บทที่ 5

ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน (Partial LU-factor) นี้เป็นขั้นตอนวิธีที่พัฒนาต่อมาจากขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชในบทที่ 4 ด้วยวัตถุประสงค์ที่ต้องการลดปริมาณหน่วยความจำที่ใช้ในการจัดเก็บเมตริกซ์และพารามิเตอร์อื่นๆ เนื่องจากพบว่าถ้ามีการจัดลำดับแถว หรือแนวตั้งของเมตริกซ์ A เป็นไปอย่างมีระบบแบบแผนในการแยกตัวประกอบแอล-ยู จะทำให้การจัดเก็บเมตริกซ์ A นั้นอาจจัดเก็บเฉพาะส่วนที่เปลี่ยนแปลงในเมตริกซ์ A ได้ ซึ่งจะช่วยลดปริมาณหน่วยความจำที่ใช้ลง ทำให้ขั้นตอนวิธีเร่งความเร็วในการคำนวณนี้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นในกรณีที่ทำการจำลองเวลากับวงจรที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากว่าวงจรที่มีขนาดใหญ่นั้นต้องใช้เนื้อที่หน่วยความจำในการจัดเก็บมาก

5.1 แนวเหตุผลของขั้นตอนวิธี

ขั้นตอนวิธีนี้มีมูลเหตุจูงใจในการพัฒนามาจากขั้นตอนวิ ธีเมตริกซ์แคช ในกรณีวงจรที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดใหญ่ ซึ่งจะมีผลทำให้ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชนั้นไม่สามารถเร่งความเร็วในการวิเคราะห์ได้อย่างเต็มที่ เนื่องด้วยเหตุผลหลัก 2 ประการคือ

- เมตริกซ์ของวงจรจะมีขนาดใหญ่ ทำให้การจัดเก็บสิ้นเปลืองหน่วยความจำเป็นอย่างมาก กล่าวคือเมตริกซ์ที่เคยจัดเก็บจะต้องถูกทิ้งไป เพื่อรองรับเมตริกซ์ตัวใหม่เข้ามาแทนที่ เนื่องด้วยเราให้ความสำคัญต่อเมตริกซ์ตัวใหม่มากกว่าตัวเก่า (หลักการของ LRU - Least Recently Used) ดังที่จะอธิบายต่อไป
- เนื่องจากความสำคัญของผลเฉลยของวงจรต้องมาก่อน ดังนั้นการที่เนื้อที่หน่วยความจำต้องถูกใช้เก็บผลเฉลยของวงจร ก็จะเป็นอีกตัวแปรหนึ่งที่ทำให้การเร่งความเร็วทำได้ไม่เต็มที่ ถ้ามีการจัดเก็บเมตริกซ์แบบไม่ประหยัด

เพื่อยืนยันว่าวงจรขนาดใหญ่มีผลต่อความเร็วของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชจริง จึงขอยกตัวอย่างประกอบการอธิบายโดยที่มีสภาวะของระบบดังนี้

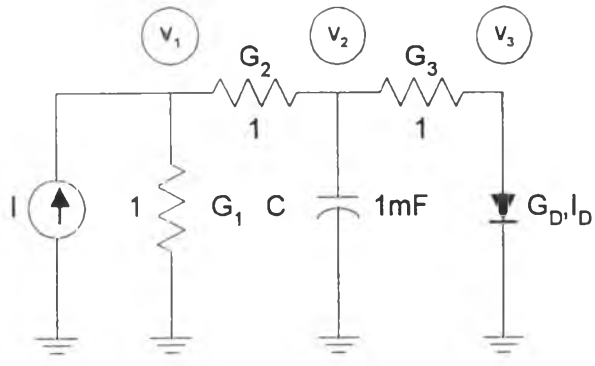
- วงจรขนาด 50 ตัวแปร
- ทำการจำลองทั้งหมด 2000 จุดเวลา
- สถานะของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนที่เป็นไปได้ทั้งหมด 50 รูปแบบ
- รูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของขนาดขั้นเวลา 10 รูปแบบ
- หน่วยความจำอิสระที่ใช้เป็นเมตริกซ์แคช 350,000 bytes
- หน่วยความจำที่ใช้เก็บตัวประกอบแอล-ยู 15,000 bytes / 1 ตัวประกอบแอล-ยู

จากตัวอย่างที่กำหนดในข้างต้นจะพบว่ามีรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเมตริกซ์ A ถึง 500 รูปแบบแต่ ในกรณีนี้เมตริกซ์แคชจะสามารถรองรับเมตริกซ์ได้เพียงประมาณ 20 ตัวเท่านั้น นั่นหมายถึงว่าเปอร์เซนต์ที่การค้นหาจะพบเมตริกซ์ที่ต้องการมีเพียง 4% เท่านั้นเองซึ่งมีขนาดน้อยมาก และจริงๆแล้วหน่วยความจำในส่วนที่เป็นเมตริกซ์แคชนี้จะมีขนาดลดลงเมื่อทำการจำลองไปนานขึ้น เนื่องจากหน่วยความจำจะต้องถูกนำไปจัดเก็บค่าผลเฉลยของวงจรซึ่งมีความสำคัญมากกว่า ดังนั้นด้วยเหตุผล 2 ข้อที่อธิบายในข้างต้น จึงเป็นสิ่งที่ยืนยันได้อย่างชัดเจนว่า การจัดเก็บเมตริกซ์และค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องต้องจัดทำอย่างมีประสิทธิภาพ การทำงานของขั้นตอนวิธีจึงจะเป็นไปอย่างมีประสิทธิผล

5.2 <u>จากการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบทั่วไปสู่การแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน</u>

เพื่อให้เห็นแนวความคิดของขั้นตอนวิธีนี้ก่อนที่จะอธิบายหลักการของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน ขอยกตัวอย่างวงจรในรูปที่ 5.1 ซึ่งเป็นวงจรเชิงเส้นแบบท่อนขนาดเพียง 3 โนด เพราะเนื่องจากไม่สะดวกที่จะอธิบายด้วยวงจรที่มีขนาดใหญ่มากๆได้

จากวงจรที่ 5.1 เป็นวงจรเชิงเส้นแบบท่อนที่สามารถเร่งความเร็วในการวิเคราะห์ได้ด้วยขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช ดังที่ได้อธิบายไว้แล้วในบทที่ 4 คือจะทำการบันทึกค่าตัวประกอบแอล-ยูของเมตริกซ์ไว้เพื่อนำกลับมาใช้ในครั้งถัดไป แต่ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนที่จะนำเสนอในบทนี้นั้นจะนำเสนอเทคนิคที่ใช้จัดเก็บเมตริกซ์ที่จะใช้หน่วยความจำอย่างประหยัด ดังนี้

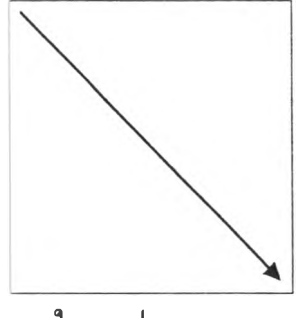


รูปที่ 5.1 ตัวอย่างวงจรเชิงเส้นแบบท่อน

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2-G_3+\dfrac{C}{h} & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_D+G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(t_i) \\ V_2(t_i) \\ V_3(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(t_i) \\ V_2(t_{i-1}) \\ I_D \end{bmatrix} \qquad (5.1)$$

ขอเริ่มอธิบายจากวงจรในรูปที่ 5.1 ถ้าทำการสร้างสมการเมตริกซ์ด้วยวิธีโมดิฟายด์โนดัล ดังวิธีในขั้นตอนวิธีแบบทั่วไป จะได้สมการวงจร Ax=b ดังในสมการที่ (5.1) เนื่องจากพบว่าองค์ประกอบในเมตริกซ์ A ดังสมการที่ (5.1) นั้นเป็นค่าคงที่เป็นจำนวนมาก จึงคิดจะจัดเก็บตัวประกอบแอล-ยูเฉพาะส่วนที่เปลี่ยนแปลงในเมตริกซ์ A และเพื่อให้มีความเข้าใจมากขึ้นจึงขออธิบายถึงขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบทั่วไปเสียก่อน ซึ่งแผนภูมิสายงานของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยู ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.3

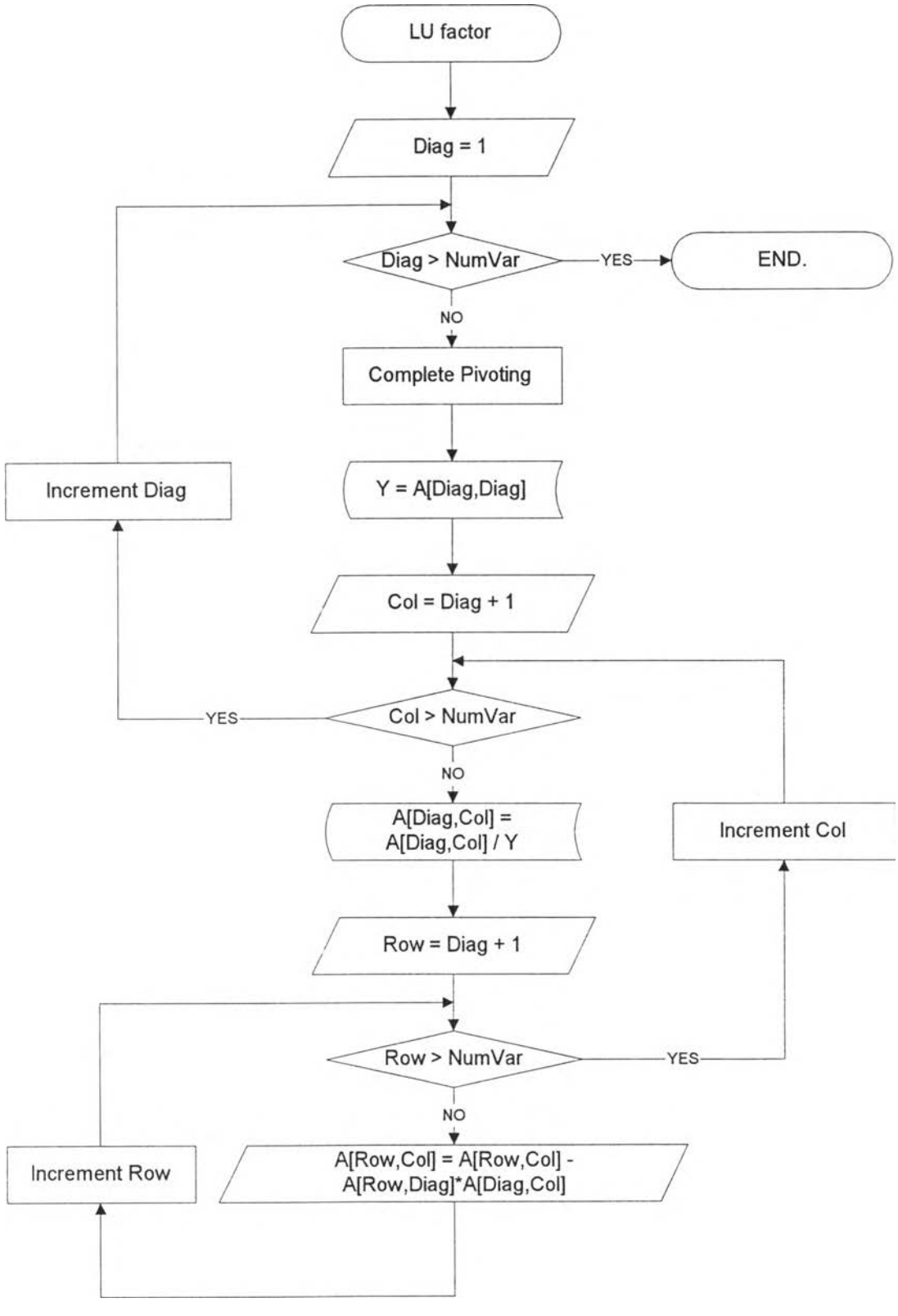
จากแผนภูมิสายงานในรูปที่ 5.3 ซึ่งจะพบว่าการแยกตัวประกอบแอล-ยูนั้นจะมีการประมวลผลตามแนวเส้นทแยงมุม ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 แผนภาพแสดงทิศทางในการประมวลผลของการแยกตัวประกอบแอล-ยู

ดังนั้นจากความคิดที่ว่าต้องการจะจัดเก็บตัวประกอบแอล-ยู เฉพาะในส่วนที่เปลี่ยนแปลงไปในเมตริกซ์ A จึงเกิดปัญหาขึ้นมา 2 ข้อคือ

I 1746374



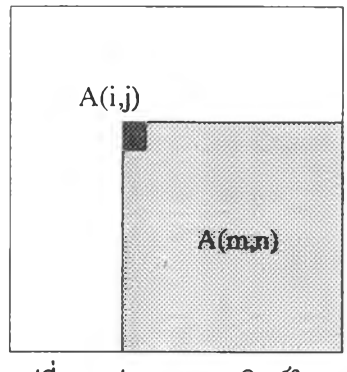
รูปที่ 5.3 แผนภูมิสายงานของการแยกตัวประกอบแอล-ยูร่วมกับการทำ complete pivoting

- ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูนั้น ถ้ามีองค์ประกอบในเมตริกซ์ตัวใดเปลี่ยนแปลง เช่น A(i, j) จะมีผลทำให้องค์ประกอบอื่นในเมตริกซ์ A(m,n) หลังจากแยกตัวประกอบแอล-ยูแล้วเปลี่ยนแปลง โดยที่

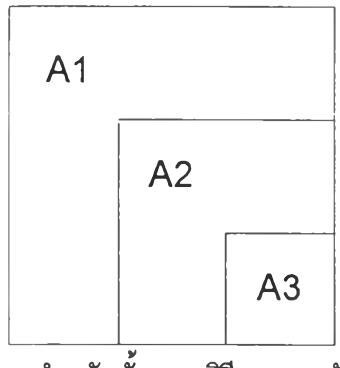
  1. m>=i, n>=i ถ้า i<=j
  2. m>=j, n>=j ถ้า i>=j

  หรือดังที่อธิบายไว้ในรูปที่ 5.4

- เนื่องจากในการแยกตัวประกอบแอล-ยูนั้นมีการใช้เทคนิค complete pivoting ร่วมด้วยทำให้ตำแหน่งขององค์ประกอบในเมตริกซ์ A หลังการแยกตัวประกอบแอล-ยูไม่คงที่ ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงตามลำดับแถว และแนวตั้งของการทำ pivoting



รูปที่ 5.4 ตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงของเมตริกซ์ในการแยกตัวประกอบแอล-ยู



รูปที่ 5.5 รูปแบบของเมตริกซ์ A สำหรับขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

เพื่อแก้ปัญหา 2 ข้อที่ทำให้ตำแหน่งของค่าองค์ประกอบในเมตริกซ์ A ไม่แน่นอนนั้น สำหรับในข้อที่ 1 จะแก้ปัญหาโดยการจัดเรียงลำดับของแถวและแนวตั้งเสียใหม่ เพื่อให้เมตริกซ์ A แยกออกเป็น 3 ส่วนเพื่อสะดวกในการแยกจัดเก็บดังในรูปที่ 5.5 โดยที่ในการแยกตัวประกอบ

แอล-ยู เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค่าในส่วนประกอบใดจะไม่ส่งผลให้ส่วนประกอบก่อนหน้ามีการเปลี่ยนแปลงด้วย และสำหรับปัญหาในข้อที่ 2 นั้นจะถูกแก้ไขโดย ในการทำ pivoting นั้น จะอนุญาตให้สลับแถว หรือแนวตั้งเฉพาะในส่วนประกอบเดียวกันเท่านั้น เช่น ในการทำ pivoting ครั้งหนึ่งๆ การสลับแถวหรือแนวตั้งจะอนุญาตให้เกิดขึ้นได้ภายในส่วนประกอบเดียวกันเท่านั้น ห้ามมิให้มีการสลับแถวข้ามส่วนประกอบโดยเด็ดขาด คือแถวที่อยู่ใน A1 จะไปอยู่ใน A2 ไม่ได้

โดยที่ความหมายของส่วนประกอบในเมตริกซ์ทั้ง 3 นั้นคือ

1. **A1** คือ ส่วนที่ประกอบด้วยส่วนที่เป็นค่าคงที่ทั้งหมด เช่น 0, 1, ค่าความต้านทานภายในของอุปกรณ์ เป็นต้น
2. **A2** คือ ส่วนที่ประกอบด้วยส่วนที่เป็นค่าคงที่ และส่วนที่ขึ้นกับค่าขั้นเวลาของการคำนวณ เช่น ค่าความเหนี่ยวนำของตัวเก็บประจุ เป็นต้น
3. **A3** คือ ส่วนที่ประกอบด้วยส่วนที่เป็นค่าคงที่, ส่วนที่ขึ้นกับค่าขั้นเวลาของการคำนวณ และส่วนที่ขึ้นกับสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน เช่น ค่าความนำไฟฟ้าของไดโอด เป็นต้น

5.3 <u>ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน</u>

จากที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้นว่าขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนี้จะทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบพิเศษ ซึ่งจะทำให้ได้ตัวประกอบแอล-ยูที่สามารถแบ่งออกเป็น 3 ส่วน ซึ่งหลักการนั้นก็ใช้การแยกตัวประกอบแอล-ยู ร่วมกับการทำ complete pivoting เหมือนเดิม แต่เพิ่มเทคนิคที่สำคัญอีก 2 ข้อดังนี้

1. ก่อนการแยกตัวประกอบแอล-ยูต้องจัดลำดับแถวและแนวตั้งของเมตริกซ์ใหม่ให้แยกออกเป็น 3 ส่วนดังในรูปที่ 5.5
2. ในการทำ pivoting นั้นอนุญาตให้สลับแถว หรือแนวตั้งเฉพาะในส่วนประกอบเดียวกันเท่านั้น

สามารถอธิบายให้เห็นได้จากตัวอย่างวงจรในรูปที่ 5.1 ถ้าใช้การสร้างสมการด้วยวิธีโมดิฟายด์โนดัลจะได้สมการที่ (5.1) แล้วทำการจัดเรียงลำดับแถว และแนวตั้งของเมตริกซ์ใหม่เพื่อแยกเมตริกซ์ A ออกเป็น 3 ส่วนด้วยกันจะได้ดังสมการที่ (5.2)

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2+G_3+\frac{C}{h} & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_D+G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(t_i) \\ V_2(t_i) \\ V_3(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(t_i) \\ V_2(t_{i-1}) \\ I_D \end{bmatrix} \qquad (5.2)$$

A1 **A2** **A3**

หลังจากที่สามารถจัดเมตริกซ์ A ให้แบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังกล่าวได้แล้ว จะขอแสดงให้เห็นถึงเทคนิคในการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน ดังนี้ ก่อนอื่นขอเริ่มจากการแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆของวงจร (G_1=1 S, G_2=1 S, G_3=1 S, C=0.001 F, h=0.001 s) แล้วยกเฉพาะเมตริกซ์ A มาแสดงไว้ในสมการที่ (5.3)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & G_D+1 \end{bmatrix} \qquad (5.3)$$

A1 A2 A3

ในตัวอย่างนี้เราจะกำหนดให้ขนาดขั้นตอนเวลาเป็นแบบคงที่ ขนาด=0.001 s ดังนั้นในกรณีนี้เราจะมีเพียงตัวแปรเดียวคือ G_D ซึ่งเป็นองค์ประกอบในส่วนประกอบ A3 และขอใช้เทคนิคการแยกตัวประกอบแอล-ยูในรูปที่ 5.3 มาแยกตัวประกอบแอล-ยูเมตริกซ์ A ในสมการที่ 5.3 โดยจะแบ่งการแยกตัวประกอบแอล-ยูนี้ออกเป็น 3 ขั้นตอนคือ Diag=1 ถึง 3 ดังนี้

1. Diag = 1 จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (5.4)
2. Diag = 2 จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (5.5)
3. Diag = 3 จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (5.6)

Diag=1

$$\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & \frac{5}{2} & -1 \\ 0 & -1 & G_D+1 \end{bmatrix} \qquad (5.4)$$

Diag=2

$$\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & \frac{5}{2} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -1 & G_D+\frac{3}{5} \end{bmatrix} \qquad (5.5)$$

Diag=3
$$\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & \frac{5}{2} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -1 & G_D+\frac{3}{5} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

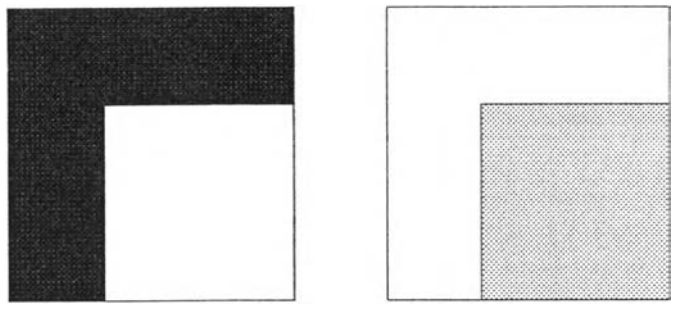
จากตัวอย่างในการแยกตัวประกอบแอล-ยูนี้จะมีจุดที่น่าสังเกตอยู่ 3 ข้อคือ

1. การเปลี่ยนแปลงของค่า G_D ซึ่งอยู่ในส่วน A3 จะไม่มีผลกระทบไปถึงส่วนประกอบอื่น (A1, A2) เลย
2. ผลจากข้อที่ 1 ทำให้ส่วนประกอบที่อยู่ก่อนหน้าส่วนที่เปลี่ยนแปลงนั้นจะมีค่าคงที่เสมอ ซึ่งจากสมการที่ 5.6 ก็คือส่วน A1 และ A2 นั่นเอง
3. ในส่วนประกอบที่มีการเปลี่ยนแปลงนั้น จะมีผลกระทบจากส่วนประกอบก่อนหน้าด้วย ซึ่งหมายถึงในส่วน A3 นั้นจะมีการบวกค่าเพิ่มจากผลคูณในส่วนประกอบ A1 และ A2

ดังนั้นถ้าสามารถจัดเมตริกซ์ A ให้มีลักษณะดังกล่าว แล้วทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูจะพบว่าทุกๆครั้งที่มีการแยกตัวประกอบแอล-ยู ก็ไม่มีความจำเป็นที่จะต้องจัดเก็บเมตริกซ์ A หมดทั้งเมตริกซ์ซึ่งการจัดเก็บเมตริกซ์โดยการใช้หน่วยความจำอย่างประหยัดนั้นสามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ส่วนของ A1 จะถูกจัดเก็บเพียงครั้งเดียว
2. ส่วนของ A2 จะถูกจัดเก็บใหม่ก็ต่อเมื่อค่าขั้นเวลาในการคำนวณ (h) เปลี่ยน
3. ส่วนของ A3 จะถูกจัดเก็บใหม่ก็ต่อเมื่อค่าขั้นเวลาในการคำนวณ (h) หรือสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน (G_D) เปลี่ยน

และในการจัดเก็บตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนั้นจะต้องมีการจัดเก็บเป็นคู่ๆดังที่แสดงในรูป 5.6 เพื่อให้การแยกตัวประกอบแอล-ยูในครั้งต่อไป ยังคงมีความสมบูรณ์เหมือนเดิม เช่น ในการจัดเก็บส่วนประกอบ A1 นั้นจะต้องจัดเก็บ ส่วนประกอบ A1 ที่แยกตัวประกอบแอล-ยูเสร็จแล้วซึ่งต่อไปจะเรียกว่าส่วนของตัวประกอบแอล-ยู (LUed) และอีกส่วนก็คือส่วนประกอบ A2 และ A3 ในส่วนที่ใช้ในการคงความสมบูรณ์สำหรับการแยกตัวประกอบแอล-ยูในครั้งถัดไป ซึ่งต่อไปจะเรียกส่วนนี้ว่าหน้ากากของตัวประกอบแอล-ยู (Mask)



(ก) (ข)

รูปที่ 5.6 ลักษณะของคู่เมตริกซ์ที่ใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

(ก) LUed (ข) Mask

ขอยกตัวอย่างจากสมการที่ (5.3) นำมาประกอบการอธิบายโดยจะขอกำหนดให้ G_D=1 S แล้วแสดงถึงพารามิเตอร์ที่จ้องใช้ในการการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน (LUed, Mask) ดังในตารางที่ 5.1 ดังนี้

	A	LUed	Mask
เมตริกซ์ A	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$		
Diag=1	$\begin{bmatrix} 2 & -1/2 & 0 \\ -1 & 5/2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & -1/2 & 0 \\ -1 & & \\ 0 & & \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & & \\ & -1/2 & 0 \\ & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Diag=2	$\begin{bmatrix} 2 & -1/2 & 0 \\ -1 & 5/2 & -2/5 \\ 0 & -1 & 8/5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & & \\ & 5/2 & -2/5 \\ & -1 & \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & -2/5 \end{bmatrix}$
Diag=3	$\begin{bmatrix} 2 & -1/2 & 0 \\ -1 & 5/2 & -2/5 \\ 0 & -1 & 8/5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & 8/5 \end{bmatrix}$	

ตารางที่ 5.1 ตารางแสดงถึงการจัดเก็บพารามิเตอร์ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

จากตัวอย่างข้างต้นสามารถนำมาสรุปเป็นขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนได้ดังแผนภูมิสายงานในรูปที่ 5.7 ซึ่งอธิบายได้ว่า ในทุกๆครั้งที่จะทำสร้างสมการเมตริกซ์เพื่อนำมาแก้สมการด้วยวิธีแยกตัวประกอบแอล-ยูนั้น ให้ตรวจสอบรูปแบบของเมตริกซ์ A เสียก่อน ว่าเคยผ่านการแยกตัวประกอบแอล-ยูมาแล้วหรือยัง โดยที่การตรวจสอบให้ตรวจสอบจาก ค่าตัวแปรพารามิเตอร์ของเมตริกซ์ 2 ตัวคือ

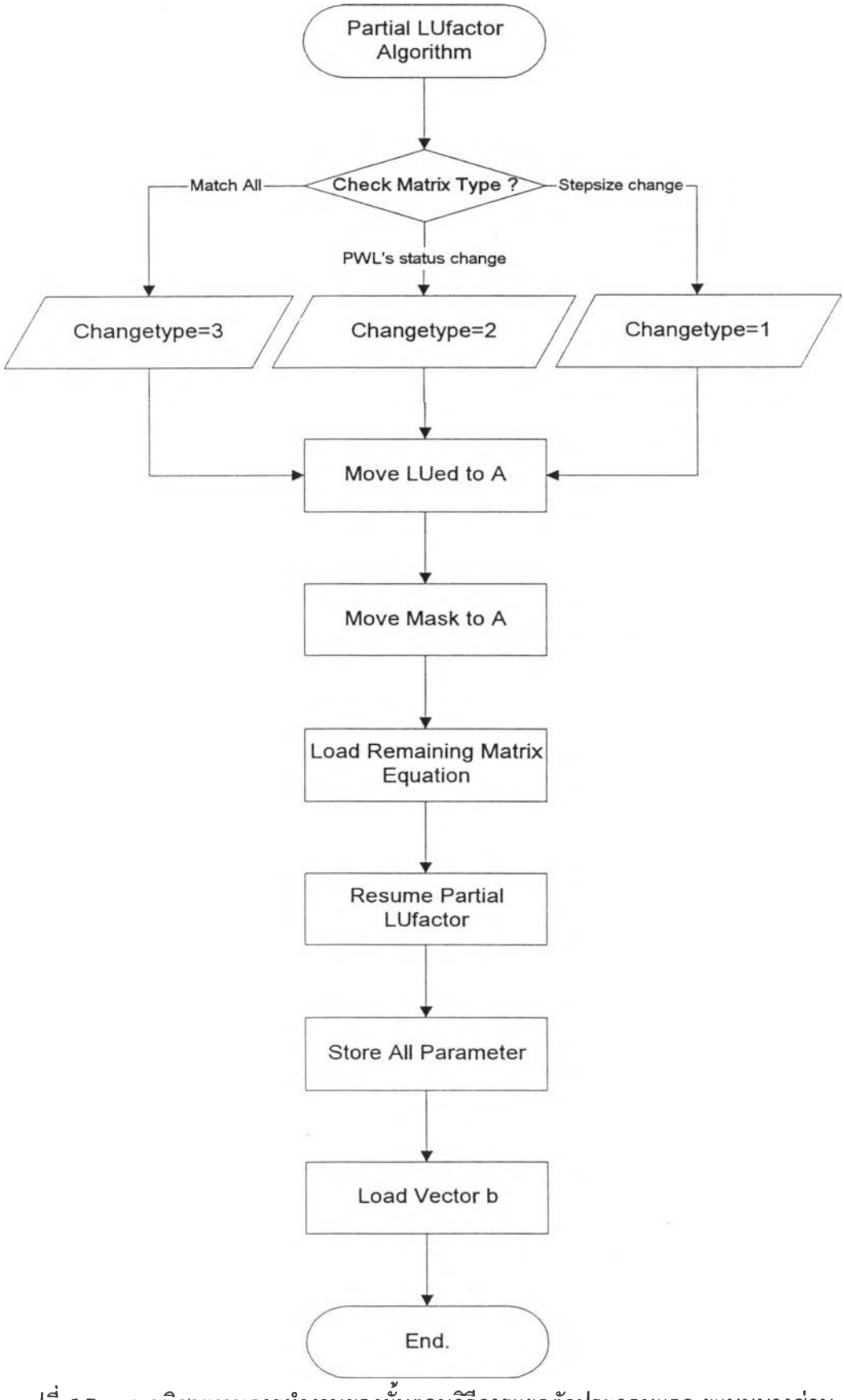
1. จำนวนรูปแบบของขั้นเวลาในการคำนวณ (Nstep)
2. จำนวนสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน ($Nstate_i$)

ซึ่งในการตรวจสอบรูปแบบของเมตริกซ์ A จากค่าพารามิเตอร์ 2 ตัวนี้ เทียบกับพารามิเตอร์ของตัวประกอบแอล-ยูที่จัดเก็บไว้ในเมตริกซ์แคช จะเกิดผลลัพธ์ได้ 3 รูปแบบคือ

1. ทั้งค่าขั้นเวลาในการคำนวณ และสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนทุกตัว มีค่าคงเดิม (Match All)
2. ค่าขั้นเวลาในการคำนวณมีการเปลี่ยนแปลง (Stepsize change)
3. ค่าสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนมีการเปลี่ยนแปลง (PWL's status change)

ถ้าผลลัพธ์เป็นดังข้อที่ 1 นั้นก็สามารถนำค่าตัวประกอบแอล-ยูกลับมาใช้ได้เลย แต่ถ้าผลลัพธ์เป็นดังข้อที่ 2 หรือ 3 แล้วจะต้องทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่ แต่ไม่ต้องแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่ใหม่ทั้งเมตริกซ์ กล่าวคือจะทำใหม่เฉพาะในส่วนที่เปลี่ยนแปลงคือส่วน A2 หรือ A3 ตามลำดับ โดยจะแบ่งอธิบายถึงการทำงานเป็น ข้อๆดังนี้

1. Move LUed to A คือการนำส่วนที่แยกตัวประกอบแอล-ยูเสร็จแล้ว (LUed) ไปไว้ในเมตริกซ์ A ได้เลย
2. Move Mask to A คือการนำเอา Mask ที่คู่กับ LUed ในข้อที่ 1 ไปไว้ในเมตริกซ์เพื่อเตรียมแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน
3. Load Remaining Matrix Equation คือการโหลดค่าองค์ประกอบของเมตริกซ์ A ลงให้ครบ
4. Resume Partial LUfactor คือการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนโดยเริ่มทำจากส่วนประกอบที่มีการเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 5.7 แผนภูมิสายงานการทำงานของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

5. Store All Parameter คือการจัดเก็บค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่สำคัญ เพื่อนำไปใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูครั้งถัดไป
6. Load Vector b คือการโหลดค่าให้แก่เวกเตอร์ b เนื่องจากขั้นตอนวิธีนี้สามารถจัดเก็บได้เพียงเมตริกซ์ A เท่านั้น ส่วนค่าในเวกเตอร์ b ต้องทำการสร้างใหม่ทุกครั้ง

และในทุกครั้งที่ต้องทำการแยกตัวประกอบแอล-ยูใหม่นั้น ต้องทำการจัดเก็บพารามิเตอร์ทุกตัวเพื่อนำไปใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูครั้งถัดไป สิ่งหนึ่งที่ยังต้องคำนึงถึงเหมือนเดิมคือการจัดเก็บหรือการค้นหา จะต้องทำไปอย่างมีประสิทธิภาพ กล่าวคือต้องคำนึงถึงขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการจัดเก็บ ค้นหา แม้กระทั่งปริมาณหน่วยความจำที่ใช้ควรใช้อย่างคุ้มค่า ซึ่งพารามิเตอร์สำคัญที่ต้องจัดเก็บ และโครงสร้างข้อมูลที่ใช้ในการจัดเก็บของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนั้นได้อธิบายไว้ในหัวข้อถัดไป

5.4 โครงสร้างข้อมูลของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

ในการทดสอบขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนไปใช้นั้น เพื่อความสะดวกในการเขียนโปรแกรมและการเปรียบเทียบผล จึงได้ทดลองนำขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนี้ไปใช้กับโปรแกรม “เล็ก 6.0” ซึ่งใช้ขั้นตอนวิธีทั่วไป ส่วนโครงสร้างข้อมูลและขั้นตอนวิธีที่ใช้ร่วมในขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนั้นจะขอยกตัวอย่างที่ง่ายต่อการนำไปใช้ และไม่ต้องปรับแต่งโครงสร้างของโปรแกรม “เล็ก 6.0” มากจนเกินไป ได้ดังต่อไปนี้

พารามิเตอร์ที่สำคัญที่จะนำมาใช้ในขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

ลักษณะการจัดองค์ประกอบของเมตริกซ์ A ให้แยกออกเป็น 3 ส่วนคือ A1, A2, A3 ดังรูปที่ 5.5 นั้น พารามิเตอร์ต่างๆที่ต้องจัดเก็บเพื่อนำไปใช้ในการแยกตัวประกอบแอล-ยูครั้งต่อๆไปนั้นมีดังต่อไปนี้

1. ส่วนของตัวประกอบแอล-ยู และหน้ากากของตัวประกอบแอล-ยูสำหรับเมตริกซ์ในส่วนที่ 1 (A1) ซึ่งจะต้องมีอยู่เพียงชุดเดียว
2. ส่วนของตัวประกอบแอล-ยู และหน้ากากของตัวประกอบแอล-ยูสำหรับเมตริกซ์ในส่วนที่ 2 (A2) ซึ่งจะต้องมีจำนวนคู่ทั้งหมดตามจำนวนของขั้นเวลาในการคำนวณ คือต้องมีทั้งหมด 16 ชุด

3. ส่วนของตัวประกอบแอล-ยู สำหรับเมตริกซ์ในส่วนที่ 3 (A3) ซึ่งจะต้องมีอยู่ทั้งหมด 16*i ชุด โดยที่ 16 คือจำนวนของรูปแบบขั้นเวลาในการคำนวณ และ i คือจำนวนรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นทุกตัวที่มีอยู่ในวงจร
4. ค่าลำดับแนวตั้ง และค่าลำดับแถวของเมตริกซ์ A หลังการแยกตัวประกอบแอล-ยูร่วมกับการทำ pivoting
5. ขั้นเวลาในการคำนวณ
6. สถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน

และในการจัดเก็บค่าพารามิเตอร์ทั้งหลายนั้นจะจัดทำในลักษณะดังแผนภาพในรูปที่ 5.8 ซึ่งในแต่ละส่วนนั้นมีความหมายดังนี้ ในการเก็บตัวประกอบแอล-ยูในครั้งหนึ่งๆนั้น จะถูกจัดเก็บแบ่งออกเป็น 3 ส่วนด้วยกัน คือ A1, A2, A3 โดยที่เมตริกซ์ชิ้น A1 จะมีเพียงชุดเดียว ส่วนชิ้น A2 ซึ่งขึ้นกับขนาดขั้นเวลาในการคำนวณนั้นก็จะมี 16 ชิ้นจึงใช้อาร์เรย์หนึ่งมิติในการทำให้เป็นจริง ส่วนชิ้นสุดท้ายคือ A3 นั้นจะขึ้นกับขนาดขั้นเวลาในการคำนวณ และยังขึ้นอยู่กับสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน ทำให้มีจำนวนรูปแบบของเมตริกซ์ที่ไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน ดังนั้นในชิ้น A3 นั้นการทำให้เป็นจริงจึงใช้อาร์เรย์ร่วมกับรายการแบบเชื่อมโยงสองทาง

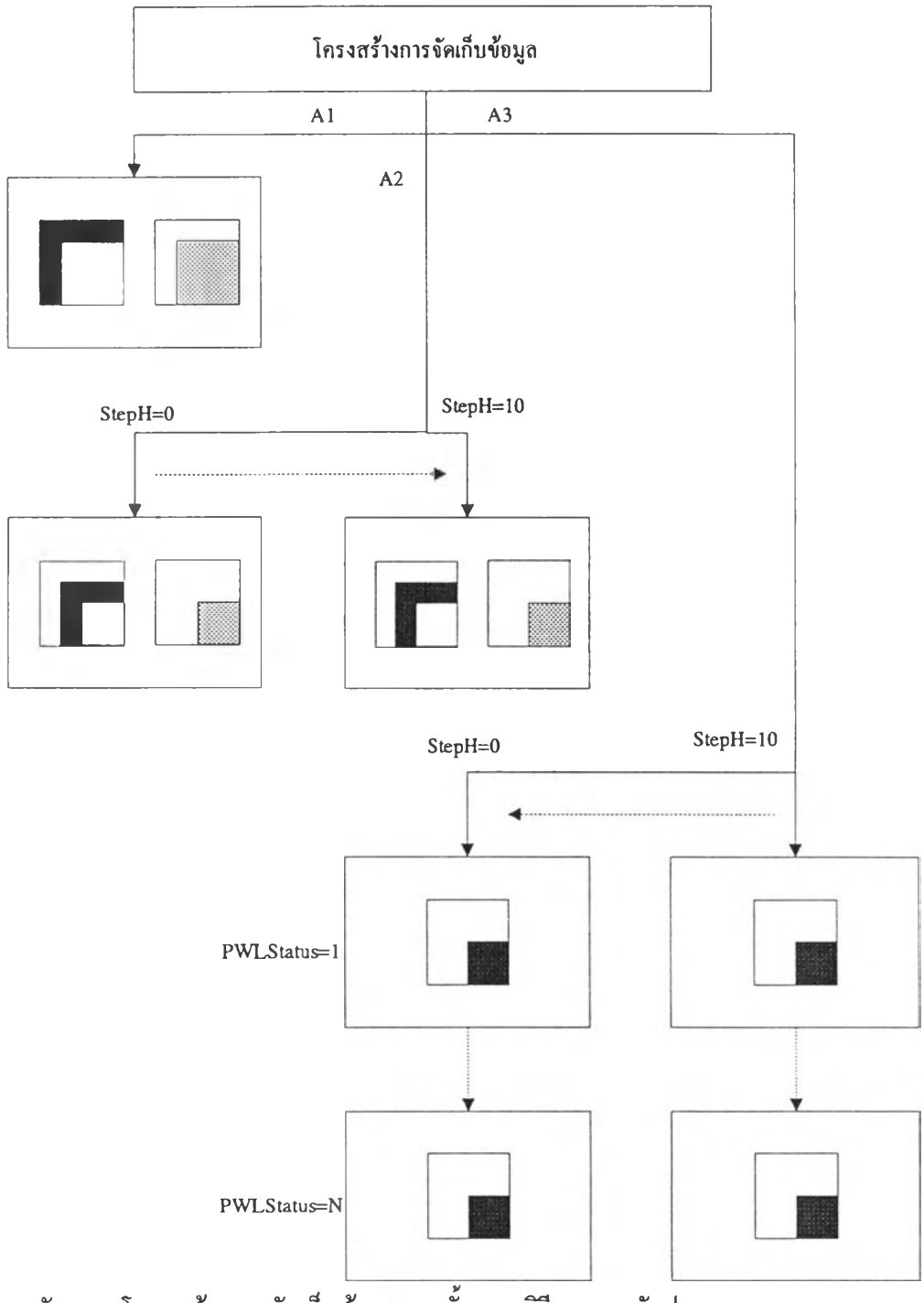
ส่วนในการจัดเก็บพารามิเตอร์ตัวอื่นๆนั้น เช่น ค่าลำดับแนวตั้ง และแถวของเมตริกซ์ A ก็ใช้การจัดเก็บแบบเดียวกับในขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชดังที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 4 ในรูปที่ 4.4 จึงจะไม่ขอกล่าวอีกในที่นี้ และเพื่อให้เข้าใจชัดเจนถึงโครงสร้างข้อมูลในการจัดเก็บมากขึ้น จึงจะขอยกตัวอย่างวงจรในรูปที่ 4.5 คือ วงจรลดระดับแรงดัน Buck converter ซึ่งจะอธิบายในหัวข้อถัดไป

5.5 ตัวอย่างของวงจรที่นำเอาขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนไปใช้

ขอยกตัวอย่างจากวงจรในรูปที่ 4.5 ซึ่งเป็นวงจรพื้นฐานทางด้านอิเล็กทรอนิกส์กำลังคือวงจร Buck converter เพื่อแสดงให้เห็นถึงการนำเอาขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนไปใช้ และสมการวงจรที่ผ่านการจัดลำดับแถวและแนวตั้งของเมตริกซ์ A ให้แบ่งออกเป็น 3 ส่วนแล้วนั้น ได้แสดงไว้ในสมการที่ (5.7)

ถ้าสังเกตจากสมการวงจร Ax=b ในสมการที่ (5.7) ที่ผ่านการจัดลำดับแถวและแนวตั้งใหม่แล้ว จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าสามารถจัดแบ่งเมตริกซ์ A ให้ออกเป็น 3 ส่วนได้อย่างชัดเจนคือ

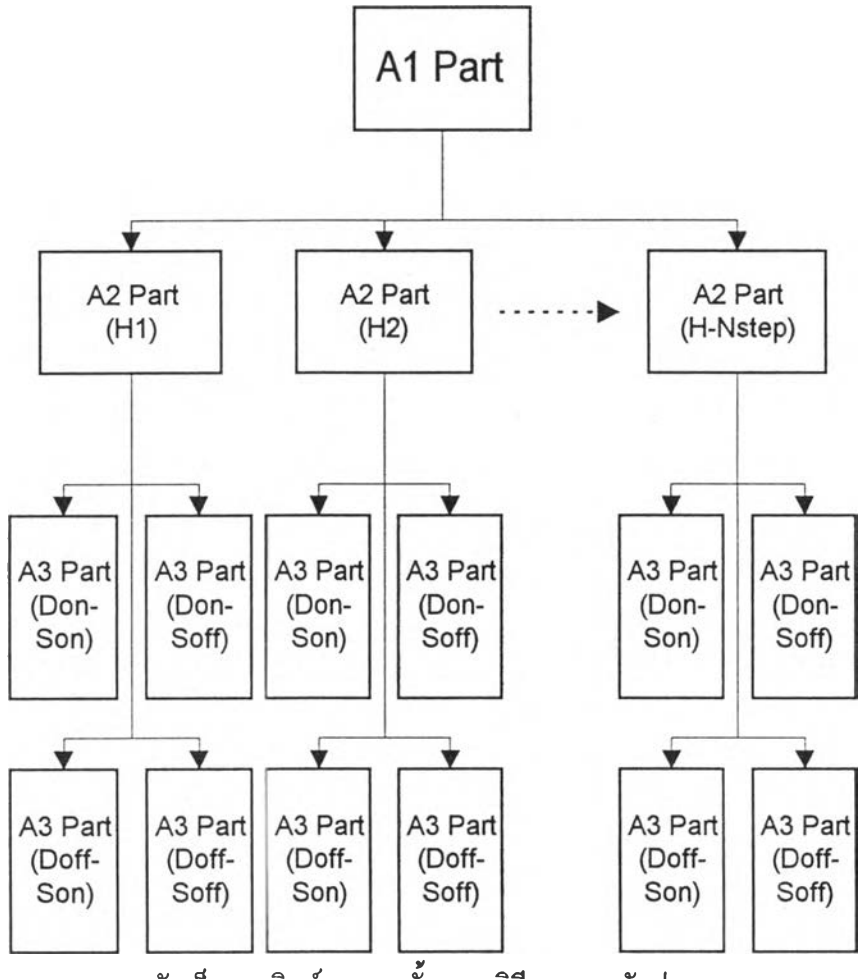
A1, A2, A3 ซึ่งทำให้ทุกๆครั้งที่มีการแยกตัวประกอบแอล-ยู ก็ไม่จำเป็นที่จะต้องจัดเก็บเมตริกซ์ A หมดทั้งเมตริกซ์ และในการจัดเก็บเมตริกซ์ A จะขึ้นอยู่กับขนาดของขั้นเวลาในการคำนวณ และสถานะการทำงานของไดโอด (D) และ สวิตช์ (S) ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.8 ลักษณะโครงสร้างการจัดเก็บข้อมูลของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|cc}
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{X_L}{h} & -1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & \frac{X_C}{h}+0.1 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & Gs & -Gs \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -Gs & Gs+Gd
\end{array}\right]
\left[\begin{array}{c} i_{Vc} \\ V_4 \\ i_{Vs} \\ i_{L1} \\ V_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{array}\right]
=
\left[\begin{array}{c} -V_C \\ 0 \\ -100 \\ \frac{X_L}{h}\tilde{i} \\ \frac{X_C}{h}\tilde{v} \\ 0 \\ -I_{D0} \end{array}\right] \qquad (5.7)$$

A1 A2 A3



รูปที่ 5.9 แผนภาพการจัดเก็บเมตริกซ์ A ของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน

ในการวิเคราะห์วงจร Buck converter ด้วยโปรแกรม "เล็ก 6.0" นั้นได้ทำการวิเคราะห์ทางเวลานาน 4 ms และใช้ค่า Hmax = 1 μs หลังจากใช้ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนในการวิเคราะห์วงจร Buck converter แล้ว ได้ผลของการทำงานแสดงไว้ในตารางที่

5.2 เพื่อแสดงให้เห็นถึงการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีแบบต่างๆนั้น ได้แก่ ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไป ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน จึงจะขอยกข้อมูลบางตัวจากตารางที่ 4.1 และตารางที่ 5.2 มาแสดงให้เห็น ดังนี้

1. ความเร็วที่ใช้ในการคำนวณ พบว่า
   - ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปใช้เวลา 13.7240 วินาที
   - ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชใช้เวลา 3.2089 วินาที
   - ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนใช้เวลา 5.5057 วินาที

   สามารถอธิบายได้จากตัวเลขคือ ขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชใช้เวลาในการคำนวณน้อยที่สุดและน้อยกว่าขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปประมาณ 4 เท่า และสำหรับขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนั้นใช้เวลาในการคำนวณเร็วขึ้นกว่าขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปประมาณ 2 เท่าแต่ก็ยังช้ากว่าขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช
2. ปริมาณหน่วยความจำที่ใช้ในการจัดเก็บตัวประกอบแอล-ยู
   - ขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปไม่ได้ใช้
   - อัลกอรทึมเมตริกซ์แคชใช้ไป 12,216 bytes
   - ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนใช้ไป 5,189 bytes

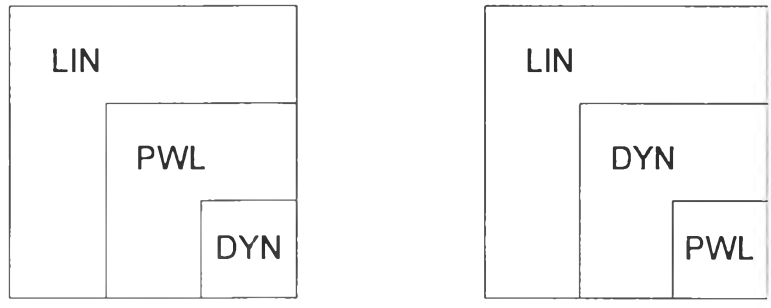
   สามารถอธิบายได้จากตัวเลขคือ ขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนนั้นใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชประมาณ 1.5 เท่า แต่จะใช้ปริมาณหน่วยความจำในการจัดเก็บเมตริกซ์น้อยกว่าขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคชประมาณ 2 เท่า

5.6 <u>การดัดแปลงขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยู</u>

การทำงานของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วน สิ่งหนึ่งที่ถือว่าเป็นหัวใจของขั้นตอนวิธีก็คือ การจัดแบ่งเมตริกซ์ A ให้เป็น 3 ส่วนดังในรูปที่ 5.5 สิ่งหนึ่งที่น่าสนใจนำมาคิดก็คือ "การจัดลำดับของส่วนประกอบในเมตริกซ์" ซึ่งจากที่เคยได้อธิบายไปแล้วในข้างต้นว่าควรจัดให้เมตริกซ์เป็นดังรูปที่ 5.10 (ข) คือ LIN, DYN, PWL แต่ในหัวข้อนี้จะขอเสนอทางเลือกอีกทางหนึ่งคือ การจัดเรียงลำดับของเมตริกซ์ A ใหม่ดังรูปที่ 5.10 (ก) คือ LIN,PWL,DYN โดยที่

- LIN คือส่วนที่ประกอบด้วยค่าคงที่เพียงอย่างเดียว
- PWL คือส่วนที่ขึ้นกับสถานะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน
- DYN คือส่วนที่ขึ้นกับขั้นตอนเวลาในการคำนวณ

ซึ่งผลการทดลองที่จะเสนอทั้งในด้านความเร็วของขั้นตอนวิธี และปริมาณหน่วยความจำที่ใช้ จะนำเสนอไว้ในบทที่ 6



(ก) (ข)

รูปที่ 5.10 การจัดเรียงลำดับของส่วนประกอบในเมตริกซ์ A

จำนวนตัวแปรของวงจร	7 ตัว
จำนวนอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน	2 ตัว
ขนาดของเมตริกซ์ A	7x7
ขนาดของเมตริกซ์ A1	2
ขนาดของเมตริกซ์ A2	3
ขนาดของเมตริกซ์ A3	2
จำนวนจุดเวลาที่ทำการจำลอง	6,547 จุด
จำนวนรูปแบบของขั้นเวลา	11 รูปแบบ
จำนวนรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเมตริกซ์ A	66 รูปแบบ
จำนวนรูปแบบของเมตริกซ์ A ที่เกิดขึ้นจริง	28 รูปแบบ
ขนาดหน่วยความจำทั้งหมดที่ใช้ในการจัดเก็บ	5,189 bytes
เวลาที่ใช้ในการคำนวณของขั้นตอนวิธีแบบทั่วไป	13.7240 s
เวลาที่ใช้ในการคำนวณของขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช	5.5057 s
เปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ใช้ในขั้นตอนวิธีแบบทั่วไปต่อขั้นตอนวิธีเมตริกซ์แคช	249 %

ตารางที่ 5.2 ตารางแสดงผลการทำงานของขั้นตอนวิธีการแยกตัวประกอบแอล-ยูแบบบางส่วนสำหรับวงจรในรูปที่ 4.5