระของการวิเคราะห์จะสูงขึ้น อาทิ ในกรณีการวิเคราะห์ระบบที่มีผู้ใช้จำนวน 100 ราย และมีค่าเงื่อนไขเวลาจำนวน 50 ไทม์สล็อต การวิเคราะห์จะต้องครอบคลุมสถานะอย่างน้อยประมาณ 5,000 สถานะ หรือเป็นการวิเคราะห์เมตริกซ์ขนาด $5,000 \times 5,000$ ซึ่งเมื่อพิจารณาจากกรณีตัวอย่างของการวิเคราะห์ระบบที่มีจำนวนผู้ใช้ 5 ราย จะเห็นว่าในบางสถานะนั้นค่า Stationary

Probability Distribution (π_n) มีค่าน้อยมาก นอกจากนี้ค่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะที่มีลำดับสูง (อาทิ กรณีสถานะ 4/4) จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์

ดังนั้นในการวิเคราะห์กรณีระบบที่มีผู้ใช้จำนวนมาก ตั้งแต่ 50, 100 และ 500 รายนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้โมเดลลดรูปอย่างง่าย (Reduce and Simplified Model) ซึ่งรวบรวมกรณีที่มีนัยสำคัญจากโมเดลประมาณการที่ได้กล่าวถึงข้างต้น โดยที่โมเดลอย่างง่ายนั้น จะมีโครงสร้างสถานะของระบบซึ่งจะขอยกตัวอย่างในกรณีผู้ใช้ในระบบ 3 ราย ดังแสดงในรูปที่ 3-11



รูปที่ 3-11 โมเดลลดรูปสำหรับการประมาณการสมรรถนะของระบบ
(กรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 3 ราย)

3.4.1 การวิเคราะห์สถานะของโมเดลลดรูป และการคำนวณพารามิเตอร์ที่สำคัญของระบบ

จากรูปที่ 3-11 จะสามารถสร้างเมตริกซ์ของค่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะของระบบ (Transition Probability Matrix:) \mathbf{P} ได้ดังเมตริกซ์ในสมการที่ (12) ต่อไปนี้

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & 0 & p_{00} & p_{00} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{21} & p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

จากเมตริกซ์ที่แสดงไว้ข้างต้น ลักษณะสำคัญประการหนึ่งที่เกิดขึ้นจาก Transitional Probability Matrix ของระบบการเข้าถึงหลายทางที่ใช้อัลกอริทึมแบบไบนารีทรี คือ

- ♦ ไม่มีการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ “0” ไปยังสถานะย่อย “1”
- ♦ เมื่อระบบเข้าสู่สถานะหลัก “C” จะไม่มีการเปลี่ยนสถานะย่อยที่ต่ำกว่าไปยังสถานะย่อยที่สูงกว่า ทั้งนี้เนื่องจากผู้ใช้ที่ต้องการส่งแพ็คเก็ตใหม่จะไม่สามารถส่งแพ็คเก็ตได้ ทำให้จำนวน Backlogged Users ไม่เพิ่มขึ้นในระหว่างกระบวนการแก้ไขข้อขัดแย้ง นอกจากนี้กระบวนการแก้ไขปัญหของโพรโตคอลจะทำให้ระบบไม่เปลี่ยนสถานะที่ต่ำกว่าไปยังสถานะที่สูงกว่า

และโดยอาศัยความสัมพันธ์ตามสมการที่ (13) ซึ่งเป็นสมการของ Matrix Operation

$$\pi = \pi P \quad (13)$$

การคำนวณ Stationary Distribution ในกรณีตัวอย่าง สามารถคำนวณได้ดังความสัมพันธ์ตามสมการต่อไปนี้

$$[\pi_0 \quad \pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] = [\pi_0 \quad \pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3] \begin{bmatrix} \rho_{00} & 0 & \rho_{00} & \rho_{00} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{21} & \rho_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

และในกรณีที่ระบบมีผู้ใช้มากกว่า 3 สถานะ การคำนวณค่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ และค่า Stationary Distribution สำหรับแต่ละสถานะก็จะสามารถใช้วิธีเดียวกันในการคำนวณ

เมื่อพิจารณาระบบที่มีจำนวนผู้ใช้ N สถานะ จะสามารถสร้าง Transitional Probability Matrix P โดยมีโครงสร้างดังต่อไปนี้

$$P = \begin{bmatrix} \rho_{00} & 0 & \rho_{01} & \rho_{02} & \rho_{03} & \cdot & \cdot & \rho_{0N} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \rho_{21} & \rho_{22} & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{43} & \rho_{44} & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{NN-1} & \rho_{NN} \end{bmatrix}$$

สำหรับความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ i ไปยังสถานะ j สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (15) ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่สถานะ $i = 0$ และกรณีที่ $1 \leq i \leq N$ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

กรณีที่สถานะ $i = 0$

$$\begin{aligned} \rho_{00} &= (1-\alpha)^N + N\alpha(1-\alpha)^{N-1} \\ \rho_{0j} &= \binom{N}{j} \alpha^j (1-\alpha)^{N-j} \end{aligned} \quad (15.1)$$

กรณีที่ $1 < i \leq N$

$$\rho_{ij(j=i-1)} = \frac{\binom{i}{1}}{\binom{i}{1} + \binom{i}{2} + \binom{i}{3} + \dots + \binom{i}{j}} \quad (15.2)$$

$$\rho_{ij(i=j)} = 1 - \rho_{ij(j=i-1)}$$

ความหมายของสมการที่ (15.2) คือ ความน่าจะเป็นในการที่ระบบจะเปลี่ยนสถานะไปสู่สถานะที่ต่ำกว่า 1 สถานะในไทม์สล็อตถัดไป ซึ่งคำนวณได้จากอัตราส่วนระหว่างจำนวนวิธีที่ระบบเลือกแพ็คเก็ตจำนวน 1 แพ็คเก็ตส่งในไทม์สล็อตถัดไป และจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการเลือกแพ็คเก็ตเพื่อทำการส่งในไทม์สล็อตถัดไปของระบบ ซึ่งจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้สำหรับกรณีของโพรโตคอลการแก้ไขข้อขัดแย้งที่เสนอในที่นี้ จะไม่นับรวมถึงกรณีที่ระบบไม่เลือกแพ็คเก็ตใดๆ ส่งในไทม์สล็อต ซึ่งส่งผลให้ช่องสัญญาณมีลักษณะ idle และไม่นับรวมถึงกรณีที่ระบบเลือกแพ็คเก็ตทั้งหมด (n แพ็คเก็ตที่สถานะ n) ทั้งนี้เนื่องจากผลของการทราบถึงสถานะของระบบ [10] จากลักษณะการทำงานของโพรโตคอลดังกล่าวจะเห็นได้ว่าโพรโตคอลที่เสนอ ณ

ที่นั่น ต้องการจำนวนใหม่สล็อตน้อยกว่าในกรณีของไบนารีที่เสนอในโครงการวิจัยอ้างอิง [5]

3.4.2 การคำนวณสมรรถนะของระบบบนพื้นฐานของโมเดลลรูป

เพื่อเป็นการพิสูจน์ให้เห็นถึงความสามารถในการเป็นตัวแทนของโมเดลประมาณการ การคำนวณจึงใช้แนวทางการเปรียบเทียบข้อแตกต่างระหว่างการคำนวณพารามิเตอร์ของระบบ ซึ่งประกอบด้วย ปริมาณงานออก และค่า Average Backlogged Time ที่คำนวณจากโมเดล ประมาณการ และที่คำนวณจากโมเดลลรูป ทั้งนี้ขั้นตอนการคำนวณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว ของโมเดลลรูปนั้น จะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำการคำนวณ State Transition Probability (P) ในใช้สมมติฐานค่า α เท่ากับ 0.2 (เนื่องจากจำนวนผู้ใช้ในระบบน้อยจึงใช้สมมติฐานของปริมาณกราฟฟิกให้ มีค่าสูงเพิ่มขึ้น เพื่อสังเกตแนวโน้มของระบบเมื่อปริมาณกราฟฟิกสูง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเพื่อการเปรียบเทียบกับโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบ ดั้งเดิมเช่นในกรณีของโพรโตคอลแบบสล็อตเต็ด อโลฮา

จากสมมติฐานข้างต้นทำให้สามารถสร้างเมตริกซ์ P ได้ดังต่อไปนี้

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[0]	0.7373	0.0000	0.2048	0.0512	0.0064	0.0003
[1]	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
[2]	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
[3]	0.0000	0.0000	0.5000	0.5000	0.0000	0.0000
[4]	0.0000	0.0000	0.0000	0.2857	0.7143	0.0000
[5]	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1667	0.8333

ขั้นตอนที่ 2 ทำการคำนวณ Stationary Probability Distribution (π_j) โดยอาศัยความสัมพันธ์ตามสมการ $\pi = \pi P$ (สมการที่ 13) และใช้ความสัมพันธ์ในสมการที่ (14) เป็นสมการช่วย เนื่องจากการแก้สมการตามสมการที่ (13) ซึ่งในทุกกรณี จะพบว่าสมการแต่ละสมการจะไม่เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นจึงต้องมีสมการช่วย เพื่อให้การคำนวณค่า π_j สามารถกระทำได้

$$\pi_0 = 0.7373\pi_0 + \pi_1$$

$$\pi_1 = \pi_2$$

$$\pi_2 = 0.2028\pi_0 + 0.5000\pi_3 \quad (\text{การคำนวณตามสมการที่ 14})$$

$$\pi_4 = 0.0512\pi_0 + 0.0500\pi_3 + 0.2857\pi_4$$

$$\pi_5 = 0.0003\pi_0 + 0.8333\pi_5$$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1 \text{ (สมการช่วยตามสมการที่ 14)}$$

จากการแก้สมการจะพบว่าค่า π_j สามารถแสดงได้ดังรายละเอียดข้างล่างนี้
 พร้อมกับค่าปริมาณงานออก ณ สถานะ "j" (S(n)) ค่าคาดหวังของจำนวน
 Backlogged Users (E{n})

	π_n	n	S(n)	S(n)* π_n	E(n)
π_0	0.599981	0	0.4096	0.245752	0
π_1	0.157627	0	1	0.157627	0
π_2	0.157627	2	1	0.157627	0.3153
π_3	0.069502	3	0.444444	0.03089	0.2085
π_4	0.014112	4	0.421875	0.005953	0.0564
π_5	0.001152	5	0.4096	0.000472	0.0058

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณปริมาณงานออกตามสมการที่ (7) และปริมาณ Backlogged Users ตามสมการที่ (9) ได้ผลการคำนวณดังต่อไปนี้

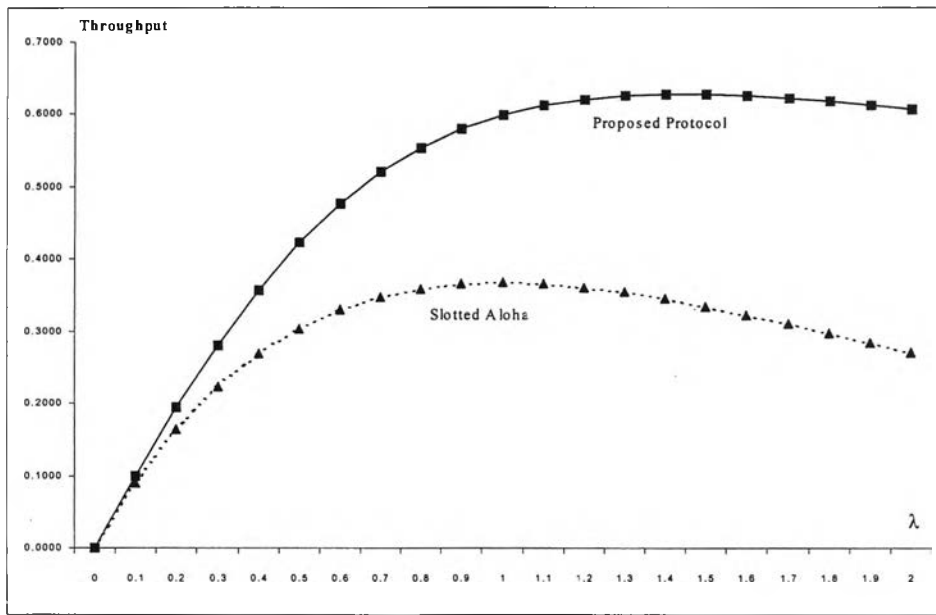
ปริมาณงานออก (Throughput)	= 0.5983	แพ็คเก็ต/ไทม์สล็อต
Backlogged Users	= 0.5859	แพ็คเก็ต
ค่าเฉลี่ย Backlogged Time	= 0.9793	ไทม์สล็อต

จากผลการคำนวณพื้นฐานดังกล่าว การคำนวณค่าพารามิเตอร์สำคัญของระบบเมื่อ ปริมาณทราฟฟิก (λ) ของช่องสัญญาณเปลี่ยนไป (โดยการแปรค่า α) และการเปรียบเทียบค่า ปริมาณงานออกกับโพรโตคอลแบบสล็อตตัด อโลฮา สามารถแสดงรายละเอียดได้ดังตารางที่ 3-3 นี้

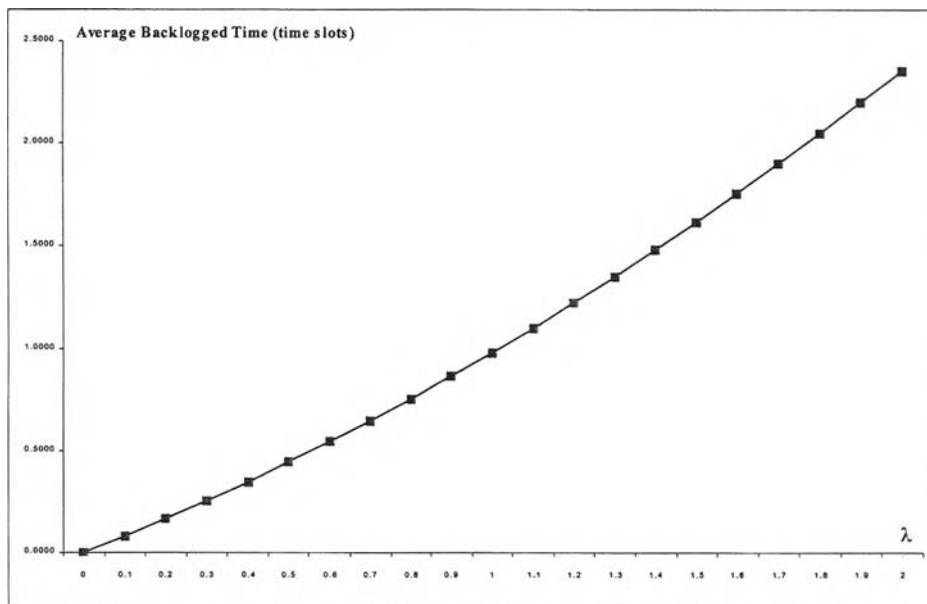
α	λ	S	E{n}	Average Backlogged Time	S-slotted Aloha	ρ_{00}
0	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
0.02	0.1	0.0992	0.0081	0.0816	0.0905	0.9962
0.04	0.2	0.1940	0.0323	0.1666	0.1637	0.9852
0.06	0.3	0.2807	0.0716	0.2550	0.2222	0.9681
0.08	0.4	0.3573	0.1240	0.3470	0.2681	0.9456
0.1	0.5	0.4225	0.1870	0.4427	0.3033	0.9185
0.12	0.6	0.4765	0.2583	0.5421	0.3293	0.8875
0.14	0.7	0.5198	0.3355	0.6455	0.3476	0.8533
0.16	0.8	0.5537	0.4168	0.7527	0.3595	0.8165
0.18	0.9	0.5795	0.5007	0.8640	0.3659	0.7776
0.2	1	0.5983	0.5860	0.9793	0.3679	0.7373
0.22	1.1	0.6115	0.6719	1.0987	0.3662	0.6959
0.24	1.2	0.6202	0.7580	1.2222	0.3614	0.6539
0.26	1.3	0.6252	0.8439	1.3498	0.3543	0.6117
0.28	1.4	0.6273	0.9293	1.4815	0.3452	0.5697
0.3	1.5	0.6271	1.0141	1.6171	0.3347	0.5282
0.32	1.6	0.6252	1.0984	1.7568	0.3230	0.4875
0.34	1.7	0.6220	1.1821	1.9003	0.3106	0.4478
0.36	1.8	0.6178	1.2652	2.0477	0.2975	0.4094
0.38	1.9	0.6129	1.3477	2.1988	0.2842	0.3724
0.4	2	0.6075	1.4296	2.3534	0.2707	0.3370

ตารางที่ 3-3 แสดงพารามิเตอร์สำคัญของระบบ
ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป

โดยที่แผนภาพเปรียบเทียบระหว่างปริมาณงานออกของโพรโตคอลที่นำเสนอ (Proposed Protocol) ในโครงการวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ กับโพรโตคอลแบบสล็อตเตด อโลฮา สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3-12 และรูปที่ 3-13 ต่อไปนี้



รูปที่ 3-12 แสดงค่าปริมาณงานออก
ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป



รูปที่ 3-13 แสดงค่า Average Backlogged Time
ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป

จากผลของการคำนวณในทางทฤษฎี จะพบว่าโพรโตคอลแบบโบนารีที่เสนอในโครงการงานวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ สามารถรักษาระดับปริมาณงานออกของช่องสัญญาณไว้ได้ดีกว่าโพรโตคอลแบบสล็อตเต็ด อโลฮา นอกจากนี้ระดับปริมาณงานออกสูงสุดยังมีค่าสูงกว่าโพรโตคอลแบบสล็อตเต็ด อโลฮา สำหรับค่าเฉลี่ยของ Backlogged Packet หรือ Average Backlogged Time ที่ปริมาณทราฟฟิกที่เปลี่ยนไปสามารถแสดงได้ดังแผนภาพข้างล่างนี้

และจากรูปที่ 3-13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทราฟฟิก และค่าเฉลี่ยของ Backlogged Time ประกอบกับการพิจารณาข้อมูลจากการคำนวณในตารางประกอบ จะเห็นว่าโพรโตคอลแบบโบนารีที่เสนอในโครงการงานวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ จะสามารถรักษาระดับของค่าเฉลี่ยของ Backlogged Time ได้ดีกว่าในกรณีของโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบดั้งเดิมทั้งในกรณีของโพรโตคอลแบบสล็อตเต็ด อโลฮา และโพรโตคอลแบบทรีที่เสนอในโครงการงานวิจัยอ้างอิง [5]

ทั้งนี้สามารถพิจารณาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณงานออก และค่าเฉลี่ย Backlogged Time ของระบบ โดยในโพรโตคอลแบบโบนารีที่เสนอในโครงการงานวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้นั้น ในกรณีที่ค่าปริมาณงานออกเลยค่าสูงสุด (เมื่อปริมาณทราฟฟิกเพิ่มมากขึ้น) ค่าเฉลี่ย Backlogged Time จะไม่เพิ่มอย่างรวดเร็วหรือเพิ่มในลักษณะ Exponential ดังเช่นในกรณีของโพรโตคอลในโครงการงานวิจัยอ้างอิงที่ได้กล่าวถึง

การทดสอบกรณีผู้ใช้ในระบบมีจำนวน 15 สถานี

เพื่อเป็นการทดสอบผลของจำนวนผู้ใช้ในระบบ ที่มีต่อสมรรถภาพของโพรโตคอล ทั้งในแง่ของปริมาณงานออก ค่าเฉลี่ยของ Backlogged Time ตลอดจนค่า Stationary Probability Distribution ของสถานะ "0" เมื่อปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณเพิ่มขึ้น จากการดำเนินการตามขั้นตอนการคำนวณ เช่นเดียวกับในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี พบว่าจะมีผลของการคำนวณค่าพารามิเตอร์สำคัญของระบบ ในกรณี $\alpha = 0.06$ ดังต่อไปนี้

Parameter:

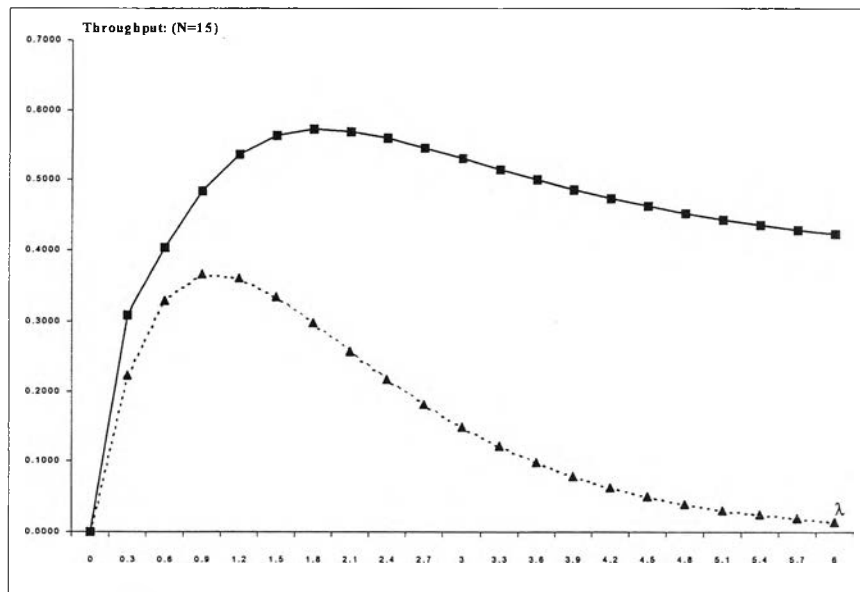
N	15
α	0.06
ρ_{00}	0.77376267
λ	0.9

n	$\rho_{ij;j=i-1}$	$1-\rho_{ij}$	ρ_{0n}
2	1	0	0.16910401
3	0.5	0.5	0.04677345
4	0.28571429	0.71428571	0.00895662
5	0.16666667	0.83333333	0.00125774
6	0.09677419	0.90322581	0.0001338
7	0.05555556	0.94444444	1.0981E-05
8	0.03149606	0.96850394	7.009E-07
9	0.01764706	0.98235294	3.4796E-08
10	0.00978474	0.99021526	1.3326E-09
11	0.00537634	0.99462366	3.8664E-11
12	0.00293112	0.99706888	8.2264E-13
13	0.0015873	0.9984127	1.2117E-14
14	0.0008546	0.9991454	1.1049E-16
15	0.00045779	0.99954221	4.7018E-19

สำหรับการคำนวณ Stationary Probability Distribution และค่าปริมาณงานออก ตลอดจนค่าคาดหวังของจำนวน Backlogged Users ที่สถานะย่อยต่างๆ ของระบบสามารถแสดงได้ดังนี้

	π_n	n	S(n)	S(n)* π_n	E(n)
π_0	0.619901	0	0.0096	0.005951	0
π_1	0.140245	0	1	0.140245	0
π_2	0.140245	2	1	0.140245	0.28049
π_3	0.070834	3	0.444444	0.031482	0.212502
π_4	0.022477	4	0.421875	0.009483	0.089909
π_5	0.005219	5	0.4096	0.002138	0.026096
π_6	0.000932	6	0.401878	0.000375	0.005593
π_7	0.000131	7	0.396569	5.19E-05	0.000915
π_8	1.45E-05	8	0.392696	5.7E-06	0.000116
π_9	1.27E-06	9	0.389744	4.95E-07	1.14E-05
π_{10}	8.69E-08	10	0.38742	3.37E-08	8.69E-07
π_{11}	4.55E-09	11	0.385543	1.76E-09	5.01E-08
π_{12}	1.77E-10	12	0.383995	6.78E-11	2.12E-09
π_{13}	4.94E-12	13	0.382697	1.89E-12	6.43E-11
π_{14}	4.03E-13	14	0.381592	1.54E-13	5.64E-12
π_{15}	6.01E-13	15	0.38064	2.29E-13	9.02E-12

สำหรับแผนภาพปริมาณงานออกเปรียบเทียบกับโพรโตคอลแบบดั้งเดิม สามารถแสดงได้ดังแผนภาพต่อไปนี้



รูปที่ 3-14 แสดงค่าปริมาณงานออกของระบบ
ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 15 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป

ผลการคำนวณพารามิเตอร์แสดงสมรรถนะภาพของโพรโตคอล เมื่อปริมาณทราฟฟิก
เปลี่ยนแปลงไปนั้น สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3-4 ต่อไปนี้

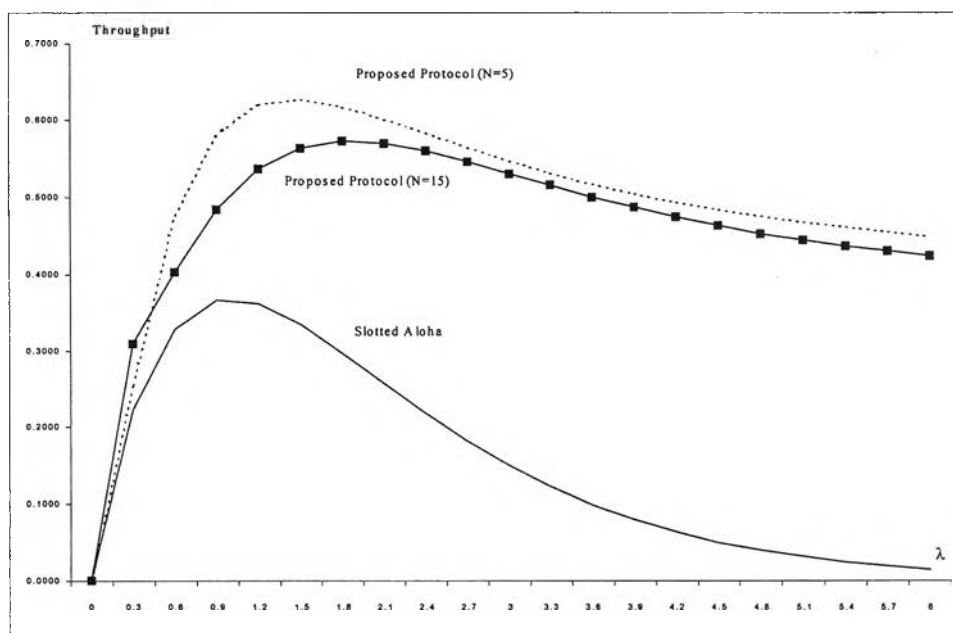
α	I	S (N=15)	E{n}	Average Backlogged Time (N=15)	ρ_{00} (N=15)
0	0	0	0	0	1
0.02	0.3	0.308942793	0.085142586	0.275593371	0.964661685
0.04	0.6	0.403208798	0.311814987	0.773333789	0.880890367
0.06	0.9	0.484702801	0.615633907	1.27012657	0.77376267
0.08	1.2	0.537186197	0.952795706	1.773678681	0.659728801
0.1	1.5	0.564032707	1.304798895	2.313339065	0.549043019
0.12	1.8	0.572704805	1.66526872	2.907726119	0.447602191
0.14	2.1	0.569707378	2.031835088	3.566453881	0.358319158
0.16	2.4	0.559770724	2.402997407	4.292824372	0.282133733
0.18	2.7	0.546119548	2.777238567	5.085404061	0.218744225
0.2	3	0.530876562	3.152927882	5.939097909	0.167125767
0.22	3.3	0.515392629	3.528434369	6.846109485	0.125888077
0.24	3.6	0.500487441	3.902250274	7.796899491	0.093514032
0.26	3.9	0.486620569	4.273069515	8.781111589	0.068511276
0.28	4.2	0.474012507	4.639817946	9.788387188	0.049501693
0.3	4.5	0.462729931	5.001648435	10.80900132	0.0352676
0.32	4.8	0.452745065	5.35791573	11.83428852	0.024768821
0.34	5.1	0.443976219	5.708143108	12.8568668	0.017141056
0.36	5.4	0.436314728	6.051988641	13.87069528	0.011683059
0.38	5.7	0.429642225	6.389215345	14.87101353	0.007837918
0.4	6	0.423841181	6.719666865	15.85420949	0.005172035

ตารางที่ 3-4 แสดงค่าพารามิเตอร์ของระบบ
ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 15 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป

เพื่อให้เกิดความชัดเจนมากขึ้น เกี่ยวกับสมรรถนะภาพของโพรโตคอลที่นำเสนอในโครงการวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ จึงได้ทำการคำนวณเปรียบเทียบระหว่างในกรณีผู้ใช้ในระบบมีจำนวน 5 สถานี และ 15 สถานี ซึ่งให้ผลการเปรียบเทียบโดยแผนภาพต่อไปนี้

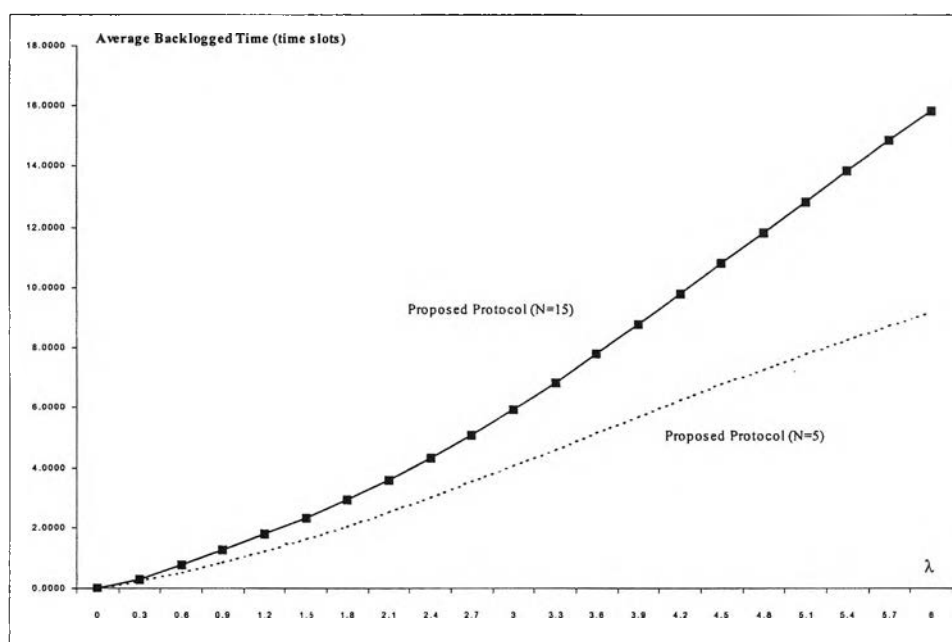
แผนภาพข้างล่างนี้แสดงให้เห็นลักษณะสำคัญของโพรโตคอล นอกเหนือไปจากการปริมาณงานออกที่สูงกว่าโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบดั้งเดิม (ทั้งในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี และจำนวน 15 สถานี) คือ

1. ด้วยโพรโตคอลที่เสนอในโครงการวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ระบบมีแนวโน้มที่จะสามารถรักษาระดับปริมาณงานออก เมื่อปริมาณทราฟฟิกมีค่าสูงขึ้นอยู่ที่ระดับปริมาณงานออกประมาณ 0.420 ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบดั้งเดิมซึ่งหากปริมาณทราฟฟิกสูงกว่า 1 (ในกรณีของ Slotted Aloha) และ 0.430 (ในกรณีของ Dynamic Tree Algorithm [5]) ระบบจะไม่สามารถรักษาระดับปริมาณงานออกได้ดี และที่สำคัญคือโพรโตคอลสามารถช่วยให้ระบบรักษาระดับปริมาณงานออกเมื่อทราฟฟิกเพิ่มสูงขึ้น โดยที่จำนวนของผู้ใช้ในระบบจะมีผลน้อยต่อระดับปริมาณงานออกของระบบ



รูปที่ 3-15 แสดงค่าปริมาณงานออกของระบบเปรียบเทียบระหว่างกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 และ 15 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป

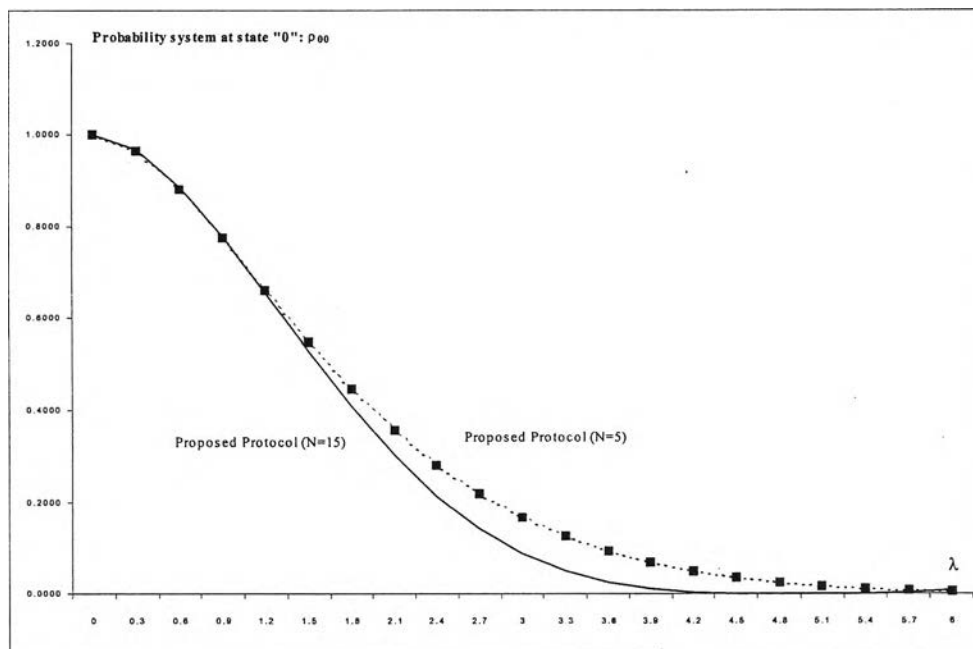
2. จากความสามารถในการรักษาระดับปริมาณงานออกของโพรโตคอลที่เสนอในครั้งนี้นี้ จะสามารถสรุปได้ว่า โพรโตคอลสามารถช่วยให้ระบบรองรับปริมาณทราฟฟิกที่สูงขึ้น ได้ดีกว่า โพรโตคอลแบบดั้งเดิม หรือโพรโตคอลที่เสนอในครั้งนี้นี้ช่วยให้ระบบมีเสถียรภาพที่ดีขึ้น ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นถึงผลจากการให้ลำดับความสำคัญในลำดับแรกแก่ผู้ใช้ในระบบที่มีปัญหาจากการส่งเป็น (Backlogged Users)



รูปที่ 3-16 แสดงค่า Average Backlogged Time ของระบบเปรียบเทียบระหว่างกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 และ 15 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลดรูป

3. ลักษณะสำคัญประการหนึ่งของระบบการเข้าถึงหลายทางโดยสุ่มนี้ คือลักษณะของความสัมพันธ์ในลักษณะตรงกันข้ามระหว่างปริมาณงานออก และค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ย สำหรับในกรณีของโพรโตคอลที่เสนอในโครงการงานวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้นี้ ค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ย ซึ่งแสดงโดยค่าคาดหวังของ Backlogged Time แสดงให้เห็นว่าลักษณะเฉพาะของระบบการเข้าถึงหลายทาง ยังคงปรากฏอยู่ในโพรโตคอลที่เสนอในงานวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้นี้เช่นกัน หากแต่โพรโตคอลที่เสนอในครั้งนี้นี้สามารถรักษาระดับของค่าเฉลี่ย Backlogged Time ได้ดีกว่าในกรณีของโพรโตคอลดั้งเดิมแบบ Slotted Aloha ซึ่งค่าเฉลี่ยของ Backlogged Time มีแนวโน้มเข้าสู่ค่าอนันต์เมื่อปริมาณทราฟฟิกสูงกว่า 1 และดีกว่าในกรณีของโพรโตคอลแบบ Dynamic Tree Algorithm ซึ่งค่าเฉลี่ยของ Backlogged Time มีแนวโน้มเข้าสู่ค่าอนันต์อย่างรวดเร็วเมื่อปริมาณทราฟฟิกสูงกว่า 0.430
4. พารามิเตอร์หนึ่งซึ่งแสดงให้เห็นความสามารถในการรองรับปริมาณทราฟฟิก และสามารถสร้างเสถียรภาพที่สูงขึ้นให้แก่ระบบคือ ค่า Stationary Probability Distribution ของระบบ

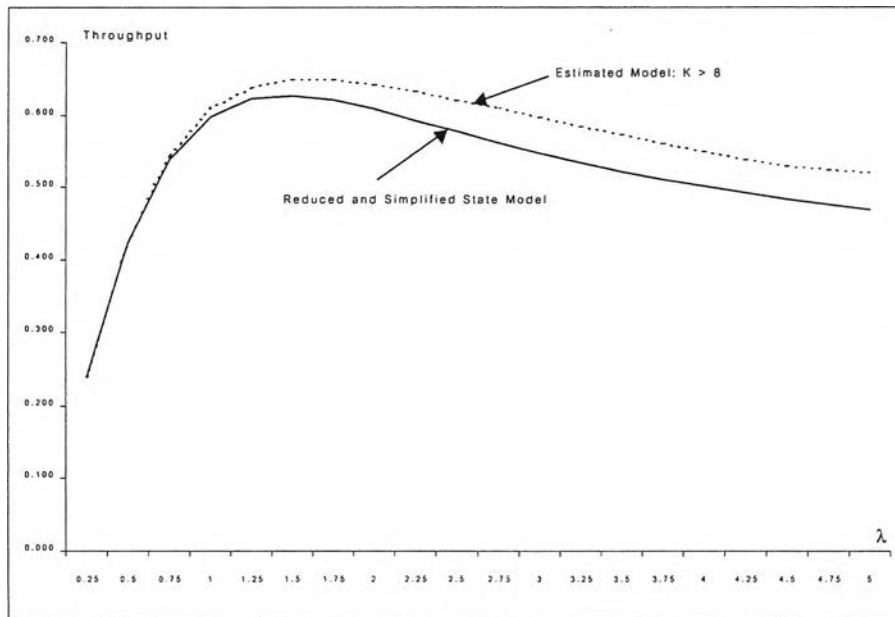
เมื่อระบบอยู่ที่สถานะ “0” ซึ่งแผนภาพข้างล่างนี้แสดงให้เห็นว่าเมื่อทราฟฟิกและจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นดังกล่าวในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 15 สถานี จะไม่เปลี่ยนแปลงไปจากกรณีผู้ใช้จำนวน 5 สถานี ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระบบมีแนวโน้มที่จะอยู่ที่สถานะ “0” แม้ว่าปริมาณทราฟฟิกและจำนวนผู้ใช้ในระบบจะเพิ่มขึ้นก็ตาม



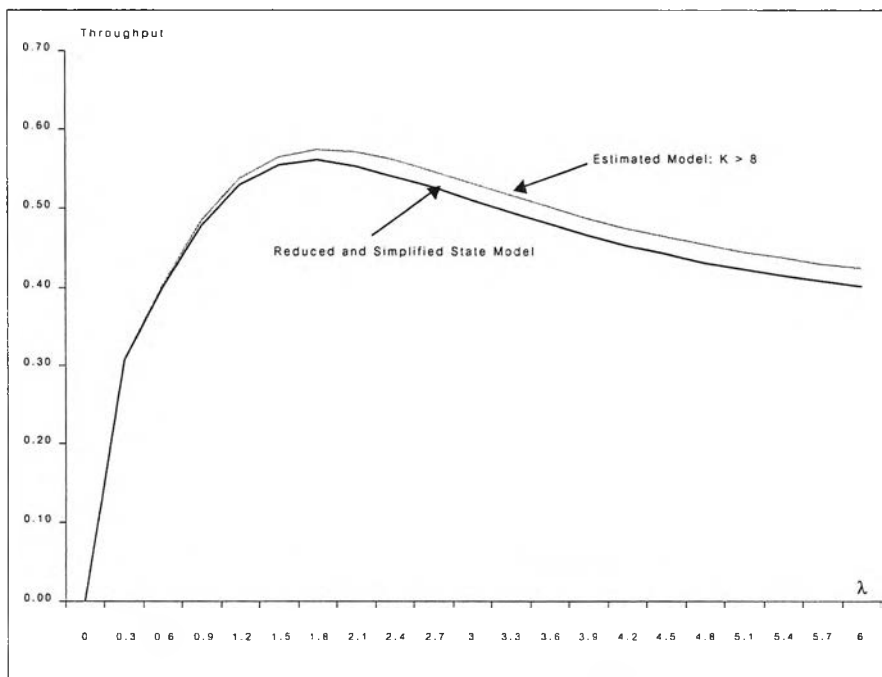
รูปที่ 3-17 แสดงค่า Stationary Probability Distribution ของระบบที่สถานะ “0” เปรียบเทียบระหว่างกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 และ 15 สถานี จากการคำนวณของโมเดลลตรูป

3.4.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณพารามิเตอร์ของระบบระหว่างการคำนวณโดยใช้โมเดลประมาณการ และโมเดลลตรูป

จากขั้นตอนการคำนวณปริมาณงานออก และค่า Average Backlogged Time ของโมเดลลตรูป และการคำนวณปริมาณงานออกและค่า Average Backlogged Time ของโมเดลประมาณการ การเปรียบเทียบผลเมื่อปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณเปลี่ยนไป การเปรียบเทียบพารามิเตอร์ของระบบในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 และ 15 สถานี สามารถแสดงได้ในรูปที่ 3-18 และ 3-19



รูปที่ 3-18 แสดงการเปรียบเทียบค่าปริมาณงานออกกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 สถานี ระหว่างการคำนวณของโมเดลประมาณการ และจากการคำนวณของโมเดลลดรูป



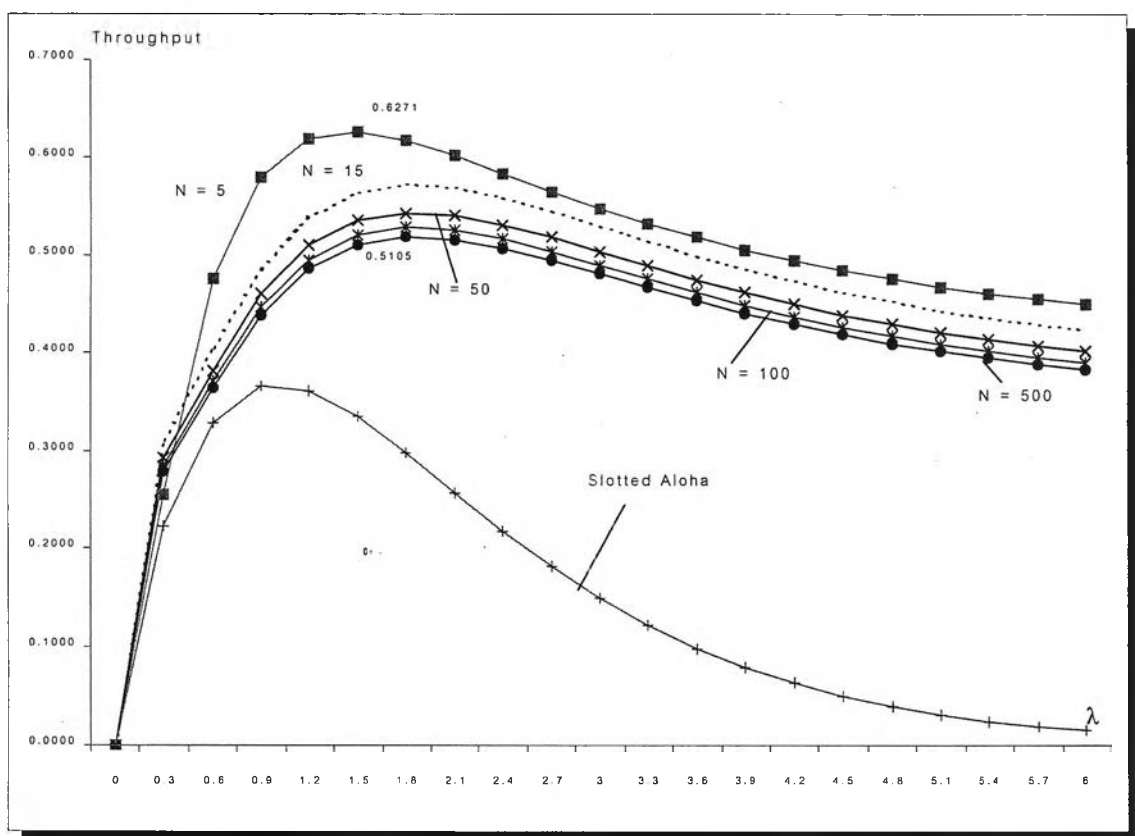
รูปที่ 3-19 แสดงการเปรียบเทียบค่าปริมาณงานออกกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 15 สถานี ระหว่างการคำนวณของโมเดลประมาณการ และจากการคำนวณของโมเดลลดรูป

จากการพิจารณาผลของการเปรียบเทียบ ระหว่างการคำนวณปริมาณงานออกโดยใช้โมเดล
ประมาณการ และโมเดลลดรูปพบว่า

- (1) ในกรณีของผู้ใช้ในระบบ 5 สถานี จะพบว่าปริมาณงานออกที่ได้จากการ
คำนวณบนพื้นฐานของโมเดลประมาณการ จะมีค่าสูงกว่าปริมาณงานออกที่ได้
จากการคำนวณบนพื้นฐานของโมเดลลดรูป โดยที่ความแตกต่างของค่า
ปริมาณงานออกจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อปริมาณกราฟฟิกของระบบมากขึ้น โดยในที่
นี้ที่ค่าปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณ 5 แพ็คเก็ตต่อต่อโทรม์สล็อต จะพบว่าค่า
ปริมาณงานออกที่ได้จากการคำนวณบนพื้นฐานของโมเดลลดรูปจะน้อยกว่า
0.05116 หรือคิดเป็นความคลาดเคลื่อนประมาณ 9.80%
- (2) ในกรณีของผู้ใช้ในระบบจำนวน 15 สถานี จะพบว่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง
ปริมาณงานออกที่คำนวณจากโมเดลประมาณการ และโมเดลลดรูปนั้นจะคลาด
เคลื่อนน้อยกว่าในกรณีผู้ใช้ในระบบ 5 สถานี โดยที่ปริมาณกราฟฟิกของช่อง
สัญญาณ 5 แพ็คเก็ตต่อต่อโทรม์สล็อต ความคลาดเคลื่อนจะมีค่าประมาณ 5.27%
ทั้งนี้เนื่องจากเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบมากขึ้น จะทำให้สถานะของระบบมี
จำนวนมากและโครงสร้างของสถานะมีความซับซ้อน สถานะที่ Stationary
Probability Distribution มีนัยสำคัญน้อยมีมากขึ้น ทำให้ความแตกต่างระหว่าง
โมเดลประมาณการ และโมเดลลดรูปมีน้อยลง
- (3) จากการเปรียบเทียบทั้งสองกรณีสามารถที่จะประมาณการได้ว่า เมื่อจำนวนผู้
ใช้ของระบบมีมากขึ้น อาทิ มีจำนวน 50 สถานี 100 สถานี 500 สถานี หรือ
มากกว่า จะสามารถใช้โมเดลลดรูปเพื่อการประมาณการพารามิเตอร์ของระบบ
หรือสมรรถนะของระบบ แทนโมเดลในการประมาณการ เนื่องจากความคลาด
เคลื่อนจะยิ่งลดน้อยลงเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มมากขึ้น

3.4.4 ผลของการคำนวณพารามิเตอร์สำคัญของระบบในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวนมาก โดยใช้โมเดลลดรูปเป็นพื้นฐาน

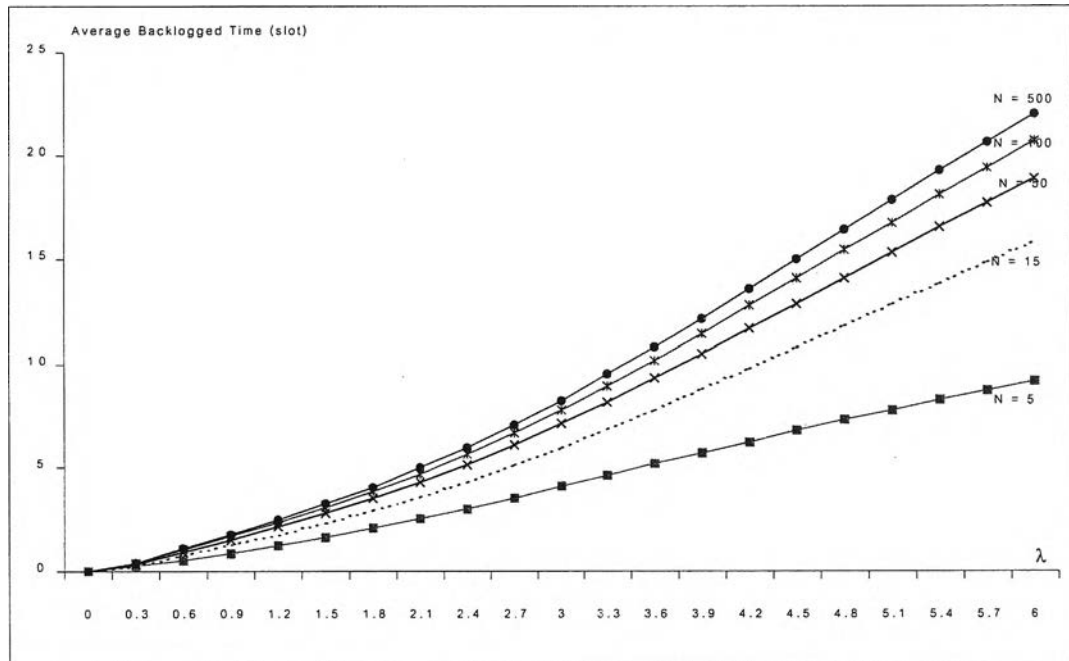
โดยการคำนวณตามขั้นตอนและพื้นฐานเดียวกันกับในกรณีของผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 และ 15 สถานี ผลของการคำนวณปริมาณงานออก และ Average Backlogged Time ในกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 50 สถานี 100 สถานี และ 500 สถานี เปรียบเทียบกับในกรณีผู้ใช้ 5 สถานี และ 15 สถานี ตลอดจนเปรียบเทียบกับโพรโตคอลแบบ Slotted Aloha สามารถแสดงได้ในรูปที่ 3-20



รูปที่ 3-20 แสดงการเปรียบเทียบค่าปริมาณงานออกระหว่างกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 15 50 100 และ 150 สถานีและเปรียบเทียบกับ Slotted Aloha

จากรูปที่ 3-20 จะเห็นว่าเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้นจะมีแนวโน้มที่ปริมาณงานออกของระบบจะลดลง อย่างไรก็ตามการลดลงของปริมาณงานออกนั้นมีแนวโน้มที่จะเข้าสู่ค่าหนึ่งเมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้น หรืออีกนัยหนึ่งเมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มมากขึ้นค่าปริมาณงานออกจะเปลี่ยนแปลงน้อยลง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในกรณีที่ใช้ในระบบจำนวนมาก โพรโตคอลที่เสนอในวิทยานิพนธ์นี้ยังให้ปริมาณงานออกที่สูงกว่าโพรโตคอลอ้างอิง

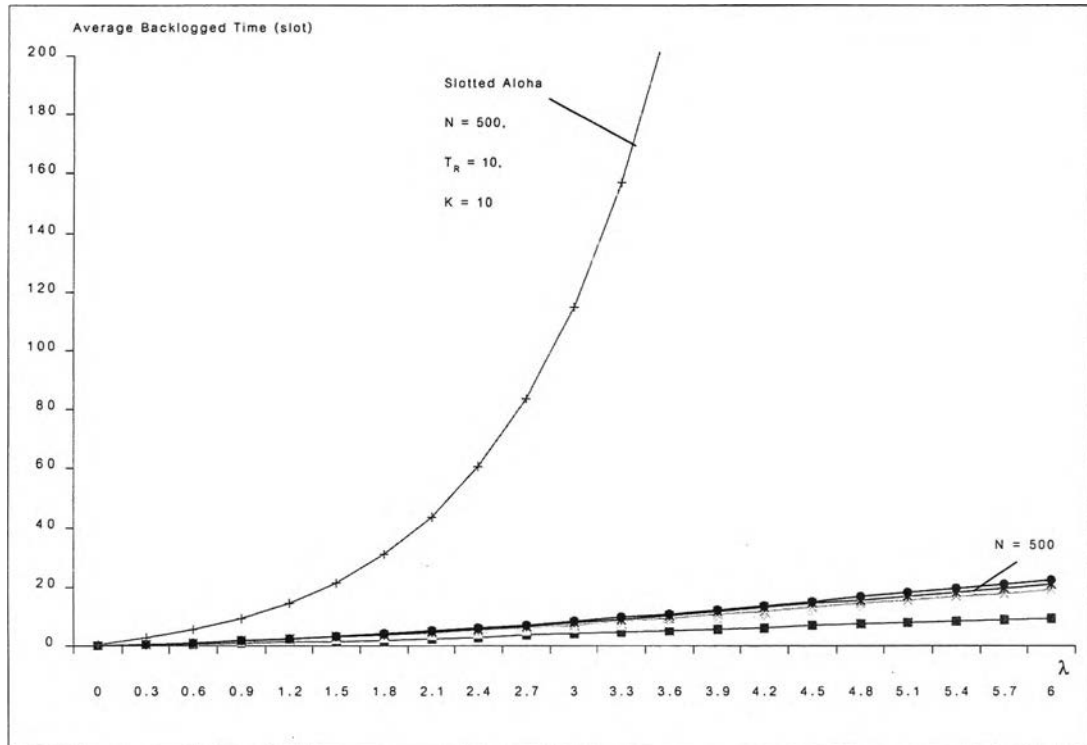
แนวโน้มของการลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่งของปริมาณงานออก เมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้นนั้นเกิดขึ้นกับกรณีของค่า Average Backlogged Time เช่นเดียวกัน ดังจะเห็นได้อย่างชัดเจนในรูปที่ 3-21



รูปที่ 3-21 แสดงการเปรียบเทียบค่า Average Backlogged Time ระหว่างกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 15 50 100 และ 150 สถานี

เพื่อให้เกิดความชัดเจนในการเปรียบเทียบค่า Average Backlogged Delay ระหว่างโพรโตคอลแบบดั้งเดิม จึงขอใช้การเปรียบเทียบกับโพรโตคอลแบบ Slotted Aloha เนื่องจากโพรโตคอลแบบไบนารีทีรีดั้งเดิมนั้น ค่า Average Backlogged Time จะลู่เข้าสู่ค่าอนันต์อย่างรวดเร็วกว่าในกรณีของ Slotted Aloha นอกจากนี้ การเปรียบเทียบระหว่างโพรโตคอลที่เสนอกับโพรโตคอลแบบไบนารีทีรีในกรณีผู้ใช้ในระบบมีจำนวนจำกัด หรือการวิเคราะห์สถานะของระบบแบบ Finite State นั้นจะทำได้ยาก ทำให้การเปรียบเทียบกับ Slotted Aloha ซึ่งเป็นเกณฑ์ต่ำสุดหรือ Lower Bound จะมีความชัดเจนกว่า

ผลของการเปรียบเทียบสามารถแสดงให้เห็นได้ในรูปที่ 3-22 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่า Average Backlogged Time ระหว่างโพรโตคอลที่เสนอในวิทยานิพนธ์สำหรับกรณีจำนวนผู้ใช้ในระบบ 5 สถานี 15 สถานี 50 สถานี 100 สถานี และ 500 สถานี เปรียบเทียบกับในกรณีของโพรโตคอลแบบ Slotted Aloha ที่มีพารามิเตอร์ดังแสดงในรูปที่ 3-22



รูปที่ 3-22 แสดงการเปรียบเทียบค่า Average Backlogged Time ระหว่างกรณีผู้ใช้ในระบบจำนวน 5 15 50 100 และ 150 สถานี และกรณีของ Slotted Aloha

ผลเปรียบเทียบระหว่างโพรโตคอลที่นำเสนอ นั้น เห็นได้อย่างชัดเจนว่าค่า Average Backlogged Time ในกรณีของโพรโตคอลที่นำเสนอจะลู่เข้าสู่ค่าอนันต์ช้ากว่าในกรณีของโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบดั้งเดิม ซึ่งเปรียบเทียบเสมือนเป็นการลดผลของความสัมพัทธ์ในรูปแบบ Trade-off ระหว่างค่าปริมาณงานออก และค่า Average Backlogged Time ซึ่งจะทำให้ระบบมีช่วงของการใช้งาน (Operation Range) ที่กว้างขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงที่ช่องสัญญาณมีปริมาณทราฟฟิกสูง

3.4.5 การคำนวณค่าปัจจัยการสูญเสียของแพ็คเก็ต (Loss Factor)

ค่าปัจจัยการสูญเสียของแพ็คเก็ตในที่นี้ หมายถึงอัตราส่วนจำนวนแพ็คเก็ตที่ไม่สามารถแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งของการส่งภายใต้เงื่อนไขเวลาที่กำหนด K ไทม์สล็อต ต่อจำนวนแพ็คเก็ตทั้งหมดที่เกิดข้อขัดแย้ง เมื่อพิจารณากระบวนการการแก้ไขข้อขัดแย้งของการส่งแพ็คเก็ตบนเงื่อนไขของสมมติฐานที่กล่าวไว้ข้างต้น จะพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน Backlogged Users (n) และค่าเงื่อนไขเวลาที่กำหนดไว้ K ไทม์สล็อต สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (16)

$$K = 2n_{\max} - 1 \quad (16)$$

สมการที่ (16) มีความหมายว่าหากมีจำนวน Backlogged Users ทั้งสิ้น n สถานี โพรโตคอลจะต้องการไทม์สล็อตจำนวน $2n-1$ ไทม์สล็อตในการแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้ง หรือจำนวนเงื่อนไขเวลา K ไทม์สล็อตจะสามารถแก้ไขปัญหของ Backlogged Users จำนวน n_{\max} สถานี

ดังนั้นกรณีที่จะเกิดการสูญเสียของแพ็คเก็ต (Packet Lost) จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ณ สถานะ "0" มีผู้ใช้ในระบบส่งแพ็คเก็ตเข้าสู่ช่องสัญญาณพร้อมกันจำนวนมากกว่าจำนวน n_{\max} ซึ่งจะส่งผลให้ระบบไม่สามารถแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งที่เกิดขึ้นทั้งหมดได้ และยังคงมีแพ็คเก็ตหรือ Backlogged User ที่ไม่สามารถส่งแพ็คเก็ตถึงผู้รับได้ภายในเงื่อนไขเวลาที่ระบบกำหนดไว้ ซึ่งตามเกณฑ์ของระบบจะถือว่าแพ็คเก็ตนั้นสูญหาย และผู้ใช้งานจะต้องทำการส่งใหม่โดยมีลำดับความสำคัญเท่าเทียมกันกับผู้ใช้ที่มีแพ็คเก็ตใหม่ที่ต้องการส่ง

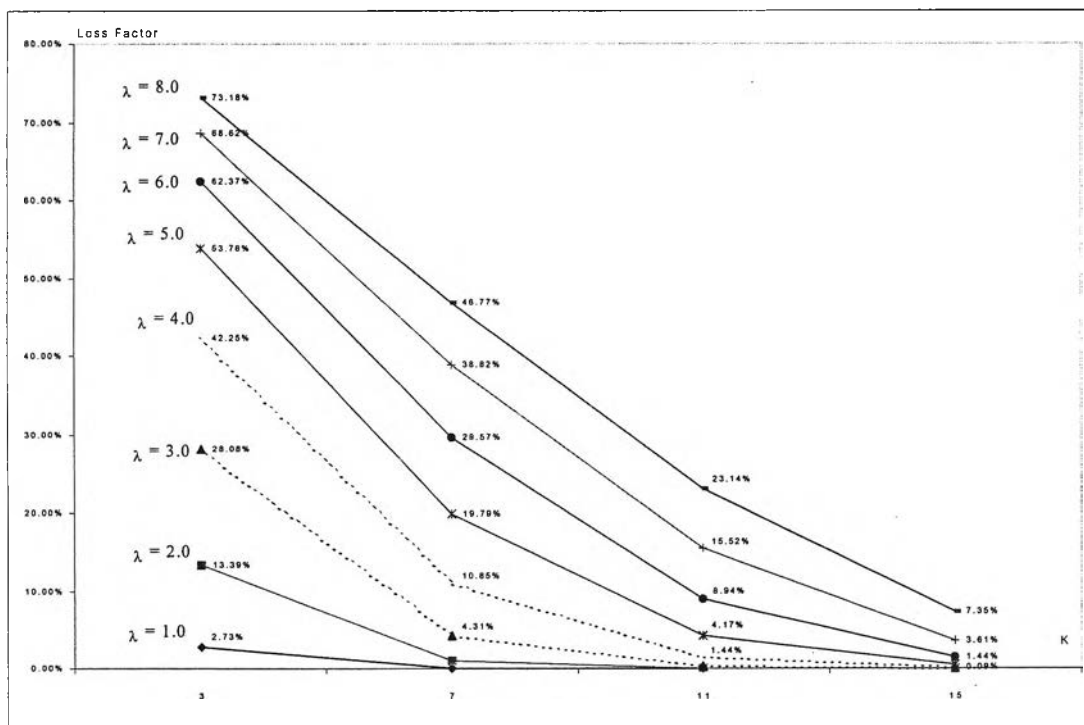
จากคำจำกัดความดังกล่าว ทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่าปัจจัยการสูญเสีย L ซึ่งเป็นฟังก์ชันของปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณ (λ หรือ α) และค่าเงื่อนไขเวลา K ตามสมการที่ (17)

$$L(\alpha, K) = \sum_{n=n_{\max}+1}^N \binom{N}{n} \alpha^n (1-\alpha)^{N-n} \left(\frac{n-n_{\max}}{n} \right) \quad (17.1)$$

$$L(\lambda, K) = \sum_{n=n_{\max}+1}^N \binom{N}{n} \left(\frac{\lambda}{N} \right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{N} \right)^{N-n} \left(\frac{n-n_{\max}}{n} \right) \quad (17.2)$$

ทั้งนี้ นิพจน์แรกของสมการแทนความน่าจะเป็นในการที่ผู้ใช้ในระบบจำนวนตั้งแต่ n_{\max} ($n_{\max} \leq n \leq N$) ส่งแพ็คเก็ตในไทม์สล็อตพร้อมกันเมื่อระบบอยู่ที่สถานะ "0" และนิพจน์หลังคือ

อัตราส่วนระหว่างจำนวนแพ็คเก็ตที่ไม่สามารถแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งของการส่งภายใต้เงื่อนไขเวลาที่กำหนด K ไทม์สล็อต ต่อจำนวนแพ็คเก็ตทั้งหมดที่เกิดข้อขัดแย้ง



รูปที่ 3-23 แสดงค่า Loss Factor ในกรณีผู้ใช้จำนวน 15 สถานีที่ค่าเงื่อนไขเวลาต่าง ๆ

จากรูปที่ 3-23 แสดงให้เห็นผลของค่าเงื่อนไขเวลาที่มีต่อค่าปัจจัยความสูญเสียของระบบเมื่อค่าปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณเปลี่ยนไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อค่าปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าสูง รูปที่ 3-23 ทำให้ทราบถึงแนวทางในการกำหนดเงื่อนไขเวลาสำหรับการใช้งานของระบบเมื่อมีเงื่อนไขของปริมาณกราฟฟิกเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งการกำหนดเงื่อนไขการใช้งานอาจจะต้องพิจารณาร่วมกับค่าเงื่อนไขเวลา และค่าปริมาณงานออกประกอบ

3.5 การประเมินเสถียรภาพของระบบ และเงื่อนไขของเสถียรภาพของระบบ

เงื่อนไขสำคัญที่มีผลต่อเสถียรภาพของระบบ คือเงื่อนไขของจำนวนแพ็คเก็ตใหม่ที่ผู้ใช้ในระบบพร้อมส่ง (New Packet from Waiting Users) จะต้องไม่เกินกว่าจำนวน n_{\max} เพื่อป้องกันไม่ทำให้ระบบเกิดปัญหา Runaway Effect เนื่องด้วยจำนวน Backlogged Users หรือจำนวนแพ็คเก็ตที่สูญหาย (Lost Packet) เพิ่มมากขึ้นอย่างต่อเนื่อง

หากให้ α แทนความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ในระบบสถานะหนึ่งจะส่งแพ็คเก็ตเข้าสู่โหนดสล็อตหนึ่ง ค่าคาดหวังของปริมาณทราฟฟิก ($E\{Traffic: \lambda\}$) จะมีค่าเท่ากับ $N\alpha$ ดังนั้นเงื่อนไขสำคัญที่จะทำให้ระบบมีเสถียรภาพจะมีความสัมพันธ์ตามสมการที่ (18) ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} N\alpha K &\leq n_{\max} \\ N\alpha K &\leq \frac{K+1}{2} \\ N\alpha &\leq \frac{K+1}{2K} \end{aligned} \tag{18}$$

สำหรับการประเมินเสถียรภาพของระบบที่ใช้โพรโตคอลที่เสนอในวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้นั้น ในการประเมินจะอาศัยการเปรียบเทียบระดับของปริมาณงานออก ที่ปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณในระดับสูงเพื่อตรวจสอบดูว่าปริมาณงานออกจะลดลงอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ เมื่อปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณสูงขึ้น ซึ่งจากการทดสอบโพรโตคอลที่เสนอในวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้อย่างเสริมให้เสถียรภาพของระบบดีขึ้น โดยไม่ต้องให้การช่วงเวลารอ (Time-out) จากผู้ใช้ระบบ ซึ่งเป็นการปรับปรุงจากกรณีของโพรโตคอลแบบดั้งเดิมทั้ง Slotted Aloha หรือโพรโตคอลแบบโบนารีทรี นอกจากนี้ผลของระดับปริมาณงานออกในสถานะที่ปริมาณทราฟฟิกของช่องสัญญาณมีค่าสูงของโพรโตคอลนี้ยังมีค่าสูงกว่าโพรโตคอลสมัยใหม่ที่เสนอโดย B.P. Paris และ B. Aszhang [6] ในขณะที่ Panwar และคณะนั้นทำการศึกษาโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางที่มีเงื่อนไขของเวลา [4] หากแต่ไม่ได้ทำการคำนวณพารามิเตอร์ที่สำคัญของระบบ อาทิ ปริมาณงานออก ค่าหน่วงเวลาโดยเฉลี่ย จึงทำให้ไม่สามารถประเมินเสถียรภาพของระบบที่เสนอโดย Panwar และคณะได้

3.6 ข้อสรุปจากการวิเคราะห์ทางทฤษฎี

จากการวิเคราะห์ลักษณะการทำงานของโพรโตคอลที่เสนอ ซึ่งเชื่อมโยงถึงลักษณะของ State Diagram ของระบบ ตลอดจนการวิเคราะห์ผลของเงื่อนไขเวลาที่มีต่อ State Diagram และสมรรถนะของระบบ ทำให้ได้ข้อสรุปจากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีดังต่อไปนี้

- (1) ผลจากการวิเคราะห์ทางทฤษฎี ทำให้เห็นว่าค่าเงื่อนไขของเวลาที่มีผลต่อสมรรถนะของระบบ กล่าวคือ ค่าเงื่อนไขของเวลาที่ลดลง (จำนวนโหนดสลอตในช่วงการแก้ไขข้อขัดแย้งลดลง) จะทำให้ปริมาณงานออกของระบบลดลง ค่า Average Backlogged Time มีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยนั้นขึ้นกับค่าเงื่อนไขเวลาประกอบกับปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณ กล่าวคือ ในสถานะที่ช่องสัญญาณมีปริมาณกราฟฟิกต่ำ ระบบที่มีเงื่อนไขเวลาต่ำกว่าจะมีค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยต่ำกว่า ในขณะที่ปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณสูง ระบบที่มีเงื่อนไขเวลาสูงกว่าจะมีค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ยต่ำกว่า
- (2) จากลักษณะสมบัติดังกล่าว ทำให้การเลือกเงื่อนไขของการใช้งานนั้น จะต้องพิจารณาความเหมาะสมของเงื่อนไขของเวลาที่จะเลือกใช้ ในปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณที่มีความเหมาะสม จึงจะสามารถลดผลของความสัมพันธ์ในลักษณะ Trade-off ระหว่างค่าปริมาณงานออกและค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ย ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของระบบการเข้าถึงหลายทาง
- (3) การศึกษาในครั้งนี้สามารถพัฒนาโมเดลลดรูป เพื่อลดจำนวนสถานะของระบบซึ่งทำให้การวิเคราะห์ระบบในกรณีผู้ใช้จำนวนมากนั้นทำได้โดยง่าย โดยที่ผลการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบโดยอาศัยโมเดลลดรูปนั้น มีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงเพียงเล็กน้อย โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มมากขึ้นนั้นความคลาดเคลื่อนจะยังมีค่าน้อยลง
- (4) ผลการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบในกรณีผู้ใช้จำนวนมากนั้น สะท้อนให้เห็นว่าโพรโตคอลที่เสนอในวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ สามารถให้ปริมาณงานออกมากกว่าโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบดั้งเดิม โพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางแบบไบนารี ตลอดจนโพรโตคอลการเข้าถึงหลายทางในปัจจุบันที่เสนอโดย B.P. Paris และ B. Aszhang [6]

- (5) โพรโตคอลที่เสนอในวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ แสดงให้เห็นถึงสมรรถนะในการลดผลของความสัมพันธ์ในลักษณะ Trade-off ระหว่างปริมาณงานออก และค่าหน่วยเวลาโดยเฉลี่ย ตลอดจนแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะในการรักษาปริมาณงานออกให้อยู่ในระดับสูงในสภาวะที่ปริมาณกราฟฟิกของช่องสัญญาณสูง แสดงให้เห็นถึงการที่โพรโตคอลช่วยให้เสถียรภาพของระบบดีขึ้น