# บทที่ 2

# ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

## การแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่อง

การแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่อง คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีค่าไม่ต่อเนื่องโดยการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่องที่มักใช้มากในงานด้านคุณภาพ ได้แก่ การแจกแจงทวินาม ( Binomial distribution ) การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก ( Hypergeometric distribution ) และการแจกแจงปัวส์ซอง ( Poisson distribution )

### 1. การแจกแจงทวินาม ( Binomial distribution )

การแจกแจงทวินามเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่องที่มีการประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในงานวิศวกรรม เนื่องจากการแจกแจงทวินามเป็นพื้นฐานของการประเมินผลตัวอย่างจากประชากรแบบคุณภาพ ( Qualitative ) ซึ่งผลการประเมินผลตัวอย่างจากประชากรแบบคุณภาพโดยทั่วไปจะแบ่งเป็น 2 ประเภท เช่น ดี หรือ เสีย , พึงพอใจหรือไม่พึงพอใจ , สำเร็จหรือล้มเหลว ฯลฯ การแจกแจงทวินามเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ที่เกิดจากอนุกรมของการทดลองแบบสุ่มซึ่งการทดลองแบบสุ่มนี้ เรียกว่า Bornoulli Process โดยมีสมมุติฐาน ดังนี้

1) การทดลองสุ่มแต่ละครั้งเป็นการลอง (Trial) ที่มีผลลัพธ์ 2 ประเภท เรียกว่า ความสำเร็จและความล้มเหลว

2) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จมีค่าคงที่ทุกครั้งที่ทดลอง

3) การทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน

การแจกแจงทวินามทำให้เกิดความน่าจะเป็นสำหรับจำนวนของการสังเกตที่ตกลงไปอยู่ในประเภทใดประเภทหนึ่งของผลลัพธ์ เช่น ความน่าจะเป็นที่จะมีจำนวนความสำเร็จ x ครั้งที่เกิดขึ้นในการทดลองของ Bornoulli Process n ครั้ง หรือความน่าจะเป็นที่จะมีของดี x ชิ้นในการสุ่ม n ชิ้น ความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามคำนวณได้จาก

$$b(x;n,p)=\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x}$$

เมื่อ x แทนตัวแปรสุ่มทวินาม ซึ่งอาจจะเป็นจำนวนครั้งของความสำเร็จหรือความล้มเหลว

n แทนจำนวนครั้งของการกระทำ

p แทนความน่าจะเป็นของความสำเร็จที่เกิดขึ้นจากการกระทำแต่ละครั้ง

b(x;n,p) แทนความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามของตัวแปรสุ่ม x

นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณความน่าจะเป็นสะสมได้จาก

$$P(x \le r) = B(r;n,p) = \sum_{x=0}^{r} b(x;n,p)$$

2. <u>การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก</u> ( Hypergeometric Distribution )

การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่องที่มีความสำคัญในการประยุกต์ด้านการสุ่มตัวอย่างในเชิงสถิติเช่นเดียวกับการแจกแจงทวินาม แต่จะแตกต่างกันเพียงแต่การแจกแจงทวินามนั้นการกระทำแต่ละครั้งจะต้องเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งไม่เหมาะสมสำหรับการประเมินการสุ่มตัวอย่างที่มีประชากรขนาดเล็กที่ทำการสุ่มโดยไม่มีการทดแทน แต่การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกสามารถประยุกต์ใช้กับการประเมินการสุ่มตัวอย่างได้โดยไม่ต้องอาศัยสมมุติฐานว่าการกระทำแต่ละครั้งจะต้องเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกจึงสามารถประยุกต์ใช้ได้เมื่อมีการสุ่มตัวอย่างโดยปราศจากการทดแทนในประชากรขนาดเล็ก

การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกจะทำให้เกิดความน่าจะเป็นสำหรับจำนวนความสำเร็จที่พบในจำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากร ความน่าจะเป็นของการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$h(x;N,n,k) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

เมื่อ N แทนจำนวนประชากร

n แทนจำนวนตัวอย่าง

k แทนจำนวนความสำเร็จในประชากร

x เป็นตัวแปรไฮเปอร์จีออเมตริกซึ่งจะแทนจำนวนความสำเร็จที่พบในตัวอย่าง

h (x;N,n,k) แทนความน่าจะเป็นของการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก ซึ่งเป็นความน่าจะเป็นที่พบเหตุการณ์ x เหตุการณ์ ในจำนวนตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มจากประชากรขนาด N ซึ่งประกอบด้วยความสำเร็จ k รายการ และความไม่สำเร็จ ( N - k ) รายการ

นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณความน่าจะเป็นสะสมได้จาก

$$P(x \le c) = \sum_{x=0}^{c} h(x; N, n, k)$$

3. <u>การแจกแจงปัวส์ซอง</u> ( Poisson Distribution )

การแจกแจงปัวส์ซอง เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่องที่เกี่ยวกับเหตุการณ์เพียงเหตุการณ์เดียวที่เกิดจากการทดลองโดยจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจะไม่แน่นอน แต่จะขึ้นกับอัตราการเกิดเหตุการณ์เฉลี่ยในบริเวณหนึ่ง ๆ หรือเวลาหนึ่ง ๆ การทดลองปัวส์ซองจะมีคุณลักษณะ ดังนี้

1) จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่งหรือในบริเวณหนึ่งเป็นอิสระกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาอื่นหรือบริเวณอื่น

2) ค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น $(\mu)$ จะต้องคงที่ตลอดช่วงเวลาหนึ่งหรือในบริเวณหนึ่ง

3) โอกาสที่เหตุการณ์หนึ่งจะเกิดขึ้นมากกว่าหนึ่งครั้งในบริเวณหนึ่ง ๆ จะลดลง เมื่อช่วงเวลาสั้นลงหรือบริเวณนั้น ๆ เล็กลง กล่าวคือโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์หนึ่งมากกว่า 1 ครั้งจะแปรผันตรงกับช่วงเวลาหรือขนาดของบริเวณ และเมื่อขนาดของช่วงเวลาสั้นมากหรือในบริเวณที่มีขนาดเล็กมาก ๆ จนเกือบเป็นศูนย์ โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์หนึ่งมากกว่า 1 ครั้ง สามารถประมาณให้มีค่าเป็นศูนย์ได้

การแจกแจงปัวส์ซองทำให้เกิดความน่าจะเป็นสำหรับจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่งหรือบริเวณหนึ่ง โดยค่าความน่าจะเป็นนี้ สามารถคำนวณได้จาก

$$p(x; \mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots$$

เมื่อ x แทนตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง

$\mu$ แทนค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหรือบริเวณหนึ่ง

$p(x; \mu)$ แทนความน่าจะเป็นปัวส์ซองของตัวแปรสุ่ม x

e = 2.71828.....

นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณความน่าจะเป็นสะสมได้จาก

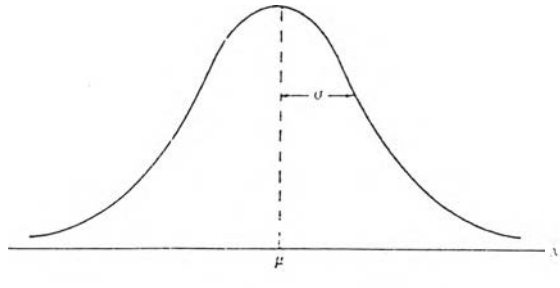
$$P(x \le c) = \sum_{x=0}^{c} p(x; \mu)$$

การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่อง

การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่อง คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีค่าต่อเนื่อง โดยการแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่องที่มักใช้มาก ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียล และการแจกแจงไคสแควร์

1. การแจกแจงปกติ

การแจกแจงปกติมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การแจกแจงแบบเกาส์ (Gaussian distribution) เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่ส่วนมากจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของตัวแปรเหล่านั้นแต่จะมีตัวแปรสุ่มเพียงส่วนน้อยที่มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าค่าเฉลี่ยของตัวแปร ซึ่งทำให้การแจกแจงปกตินี้เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่องที่ใช้มาก เนื่องจากค่าในการวัดทางด้านกายภาพส่วนมาก เช่น ความยาวของชิ้นงานที่ตัดจากเครื่องตัด หรือเส้นผ่าศูนย์กลางของเพลาที่กลึงจากเครื่องกลึง จะมีการแจกแจงความถี่ที่ใกล้เคียงกับเส้นโค้งปกติซึ่งเป็นเส้นโค้งที่แสดงให้เห็นความถี่ของตัวแปรสุ่มแต่ละค่ามีรูปร่างเป็นรูปทรงระฆังคว่ำ( Bell shape ) ดังแสดงในรูปที่ 2.1




รูปที่ 2.1 เส้นโค้งปกติ

เส้นโค้งปกติมีฟังก์ชั่น ดังนี้

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \qquad -\infty<x<\infty$$

เมื่อ $x$ = ตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปกติใด ๆ

$\mu$ = ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปกติใด ๆ

$\sigma$ = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงปกติใด ๆ

$\pi$ = 3.14159.....

$e$ = 2.71828.....

เส้นโค้งปกติมีคุณสมบัติ ดังนี้

1) ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม อยู่ที่ $x = \mu$

2) เส้นโค้งจะสมมาตรกับแกนที่ลากตั้งฉากผ่าน $x = \mu$

3) เส้นโค้งมีจุดเปลี่ยนเว้าที่ $x = \mu \pm \sigma$ โดยเส้นโค้งจะโค้งลงในช่วง $\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$ แต่จะโค้งขึ้นในช่วงที่เหลือ

4) ปลายโค้งจะลู่เข้าหาแกนนอน เมื่อ $x$ มีค่าห่างจาก $\mu$ มากขึ้นแต่จะไม่ตัดแกนนอน

5) พื้นที่ทั้งหมดที่อยู่ใต้เส้นโค้ง และอยู่เหนือแกนนอนมีค่าเท่ากับ 1

หากการแจกแจงปกติใดมีค่าเฉลี่ย ($\mu$) เท่ากับ 0 และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 จะเรียกการแจกแจงนั้นว่า การแจกแจงปกติมาตรฐาน ( Standard normal distribution )

การแจกแจงปกติ ทำให้เกิดความน่าจะเป็นสำหรับตัวแปรสุ่มเป็นช่วง เช่น ความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่มจะมีค่าระหว่าง $x_1$ ถึง $x_2$ การคำนวณความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติสามารถคำนวณได้จาก การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ที่จะทำได้โดยใช้หลักการอินทิเกรตมาช่วย ดังนี้

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx$$

แต่อย่างไรก็ตาม เพื่อความสะดวกในการหาค่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติ จึงได้มีการนำการแจกแจงปกติมาตรฐานมาช่วยในการคำนวณ โดยการปรับตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปกติใด ๆ ให้สอดคล้องกับการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังนี้

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

โดยที่ $z$ = ตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

$x$ = ตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปกติใด ๆ

$\mu$ = ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปกติใด ๆ

$\sigma$ = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงปกติใด ๆ

จากนั้น จึงคำนวณความน่าจะเป็นโดยอาศัยการแจกแจงปกติมาตรฐาน ได้จาก

$$P(x_1 < x < x_2) = P(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} < z < \frac{x_2 - \mu}{\sigma}) = P(z_1 < z < z_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

2. <u>การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียล</u> ( Exponential distribution )

การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียล เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่องที่มีการประยุกต์ในงานด้านวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง เช่น การประเมินความเชื่อถือได้ การประยุกต์ใช้ในทฤษฎีแถวคอย เป็นต้น การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียลมีลักษณะใกล้เคียงกับการแจกแจงปัวส์ซองจะแตกต่างกันตรงที่การแจกแจงปัวส์ซองเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง แต่การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียลเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ดังนั้น สมมุติฐานต่าง ๆ ที่ใช้กับการทดลองปัวส์ซองจึงถูกนำมาใช้กับการแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียลด้วย

การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียล ทำให้เกิดความน่าจะเป็นสำหรับจำนวนเวลาหรือขนาดของบริเวณระหว่างที่เหตุการณ์ที่สำเร็จเกิดขึ้นในการทดลองปัวส์ซองที่มีลักษณะการเกิดเป็นแบบสุ่มภายใต้สภาวะต่าง ๆ การแจกแจงเอ็กซโพเนนเชียลมีฟังก์ชัน ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} \qquad \text{เมื่อ} \quad x > 0$$

$$= 0 \qquad \text{เมื่อ} \quad x \text{ มีค่าอื่น ๆ}$$

โดย $x$ แทนตัวแปรสุ่ม

$\beta$ แทนจำนวนเหตุการณ์เฉลี่ยที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ซึ่งคือ ส่วนกลับของค่าเฉลี่ยของอัตราการเกิดเหตุการณ์

ความน่าจะเป็นของการแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียลสามารถคำนวณได้จากพื้นที่ใต้เส้นกราฟของการแจกแจง ดังนี้

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{\beta} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$$

$$= \frac{1}{\beta} (e^{-\frac{x_2}{\beta}} - e^{-\frac{x1}{\beta}})$$

3. <u>การแจกแจงไคสแควร์</u> ( Chi - Square distribution )

การแจกแจงไคสแควร์ เป็นการแจกแจงที่ใช้มากในการทดสอบสมมุติฐาน โดยการแจกแจงไคสแควร์ จะเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่เป็นผลรวมของค่ากำลังสองของตัวแปรสุ่มปกติหลาย ๆ ตัว ดังนั้น การแจกแจงไคสแควร์จึงใช้แทนการแจกแจงของการสุ่มตัวอย่างสำหรับ $s^2$ เมื่อตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

การแจกแจงไคสแควร์ มีฟังก์ชั่นของการแจกแจง ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma(\frac{\nu}{2})} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \qquad \text{เมื่อ} \quad x > 0$$

$$= 0 \qquad \text{เมื่อ x มีค่าอื่น ๆ}$$

โดย $x$ แทนตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงไคสแควร์

$\nu$ แทนองศาเสรี ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก

$$\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1) = x!$$

$$\Gamma(1) = 1$$

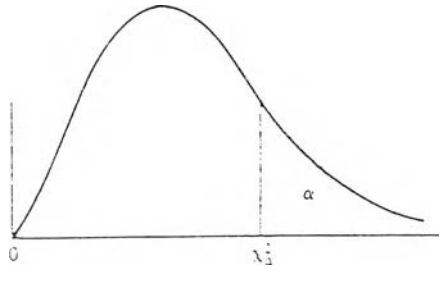
$$\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$$

ความน่าจะเป็นของการแจกแจงไคสแควร์สามารถหาได้ดังนี้

$$P(x \rangle \chi_{\alpha}^{2}) = \alpha$$

เมื่อ $\chi_{\alpha}^{2}$ แทนตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์ที่สามารถเปิดจากตารางการแจกแจงไคสแควร์

$\alpha$ แทนพื้นที่ใต้กราฟด้านขวาของการแจกแจงไคสแควร์ ดังรูปที่ 2.2




รูปที่ 2.2 กราฟการแจกแจงไคสแควร์

<u>การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้นของตัวอย่าง</u>

การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้นของตัวอย่าง จะทำให้ทราบถึงลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูลตัวอย่าง ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ค่าสถิติเบื้องต้นที่นิยมคำนวณเพื่อทำให้ทราบลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูลมีดังนี้

1. <u>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต</u> ( Arithmatic mean )

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตใช้วัดแนวโน้มการเข้าสู่ศูนย์กลางของข้อมูลและเป็นค่ากลางของข้อมูลที่นิยมใช้เป็นตัวแทนของข้อมูล สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$x_i$ แทน ข้อมูลที่รวบรวมมา

$n$ แทน จำนวนข้อมูลที่รวบรวมมา

2. ค่าพิสัย ( Range )

ค่าพิสัยทำให้ทราบถึงลักษณะการกระจายของข้อมูลว่าข้อมูลที่มีค่ามากที่สุดและข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุดมีความแตกต่างกันมากเพียงใด ค่าพิสัยคำนวณได้ดังนี้

ค่าพิสัย = ข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด - ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด

การคำนวณค่าพิสัยเป็นการนำค่าของข้อมูลเพียง 2 ค่า มาวัดการกระจายของข้อมูล จึงเป็นวิธีการที่ไม่เหมาะกับข้อมูลที่มีจำนวนมาก ๆ แต่อย่างไรก็ตาม การคำนวณค่าพิสัยก็เป็นการคำนวณที่ง่ายที่สุด และสามารถทำให้ทราบลักษณะการกระจายอย่างคร่าว ๆ ของข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว

3. ค่าความแปรปรวน (Variance)

ค่าความแปรปรวนเป็นค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลอย่างหนึ่ง โดยเป็นการวัดส่วนเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวจากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ซึ่งคำนวณได้จาก

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

เมื่อ $S^2$ แทน ค่าความแปรปรวน

$\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$x_i$ แทน ข้อมูลที่รวบรวมมา

$n$ แทน จำนวนข้อมูลที่รวบรวมมา

4. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( Standard Deviation )

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลที่ดีที่สุดและนิยมใช้มากที่สุดในทางสถิติ โดยเป็นการวัดส่วนเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตเช่นเดียวกับค่าความแปรปรวน หากแต่ค่าความแปรปรวนมีหน่วยเป็นกำลังสองของข้อมูลนั้น ๆ จึงทำให้มองเห็นลักษณะการกระจายของข้อมูลยาก ส่วนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นการนำค่าความแปรปรวนมาถอดรากที่สองทำให้มีหน่วยเดียวกันกับหน่วยของข้อมูลจึงทำให้เห็นลักษณะการกระจายได้ง่าย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณได้ดังนี้

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

เมื่อ $S$ แทนค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$x_i$ แทน ข้อมูลที่รวบรวมมา

$n$ แทน จำนวนข้อมูลที่รวบรวมมา

5. การวัดความเบ้ของข้อมูล

ความเบ้ของข้อมูลสามารถแสดงให้เห็นชัดเจนได้โดยอาศัยฮิสโตแกรม อย่างไรก็ตาม ความเบ้ของข้อมูลสามารถคำนวณได้โดยคำนวณหาสัมประสิทธ์ความเบ้ ( Coefficient of Skewness ) ซึ่งการหาสัมประสิทธ์ความเบ้มีวิธีการคำนวณได้หลายวิธี แต่วิธีการที่นิยมใช้มากที่สุด คือ การหาโดยใช้วิธีโมเมนต์ ดังนี้

$$\text{Coefficient of Skewness} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{n\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - \bar{x}^2}\right)^3}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$x_i$ แทน ข้อมูลที่รวบรวมมา

$n$ แทน จำนวนข้อมูลที่รวบรวมมา

ถ้า Coefficient of Skewness มีค่าเท่ากับ 0 ถือว่าข้อมูลปกติ แต่ถ้า Coefficient of Skewness > 0 แสดงว่าข้อมูลเบ้ขวา แต่ถ้า Coefficient of Skewness < 0 แสดงว่าข้อมูลเบ้ซ้าย

การทดสอบลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นของประชากร ( Goodness-of-fit Test )

การทดสอบลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นของประชากร จะใช้เมื่อต้องมีการเกี่ยวข้องกับข้อมูลที่ไม่ทราบการแจกแจงความน่าจะเป็นของประชากร โดยการทดสอบนี้จะใช้ทดสอบว่า ข้อมูลที่ได้มามีลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นเหมือนกับการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ต้องการหรือไม่

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



การทดสอบลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นของประชากรที่นิยมใช้กันมาก คือ การทดสอบไคสแควร์ โดยใช้ $\chi^2$ เป็นสถิติสำหรับทดสอบซึ่งมีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

1) จัดข้อมูลที่รวบรวมมาตามประเภท หรือช่วงของข้อมูล

2) เลือกการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ต้องการทดสอบและคำนวณค่าความถี่ที่คาดหมายจากการแจกแจงความน่าจะเป็นตามแบบที่กำหนด โดยการคำนวณนี้อาจจะระบุพารามิเตอร์ต่าง ๆ หรืออาจประมาณจากตัวอย่างก็ได้ ซึ่งการระบุและประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงบางแบบสรุปได้ดังนี้

| การแจกแจงความน่าจะเป็น | พารามิเตอร์ | ตัวประมาณค่า |
|---|---|---|
| การแจกแจงปัวส์ซอง | ค่าเฉลี่ยของจำนวนการเกิด, $\mu$ | ค่าเฉลี่ยของจำนวนการเกิดของตัวอย่าง, $\mu$ |
| การแจกแจงปกติ | ค่าเฉลี่ย, $\mu$ | ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง, $\bar{x}$ |
| | ค่าความแปรปรวน, $\sigma^2$ | ค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง, $S^2$ |
| การแจกแจงเอกซโปเนนเชียล ( $f(x)=\frac{1}{\beta}e^{\frac{-x}{\beta}}$ ) | ช่วงเวลาระหว่างการเกิด $\frac{1}{\beta}$ | ค่าเฉลี่ยระยะเวลาการเกิดของตัวอย่าง, $\bar{x}$ |

3) ตั้งสมมุติฐานโดย

$H_0$ : ตัวอย่างมาจากประชากรที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ_____

$H_1$ : ตัวอย่างไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ_____

4) เลือกค่าสถิติโดยในที่นี้ ใช้ค่าไคสแควร์โดยคำนวณจาก

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

เมื่อ $\chi^2$ เป็นค่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงไคสแควร์

$O_i$ แทนค่าความถี่จากข้อมูล

$E_i$ แทนค่าความถี่จากการคาดหมาย

$k$ แทนจำนวนประเภทหรือช่วงของข้อมูล

5) กำหนดค่านัยสำคัญ และบริเวณวิกฤต โดยบริเวณวิกฤต คือ

$$\chi^2 > \chi^2_{\alpha,\nu}$$

เมื่อ $\alpha$ แทนระดับนัยสำคัญ

$\nu$ แทนค่าองศาเสรี ซึ่งมีค่าเท่ากับ k - r - 1

โดย $k$ แทนจำนวนประเภทหรือช่วงของข้อมูล

r แทนจำนวนพารามิเตอร์ของการแจกแจงความน่าจะเป็น

สำหรับ การแจกแจงปัวส์ซอง r = 1

การแจกแจงปกติ r = 2

การแจกแจงเอ็กซโปเนนเชียล r = 1

6) ตัดสินใจโดยจะยอมรับ $H_0$ เมื่อ $\chi^2$ ที่คำนวณได้อยู่นอกบริเวณวิกฤต และจะปฏิเสธ $H_0$ และยอมรับ $H_1$ เมื่อ $\chi^2$ ที่คำนวณได้อยู่ในบริเวณที่ไม่ใช่บริเวณวิกฤต

ฮิสโตแกรม ( Histogram )

ฮิสโตแกรมเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์มากในการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ซึ่งถูกคิดค้นขึ้นมาโดยนักสถิติชาวฝรั่งเศสชื่อ A.M. Guerry ในปี 1833 ซึ่งสามารถใช้ได้กับข้อมูลแบบแอตทริบิวส์ และข้อมูลแบบตัวแปรซึ่งเป็นตัวเลข ฮิสโตแกรมมีลักษณะเป็นกราฟแท่งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ของข้อมูลกับค่าคุณสมบัติ สำหรับข้อมูลแบบแอตทริบิวส์ หรือช่วงของสำหรับข้อมูลแบบตัวแปร ซึ่งในที่นี้จะกล่าวเฉพาะ การนำฮิสโตแกรมมาใช้กับข้อมูลแบบตัวแปรเท่านั้น

1. หลักการนำฮิสโตแกรมมาใช้

ฮิสโตแกรมเป็นการนำเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟแทนตัวข้อมูลที่แสดงให้เห็นถึงคุณลักษณะของข้อมูลนอกเหนือจากที่จะสามารถสังเกตได้จากการแสดงในรูปตาราง ซึ่งฮิสโตแกรมจะถูกนำมาใช้เมื่อ

1 ) ลักษณะการแจกแจงของข้อมูลมีความสำคัญในการวิเคราะห์

2 ) ค่าของข้อมูลมีความแปรผันหรือมีความแตกต่างกัน ซึ่งความแตกต่างกันนี้ย่อมจะเกิดขึ้นได้กับกระบวนการทุกกระบวนการ เนื่องจากการรักษาไว้ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ ให้คงที่ตลอดเวลาเป็นสิ่งที่เป็นไปไม่ได้

3 ) ความแปรผันของข้อมูลแสดงให้เห็นรูปแบบของข้อมูล ซึ่งเรียกว่า การแจกแจง ( Distribution ) เช่น ข้อมูลทุกข้อมูลอยู่ภายในข้อกำหนด ข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ใกล้ข้อกำหนดสูงสุด

4 ) รูปแบบของข้อมูลไม่สามารถสังเกตได้จากการใช้ตาราง

5 ) รูปแบบของข้อมูลจะสังเกตได้ง่ายเมื่อแสดงในฮิสโตแกรม

2. การสร้างฮิสโตแกรม

ฮิสโตแกรม มีพารามิเตอร์ที่สำคัญอยู่ 3 พารามิเตอร์ คือ จำนวนชั้น ความกว้างของชั้น และขอบเขตของชั้น ดังนั้น การสร้างฮิสโตแกรมจึงจะต้องทราบพารามิเตอร์เหล่านี้ ฮิสโตแกรมมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1 ) หาค่าที่สูงที่สุด ( Maximum ) และค่าต่ำที่สุด ( Minimum ) ของข้อมูล

2 ) คำนวณหาค่าพิสัย ( Range ) ของข้อมูลโดย

พิสัย = ค่าที่สูงที่สุดของข้อมูล - ค่าต่ำที่สุดของข้อมูล

3 ) กำหนดจำนวนชั้นที่เหมาะสม ซึ่งการกำหนดจำนวนชั้นควรจะเพียงพอที่จะทำให้สามารถแสดงให้เห็นถึง ความแปรเปลี่ยนของข้อมูล แต่ก็ไม่ควรกำหนดจำนวนชั้นมากเกินไป เพราะจะทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลได้ ซึ่งได้มีนักวิชาการหลายท่านได้เสนอหลักเกณฑ์ในการกำหนดจำนวนชั้นที่เหมาะสม ดังนี้

Sturges ( Nelson , 1988 ) เสนอว่า $C = 1 + 3.3 \log N$

เมื่อ C = จำนวนชั้นที่เหมาะสม

N = จำนวนข้อมูล

Scott ( Nelson , 1988 ) เสนอว่า $C = \frac{R}{3.49SN^{-1}}$

เมื่อ C = จำนวนชั้นที่เหมาะสม

R = ค่าพิสัยของข้อมูล

S = ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล

N = จำนวนข้อมูล

Davies and Gold Smith ( Nelson , 1988 ) เสนอว่า $C = \sqrt{N}$

เมื่อ C = จำนวนชั้นที่เหมาะสม

N = จำนวนข้อมูล

Kaoru Ishikawa ( Nelson , 1988 ) เสนอตารางในการกำหนดจำนวนชั้น ดังนี้

| จำนวนข้อมูล | จำนวนชั้น |
|---|---|
| น้อยกว่า 50 | 5 - 7 |
| 50 - 100 | 6 - 10 |
| 100 - 250 | 7 - 12 |
| มากกว่า 250 | 10 - 12 |

ซึ่งตารางนี้อาจเขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

$$C = 6 + \frac{N}{50}$$

เมื่อ C = จำนวนชั้นที่เหมาะสม

N = จำนวนข้อมูล

4 ) คำนวณความกว้างของชั้น โดย ความกว้างของชั้น $\cong$ พิสัย / จำนวนชั้น

5 ) คำนวณค่า 1 หน่วยของความกว้างของชั้น โดยค่า 1 หน่วยความกว้างของชั้น คือค่า $10^N$ ที่มากที่สุดที่เมื่อนำไปหารข้อมูลทุกตัวและความกว้างของชั้นแล้ว ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการหารเป็นจำนวนเต็ม เช่น ถ้าข้อมูลเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง ค่า 1 หน่วยของความกว้างของชั้น = $10^{-2}$

6 ) กำหนดขอบเขตของชั้นโดย

ขอบเขตล่างของชั้นที่ 1 = ค่าต่ำที่สุด - $\frac{(\text{ความกว้างของชั้น})(\text{จำนวนชั้น}) - \text{พิสัย}}{2}$

ขอบเขตล่างของชั้นที่ N = ขอบเขตล่างของชั้นที่ ( N-1 ) + ความกว้างของชั้น

ขอบเขตบนของชั้นที่ N = ขอบเขตล่างของชั้นที่ N + ความกว้างของชั้น - ค่า 1 หน่วยของความกว้างของชั้น

7 ) คำนวณหาขอบเขตที่แท้จริงของชั้น โดย

ขอบเขตล่างที่แท้จริงของชั้นที่ 1 = ขอบเขตล่างของชั้นที่ 1 + $\frac{1}{2}$( ค่า 1 หน่วยของความกว้างของชั้น)

ขอบเขตล่างที่แท้จริงของชั้นที่ N = $\frac{1}{2}$(ขอบเขตล่างของชั้นที่ N + ขอบเขตบนของชั้นที่ (N - 1))

ขอบเขตบนที่แท้จริงของชั้นที่ N = $\frac{1}{2}$(ขอบเขตบนของชั้นที่ N + ขอบเขตบนของชั้นที่ (N + 1))

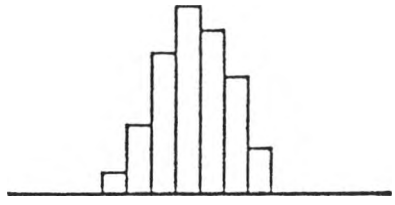
ขอบเขตบนที่แท้จริงของชั้นสุดท้าย = ขอบเขตบนของชั้นนั้น + $\frac{1}{2}$(ค่าหน่วยความกว้างของชั้น)

8 ) แจกแจงความถี่ในแต่ละชั้น

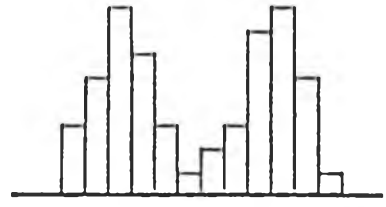
9 ) สร้างกราฟแท่ง

3. <u>ประโยชน์ของฮิสโตแกรม</u>

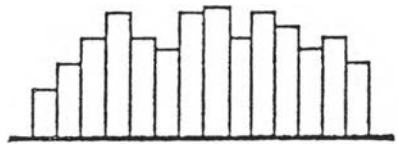
ฮิสโตแกรมเป็นเครื่องมือที่ทำให้ทราบถึงการกระจายของข้อมูล ซึ่งสามารถทำให้วิเคราะห์ว่าข้อมูลมีความปกติหรือไม่ อยู่ในข้อจำกัดหรือไม่ เป็นต้น โดยรูปแบบของฮิสโตแกรมที่สำคัญแสดงได้ดังรูปที่ 2.3 ( Juran Institute , 1990 )



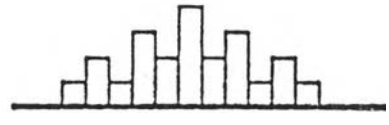
ฮิสโตแกรมรูปแบบ Bell - Shaped



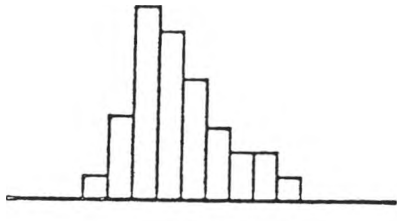
ฮิสโตแกรมรูปแบบ Double - Peaked



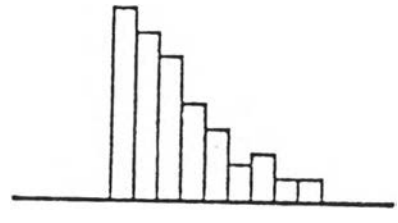
ฮิสโตแกรมรูปแบบ Plateau



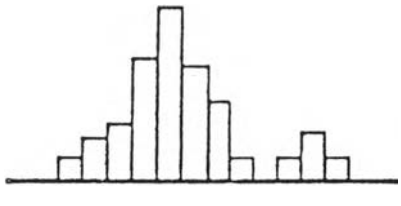
ฮิสโตแกรมรูปแบบ Comb



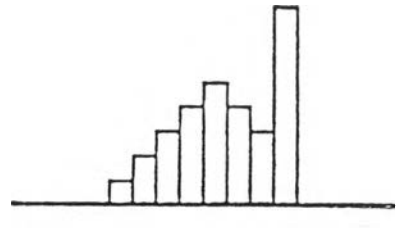
ฮิสโตแกรมรูปแบบ Skewed



ฮิสโตแกรมรูปแบบ Truncated



ฮิสโตแกรมรูปแบบ Isolated - Peaked



ฮิสโตแกรมรูปแบบ Edge - Peaked

รูปที่ 2.3 รูปแบบของฮิสโตแกรมที่สำคัญ

รูปแบบของฮิสโตแกรมที่สำคัญ มีรายละเอียดดังนี้

1) Bell - shaped เป็นรูปร่างที่มีความสมมาตร โดยมีจุดกึ่งกลางของข้อมูลเป็นจุดสูงสุดและเป็นแกนสมมาตร ซึ่งเป็นรูปร่างที่แสดงให้เห็นว่า ข้อมูลปกติ

2) Double - peaked เป็นรูปร่างที่เกิดจาก 2 Bell - shaped มาต่อกันแล้วทำให้จุดกึ่งกลางของข้อมูลเป็นจุดที่มีความถี่ต่ำสุดซึ่งเป็นความผิดปกติของข้อมูล ที่อาจเกิดจากการมีข้อมูล 2 ชุดที่เกิดจากวิธีการทำงานที่ต่างกัน

3) Plateau เป็นรูปร่างที่ไม่มียอดเด่นของข้อมูล ความถี่ของข้อมูลใกล้เคียงกันแต่ที่ขอบของข้อมูลมีความถี่ลดลงเล็กน้อย ซึ่งแสดงให้เห็นว่าข้อมูลมีความแปรผันมากซึ่งอาจเกิดจากการทำงานโดยไม่มีการฝึกหรือกระบวนการผลิตมีความแปรปรวนมาก

4) Comb เป็นรูปร่างที่มียอดสูงต่ำสลับกันไป ซึ่งมักเกิดจากความผิดพลาดในการเก็บข้อมูลหรือการกำหนดชั้น ดังนั้นจึงควรทบทวน วิธีการเก็บข้อมูลและการกำหนดชั้น

5) Skewed เป็นรูปร่างที่ไม่สมมาตรโดยยอดที่สูงจะไม่อยู่กึ่งกลางของข้อมูล ถ้าหากข้อมูลที่มีความถี่มากอยู่ทางด้านขวาจะเรียบกว่า ข้อมูลเบ้ซ้าย และถ้าหากข้อมูลที่มีความถี่มากอยู่ทางด้านซ้ายจะเรียบกว่า ข้อมูลเบ้ขวา ซึ่งการที่ข้อมูลมีความเบ้อาจเกิดจากความผิดปกติของกระบวนการ

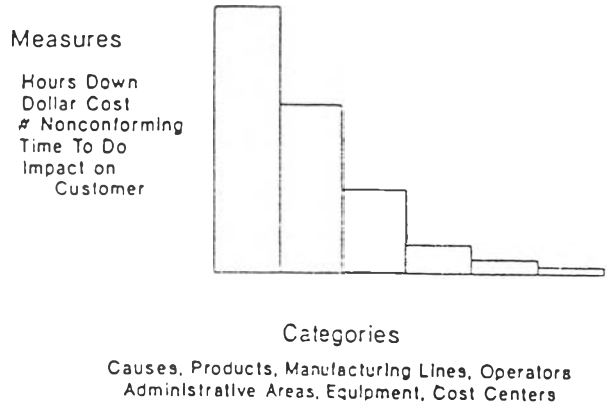
6) Truncated เป็นรูปร่างที่ไม่สมมาตรโดยมียอดของฮิสโตแกรมอยู่สูงที่ขอบด้านใดด้านหนึ่ง แล้วการกระจายของข้อมูลจะค่อย ๆ ลดลงอีกด้านหนึ่ง ซึ่งการที่ฮิสโตแกรมมีรูปแบบนี้อาจมีสาเหตุจาก มีปัจจัยภายนอกมากระทบกับกระบวนการผลิต เช่น การตรวจสอบ 100% การเปลี่ยนแปลงกระบวนการ

7) Isolated peaked เป็นรูปร่างคล้าย ๆ Double peaked เพียงแต่มีกลุ่มข้อมูลกลุ่มหนึ่งใหญ่กว่าอีกกลุ่มหนึ่งมาก ซึ่งกลุ่มข้อมูลที่น้อย จะแสดงให้เห็นว่า มีความผิดปกติในกระบวนการ หรืออาจจะมีผลกระทบจากสิ่งแวดล้อม ในช่วงเวลาที่เก็บข้อมูล หรือ อาจเกิดจากการผิดพลาดในการวัด

8) Edge - peaked เป็นรูปร่างการกระจายข้อมูลปกติเพียงแต่มีข้อมูลที่มีความถี่สูงอยู่ที่ขอบด้านใดด้านหนึ่ง ซึ่งการที่ฮิสโตแกรมมีลักษณะเช่นนี้มักเกิดจาก การเก็บบันทึกข้อมูลที่ไม่แม่นยำ

<u>แผนภูมิพาเรโต</u> ( Pareto Diagram )

แผนภูมิพาเรโต เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างมากในการหาปัญหาที่ก่อให้เกิดผลเสียอย่างมากมาย แผนภูมิพาเรโตมีลักษณะเป็นกราฟแท่งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าของข้อมูลที่แสดงโดยใช้แกนตั้ง กับประเภทของข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาซึ่งแสดงโดยใช้แกนนอนและเรียงลำดับตามข้อมูลที่รวบรวมมาจากมากไปน้อย ดังรูปที่ 2.4 ( Burr , 1990 )




รูปที่ 2.4 แผนภูมิพาเรโต

แผนภูมิพาเรโต เป็นการนำเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟแท่งแทนข้อมูลจึงทำให้สามารถมองเห็นปัญหาได้อย่างชัดเจนกว่าการนำเสนอข้อมูลในรูปของตารางที่มีค่าเป็นตัวเลขเพียงอย่างเดียว

1. <u>หลักการของแผนภูมิพาเรโต</u>

แผนภูมิพาเรโต สามารถใช้ในการหาปัญหาที่มีความรุนแรงมากได้ เนื่องจากแผนภูมิพาเรโตจะแยกลำดับความสำคัญของปัญหาตามข้อมูลที่รวบรวมมา ซึ่งข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาอาจจะเป็นจำนวนของเสียแต่ละประเภท เวลาที่ใช้ในการบำรุงรักษา จำนวนชิ้นงานที่ต้องทำซ้ำ เวลาที่ต้องมาซ่อมชิ้นงาน เป็นต้น

การนำแผนภูมิพาเรโตมาช่วยในการหาปัญหานั้น ใช้หลักการที่ว่าร้อยละ 80 ของปัญหาที่เกิดขึ้นจะมาจากร้อยละ 20 ของสิ่งที่อาจทำให้เกิดปัญหา หรือกล่าวได้ว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่จะมีสาเหตุมาจากสาเหตุเพียง 2 - 3 สาเหตุ ดังนั้น เมื่อนำแผนภูมิพาเรโตมาใช้จะทำให้ทราบถึงปัญหาที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่ซึ่งจะได้นำไปสู่การหาสาเหตุของปัญหา และกำหนดมาตรการในการแก้ไขสาเหตุของปัญหานั้น ๆ ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว เมื่อกำจัดสาเหตุของปัญหาหนึ่งไปแล้ว จะทำให้ปัญหาอื่น ๆ มีแนวโน้มที่ลดลงไปด้วย

2. ขั้นตอนการสร้างแผนภูมิพาเรโต

แผนภูมิพาเรโต มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1) ตัดสินใจเกี่ยวกับการจำแนกประเภทของข้อมูลที่จะเก็บรวบรวมข้อมูลและกำหนดช่วงเวลาที่จะรวบรวมข้อมูล โดยการจำแนกประเภทของข้อมูล สามารถแบ่งออกเป็น

- การจำแนกข้อมูลตามผล เป็นการแบ่งข้อมูลตามประเภทของปัญหา เช่น ประเภทของเสีย

- การจำแนกข้อมูลตามสาเหตุ เป็นการแบ่งข้อมูลตามประเภทของปัญหา เช่น พนักงาน , วิธีปฏิบัติงาน , เครื่องจักรอุปกรณ์ , วัสดุ ฯลฯ

2) เก็บรวบรวมข้อมูล ตามช่วงเวลาที่กำหนด

3) รวมผลข้อมูลของแต่ละประเภทที่ได้จำแนกไว้ โดยจัดลำดับของข้อมูลใหม่ โดยเรียงข้อมูลตามความถี่ คำนวณเปอร์เซนต์

4) เขียนกราฟแท่งตามลำดับความถี่จากมากไปน้อย โดยแกนตั้งจะแสดงความถี่ของข้อมูล และแกนนอนจะแสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา

3. ประโยชน์ของแผนภูมิพาเรโต

การนำแผนภูมิพาเรโตมาช่วยในการวิเคราะห์จะทำให้สามารถทราบถึงปัญหาที่ปรับปรุงแก้ไขเป็นอันดับแรกและสาเหตุของปัญหาที่จะแก้ไขเป็นอันดับแรก เพื่อจะได้นำมากำหนดมาตรการการแก้ไขได้อย่างถูกต้อง และแผนภูมิพาเรโตยังสามารถนำมาใช้เปรียบเทียบผลของการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการประเมินผลมาตรการการแก้ไข โดยแนวทางการใช้แผนภูมิพาเรโตอย่างมีประสิทธิผลมีดังนี้

1) พยายามใช้แกนตั้งของแผนภูมพาเรโตแทนจำนวนเงิน เนื่องจากโดยทั่วไปปัญหาที่ควรได้รับการแก้ไขเป็นอันดับแรก ควรเป็นปัญหาที่ทำให้เกิดการสูญเสียเงินมากที่สุดมากกว่าปัญหาที่เกิดบ่อยที่สุด ดังนั้นการใช้แกนตั้งของแผนภูมิพาเรโตแทนจำนวนเงิน จะทำให้สามารถเลือกปัญหาที่ทำให้เกิดการสูญเสียเงินมากที่สุดได้อย่างถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตาม อาจสร้างแผนภูมิพาเรโตขึ้น 2 แผนภูมิเพื่อประกอบการตัดสินใจโดย แผนภูมิแรกใช้แกนตั้ง แทนข้อมูลที่รวบรวมมา เช่น ความถี่ที่เกิดปัญหา หรือ เวลาที่สูญเสียในการแก้ปัญหา และแผนภูมิที่สองใช้แกนตั้งแทนจำนวนเงินที่สูญเสีย

2) เริ่มต้นสร้างแผนภูมิพาเรโต โดยการจำแนกประเภทข้อมูลตามผลก่อน จากนั้นเมื่อสามารถกำหนดปัญหาที่จะหามาตรการแก้ไขได้แล้ว ควรค้นหาสาเหตุที่เป็นไปได้ของปัญหานั้นแล้วทำการเก็บข้อมูล และสร้างแผนภูมิพาเรโตอีกแผนภูมิหนึ่งโดยการจำแนกประเภทข้อมูลตามสาเหตุของปัญหาเพื่อใช้ในการเลือกสาเหตุที่จะกำหนดมาตรการแก้ไขอย่างถูกต้อง

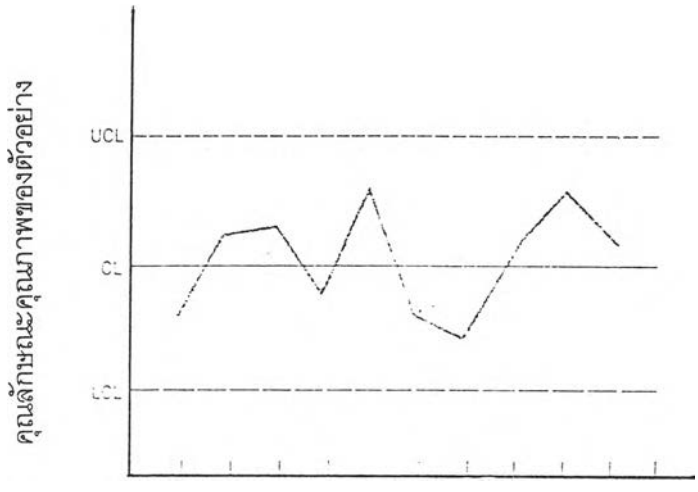
3 ) ควรนำแผนภูมิพาเรโตมาใช้เพื่อเปรียบเทียบผลการปรับปรุง เพื่อใช้ในการประเมินผลมาตรการการแก้ไข เนื่องจากจะทำให้เห็นภาพพจน์ได้ง่าย

แผนภูมิควบคุม

ในกระบวนการผลิตทุกกระบวนการผลิต ไม่ว่าจะมีการออกแบบหรือการดำเนินการดีเพียงใดก็ตาม คุณลักษณะคุณภาพของผลิตภัณฑ์ที่ผ่านกระบวนการผลิตนั้นย่อมมีการผันแปร แต่ถ้าหากการผันแปรดังกล่าวเกิดขึ้นจากธรรมชาติของกระบวนการผลิตเองที่เป็นการผันแปรแบบสุ่ม ที่เกิดจากสาเหตุโดยบังเอิญ ( Chance or random cause ) จะถือว่ากระบวนการผลิตนั้นอยู่ในการควบคุมทางสถิติ ( In statistical control ) ในทางตรงกันข้าม ถ้าการผันแปรดังกล่าวมิได้เกิดจากกระบวนการผลิตแต่เกิดจากสาเหตุที่ระบุได้ ( Assignable cause ) ซึ่งโดยทั่วไปจะได้แก่ การผันแปรจากเครื่องจักร การผันแปรจากพนักงานปฏิบัติงาน และการผันแปรจากวัตถุดิบ จะถือว่ากระบวนการผลิตนั้นควบคุมไม่ได้ ( Out Of Control )

แผนภูมิควบคุม เป็นเครื่องมือทางสถิติที่ใช้สำหรับการศึกษาและควบคุมกระบวนการผลิตที่มีการดำเนินการซ้ำ ๆ เนื่องจากแผนภูมิควบคุมสามารถใช้ในการสืบหาการผันแปรกระบวนการผลิตและใช้แยกการผันแปรดังกล่าวว่าเป็นการผันแปรจากสาเหตุโดยบังเอิญ หรือ เป็นการผันแปรจากสาเหตุที่ระบุได้

แผนภูมิควบคุม ประกอบด้วยพิกัดของแผนภูมิควบคุม ซึ่งประกอบด้วย พิกัดควบคุมบน ( Upper Control Limit ; UCL ) กับพิกัดควบคุมล่าง ( Lower Control Limit ; LCL ) และระหว่างพิกัดควบคุมบนกับพิกัดควบคุมล่างยังมีเส้นกึ่งกลาง ( Center Line ; CL ) ซึ่งแสดงถึงค่าของคุณลักษณะของคุณภาพที่ไม่มีการเบี่ยงเบน และเมื่อมีการสุ่มตัวอย่างจากกระบวนการผลิต ค่าคุณลักษณะของตัวอย่างก็จะถูกพล็อตลงไปบนแผนภูมิควบคุม ซึ่งโดยทั่วไปจะเชื่อมกันด้วยเส้นตรงเพื่อให้สังเกตเห็นลำดับของคุณลักษณะของตัวอย่างได้ง่าย ดังแสดงในรูปที่ 2.5




รูปที่ 2.5 แผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุมสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ตามประเภทของข้อมูลที่จะพล็อตลงบนแผนภูมิ ได้แก่

1) แผนภูมิควบคุมแบบแอตทริบิวส์ ใช้สำหรับข้อมูลแบบคุณภาพ ได้แก่
   - แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (P Chart)
   - แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (NP Chart)
   - แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (C Chart)
   - แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย (U Chart)
2) แผนภูมิควบคุมแบบตัวแปร ใช้สำหรับข้อมูลที่สามารถวัดค่าเป็นตัวเลขได้ ได้แก่
   - แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าพิสัย ($\bar{x}$ and R Chart)
   - แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน( $\sigma$ chart , S Chart)
   - แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยและค่าเฉลี่ยของค่าพิสัย ($\bar{\bar{x}}$ and $\bar{R}$ Chart)
   - แผนภูมิควบคุมค่าความแปรปรวน ($S^2$Chart)
   - แผนภูมิควบคุมค่ากึ่งกลางค่าพิสัยและค่ามัธยฐาน (Midrange and Median Chart)
   - แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่และค่าพิสัยเคลื่อนที่ (Moving Average and Moving Range Chart)

1. <u>แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย</u> ( P Chart )

แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย จะแสดงถึงสัดส่วนของเสียในตัวอย่างหรือกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีการแจกแจงแบบทวินาม แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียสามารถใช้ได้กับการที่สุ่มตัวอย่างที่มีขนาดตัวอย่างคงที่และขนาดของตัวอย่างที่ไม่คงที่ การสร้างแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียมีขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> เลือกขนาดตัวอย่างและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยข้อมูลจะต้องประกอบด้วยขนาดตัวอย่างและจำนวนของเสีย

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาสัดส่วนของเสีย($p$) ของการสุ่มตัวอย่างแต่ละครั้ง โดย

$$p = \frac{np}{n}$$

เมื่อ p แทน สัดส่วนของเสีย

n แทน ขนาดตัวอย่าง

np แทน จำนวนของเสีย

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าเฉลี่ยของสัดส่วนของเสีย ($\bar{p}$) และเส้นกึ่งกลาง โดย

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(np)_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i}$$

เมื่อ $\bar{p}$ แทน ค่าเฉลี่ยของสัดส่วนของเสีย

$(np)_i$ แทน จำนวนของเสียจากตัวอย่างที่ $i$

$n_i$ แทน ขนาดตัวอย่างของตัวอย่างที่ $i$

$m$ แทน จำนวนครั้งที่สุ่มตัวอย่าง

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> คำนวณหาพิกัดควบคุม และเส้นกึ่งกลาง โดย

$$CL = \bar{p}$$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> เขียนพิกัดควบคุม และ พล็อตค่าสัดส่วนของเสียลงบนแผนภูมิ

2. แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย ( NP Chart )

แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย มีลักษณะคล้ายกับแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียเพียง แต่แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย จะแสดงถึงจำนวนของเสียในตัวอย่าง ดังนั้นจึงสามารถใช้กับการสุ่มตัวอย่างที่มีขนาดตัวอย่างคงที่เท่านั้น การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกขนาดตัวอย่างและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยข้อมูลจะต้องประกอบด้วยขนาดตัวอย่างและจำนวนของเสีย

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาสัดส่วนของเสีย($\bar{p}$) โดย

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(np)_i}{m.n}$$

เมื่อ $\bar{p}$ แทน ค่าเฉลี่ยของสัดส่วนของเสีย

$(np)_i$ แทน จำนวนของเสียจากตัวอย่างที่ $i$

$n$ แทน จำนวนตัวอย่าง

$m$ แทน จำนวนครั้งที่สุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาพิกัดควบคุม และเส้นกึ่งกลาง โดย

$$CL = n\bar{p}$$

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

ขั้นตอนที่ 4 เขียนพิกัดควบคุม และ พล็อตจำนวนของเสียลงบนแผนภูมิ

3. แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ ( C Chart )

แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ จะแสดงถึงจำนวนรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์ที่อาจมีรอยตำหนิได้หลายแห่ง แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิมีการแจกแจงของข้อมูลเป็นแบบปัวส์ซอง ดังนั้นการจะใช้แผนภูมิจำนวนรอยตำหนิได้จะต้องสอดคล้องตามสมมติฐานที่ว่า มีโอกาสที่จะเกิดรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์สูง ในขณะที่ความน่าจะเป็นที่จะเกิดรอยตำหนินั้นต่ำและมีค่าคงที่ การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เก็บรวบรวมจำนวนรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์และจำนวนผลิตภัณฑ์ที่สุ่ม

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาค่าจำนวนรอยตำหนิเฉลี่ย โดย

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{m} C_i}{m}$$

เมื่อ $\bar{C}$ แทน จำนวนรอยตำหนิเฉลี่ย

$C_i$ แทน จำนวนรอยตำหนิที่พบจากการสุ่มตัวอย่างแต่ละครั้ง

$m$ แทน จำนวนครั้งที่สุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาพิกัดควบคุม และเส้นกึ่งกลาง โดย

$$CL = \bar{C}$$
$$UCL = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}}$$
$$LCL = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$$

ขั้นตอนที่ 4 เขียนพิกัดควบคุม และ พล็อตจำนวนของเสียลงบนแผนภูมิ

4. แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย ( U Chart )

แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย เป็นแผนภูมิควบคุมที่ดัดแปลงมาจากแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ เพื่อให้สามารถใช้ได้ทั้งกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากันทุกครั้งที่ทำการสุ่มตัวอย่าง ดังนั้นการจะใช้แผนภูมิจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วยได้จะต้องสอดคล้องตามสมมุติฐานที่ว่า มีโอกาสที่จะเกิดรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์สูง ในขณะที่ความน่าจะเป็นที่จะเกิดรอยตำหนินั้นต่ำและมีค่าคงที่เหมือนกับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เก็บรวบรวมจำนวนรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์และจำนวนผลิตภัณฑ์ที่สุ่ม

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย โดย

$$u = \frac{c}{n}$$

เมื่อ $u$ แทน จ้

$c$ แทน จำนวนรอยตำหนิ

$n$ แทน จำนวนผลิตภัณฑ์ที่สุ่มตัวอย่างมา

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณจำนวนรอยตำหนิเฉลี่ยต่อหน่วย

โดย
$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i}$$

เมื่อ $\bar{u}$ แทน จำนวนรอยตำหนิเฉลี่ย

$c_i$ แทน จำนวนรอยตำหนิที่พบจากการสุ่มครั้งที่ $i$

$n_i$ แทน จำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาในครั้งที่ $i$

$m$ แทน จำนวนครั้งที่ทำการสุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณพิกัดควบคุม และเส้นกึ่งกลาง โดย

$$CL = \bar{u}$$

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

ขั้นตอนที่ 5 เขียนพิกัดควบคุม และ พล็อตจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วยลงบนแผนภูมิ

5. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าพิสัย ($\bar{X}$ and $R$ Chart)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าพิสัย เป็นแผนภูมิควบคุมแบบตัวแปรที่นิยมใช้กันโดย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยจะใช้ในการควบคุมแนวโน้มการเข้าสู่ศูนย์กลาง และแผนภูมิควบคุมค่าพิสัย จะใช้ในการควบคุมการกระจายของข้อมูล การสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าพิสัย มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกขนาดตัวอย่าง และเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาค่าเฉลี่ย และค่าพิสัยของตัวอย่างแต่ละตัวอย่าง โดย

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

$x_i$ แทน ข้อมูลที่ $i$ ในตัวอย่าง

$n$ แทน ขนาดตัวอย่าง

$R$ แทน ค่าพิสัยของตัวอย่าง

$X_{\max}$ แทน ข้อมูลที่มีค่ามากที่สุดในตัวอย่าง

$X_{\min}$ แทน ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุดในตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาค่าเฉลี่ยทั้งหมด ($\bar{\bar{X}}$)และค่าเฉลี่ยของค่าพิสัย($\bar{R}$) โดย

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \bar{x}_i}{m}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{m} R_i}{m}$$

เมื่อ $\bar{\bar{X}}$ แทน ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

$\bar{x}_i$ แทน ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างชุดที่ $i$

$\bar{R}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าพิสัยของแต่ละกลุ่ม

$R_i$ แทน ค่าพิสัยของตัวอย่างชุดที่ $i$

$m$ แทน จำนวนชุดตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณพิกัดควบคุม และเส้นกึ่งกลาง โดย

สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}}$$
$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{x}}$$
$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{x}}$$

สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าพิสัย

$$CL_R = \bar{R}$$
$$UCL_R = \bar{R} + 3\sigma_R$$
$$LCL_R = \bar{R} - 3\sigma_R$$

เมื่อ $\bar{\bar{X}}$ แทน ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

$\sigma_{\bar{x}}$ แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยแต่ละกลุ่ม

$\bar{R}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าพิสัยของแต่ละกลุ่ม

$\sigma_R$ แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิสัยแต่ละกลุ่ม

แต่อย่างไรก็ตาม เพื่อความสะดวกในการคำนวณพิกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม ค่าเฉลี่ยจึงประมาณค่า $\sigma_{\bar{x}}$ ด้วย $\frac{\bar{R}}{d_2}$ ดังนั้นจึงสามารถคำนวณพิกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ได้ดังนี้

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$
$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$$
$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$
$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

เมื่อ $\bar{\bar{X}}$ แทน ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

$\bar{R}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าพิสัยของแต่ละกลุ่ม

$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ เป็นค่าคงที่หาได้จากตารางที่แสดงในภาคผนวก

ในทำนองเดียวกันกับแผนภูมิค่าเฉลี่ย จึงได้มีการประมาณค่า $_R$ ด้วย $d_3\sigma_{\bar{X}}$ เพื่อให้สามารถคำนวณพิกัดควบคุมค่าพิสัยได้สะดวก ดังนี้

$$UCL_R = \bar{R} + 3d_3(\frac{\bar{R}}{d_2})$$

$$UCL_R = D_4\bar{R}$$

$$LCL_R = \bar{R} - 3d_3(\frac{\bar{R}}{d_2})$$

$$LCL_R = D_3\bar{R}$$

เมื่อ $\bar{R}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าพิสัยของแต่ละกลุ่ม

$d_3, d_2$ เป็นค่าคงที่

$D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2}$ เป็นค่าคงที่หาได้จากตารางที่แสดงในภาคผนวก

$D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2}$ เป็นค่าคงที่หาได้จากตารางที่แสดงในภาคผนวก

ขั้นตอนที่ 5 เขียนพิกัดควบคุม และ พล็อตค่าเฉลี่ยและค่าพิสัยลงบนแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุมค่าพิสัย ตามลำดับ

6. การคำนวณค่าความสามารถของกระบวนการ

ความสามารถของกระบวนการเป็นสิ่งที่จะบ่งบอกถึงความสม่ำเสมอของกระบวนการ โดยจะวัดจากการแปรเปลี่ยนภายในกระบวนการหรือความแปรเปลี่ยนตามธรรมชาติของกระบวนการ ซึ่งโดยทั่วไปมักจะกระทำภายใต้สมมติฐานที่กำหนดให้ รูปแบบของความแปรเปลี่ยนของกระบวนการแจกแจงปกติ ที่กำหนดให้ 6 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ เป็นค่าวัดความสามารถของกระบวนการ กล่าวคือ ถ้ากระบวนการมีความแปรเปลี่ยนที่มีการแจกแจงปกติแล้ว กระบวนการจะมีความสามารถในการผลิตของดี 99.73 % วิธีการวัดค่าความสามารถของกระบวนการทำได้หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมกันมากที่สุดคือการวัดค่าความสามารถกระบวนการโดยใช้ค่าดัชนีอัตราส่วนแสดงความสามารถของกระบวนการ (Process Capability Ratio, PCR) โดย

$PCR = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$ สำหรับ ข้อกำหนดเฉพาะแบบ 2 ด้าน

$PCR = \frac{USL - \bar{X}}{6\sigma}$ สำหรับ ข้อกำหนดเฉพาะแบบด้านสูง

$PCR = \frac{\bar{X} - LSL}{6\sigma}$ สำหรับ ข้อกำหนดเฉพาะแบบด้านต่ำ

ค่า PCR จะบ่งบอกถึงความสามารถของกระบวนการในการผลิตผลิตภัณฑ์ภายใต้ข้อกำหนด โดยถ้า PCR > 1 แสดงว่า ความแตกต่างระหว่างข้อกำหนด ( Specification Limit ) มากกว่า

ความสามารถโดยธรรมชาติของกระบวนการ นั่นคือ ผลิตภัณฑ์ที่ผลิตออกมาจากกระบวนการจะมีจำนวนน้อยที่จะไม่ได้ตามข้อกำหนด แต่ถ้า PCR < 1 แสดงว่า ความแตกต่างระหว่างข้อกำหนดน้อยกว่าความสามารถโดยธรรมชาติของกระบวนการ นั่นคือ ผลิตภัณฑ์ที่ผลิตออกมาจากกระบวนการจะไม่ได้ตามข้อกำหนดจำนวนมาก

7. การดีความแผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการตรวจหา การเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากสาเหตุที่ระบุได้ เพื่อทำการแก้ไขให้กระบวนการผลิตนั้นเป็นปกติ โดยลักษณะแผนภูมิที่แสดงให้เห็นว่ากระบวนการผลิตนั้นควบคุมไม่ได้ มีดังนี้

1) มีจุดอยู่ภายนอกพิกัดควบคุม ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจาก ความผิดพลาดในการวัดหรือการคำนวณ วัตถุดิบไม่ได้คุณภาพ ตั้งเครื่องจักรผิด หรือเครื่องจักรผิดปกติ

2) มีความไม่สมดุลย์เกิดขึ้นบนแผนภูมิ ซึ่งจะเกิดขึ้นจากการที่มีจุดหลาย ๆ จุดเรียงอยู่ด้านใดด้านหนึ่งของเส้นกึ่งกลาง เกณฑ์ในการตัดสินใจว่ามีความไม่สมดุลย์เกิดขึ้นบนแผนภูมิคือ การที่มีจุด 7 จุดติดต่อกันเรียงอยู่ด้านใดด้านหนึ่งของเส้นกึ่งกลาง หรือการที่มีจุด 10 จุดใน 11 จุด หรือ 12 จุดใน 14 จุดอยู่ด้านใดด้านหนึ่งของเส้นกึ่งกลาง เมื่อแผนภูมิมีความไม่สมดุลย์เกิดขึ้น แสดงว่าอาจมีสิ่งผิดปกติดังต่อไปนี้ในกระบวนการ

- เครื่องจักรเดินหนักเกินไปข้างใดข้างหนึ่งของ Specification
- ระบบควบคุมอัตโนมัติผิดพลาด
- คุณภาพของวัสดุแตกต่างกัน
- ส่วนผสมของวัสดุแตกต่างกันมากทางด้านคุณภาพ
- พนักงานปฏิบัติงานแตกต่างกัน

3) มีแนวโน้มเกิดขึ้นบนแผนภูมิควบคุม ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อจุดต่าง ๆ เรียงติดต่อกันค่อย ๆ สูงขึ้นหรืออาจจะต่ำลง ทำให้เห็นกราฟเป็นเส้นที่มีความชัน เกณฑ์ในการตัดสินใจว่ามีแนวโน้มเกิดขึ้นบนแผนภูมิควบคุมคือ การที่มีจุด 7 จุดติดต่อกันเชื่อมกันในลักษณะที่เอียงขึ้นหรือเอียงลง ซึ่งการที่แผนภูมิควบคุมมีแนวโน้มเกิดขึ้น แสดงว่า มีสิ่งผิดปกติเกิดขึ้นในกระบวนการดังนี้

- เครื่องมือสึกหรอ
- ความล้าของพนักงานปฏิบัติงาน
- การบำรุงรักษาเครื่องมือไม่ดีพอ ทำให้มีเศษชิ้นงานติดที่เครื่องมือเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ
- พนักงานปฏิบัติงานขาดความชำนาญ
- มีผลกระทบจากสิ่งแวดล้อม เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและความชื้น

4) มีการเกาะกลุ่มรอบเส้นควบคุม จะเกิดขึ้นเมื่อจุดต่าง ๆ บนแผนภูมิควบคุมอยู่ใกล้เส้นกึ่งกลางหรืออยู่ใกล้เส้นพิกัดควบคุม เกณฑ์ในการตัดสินใจว่าเกิดการเกาะกลุ่มรอบเส้นควบคุม คือ เมื่อแบ่งระยะระหว่าง CL กับเส้นพิกัดควบคุม เป็น 3 ส่วน และให้ส่วนที่อยู่ติดกับเส้นพิกัดควบคุมเป็นบริเวณ A และถัดมาเป็นบริเวณ B แล้วส่วนที่อยู่ติดกับเส้นกึ่งกลางเป็นบริเวณ C แล้ว มีจุด 2 จุดใน 3 จุด หรือ 3 จุดใน 7 จุดหรือ 4 จุดใน 10 จุดอยู่ในบริเวณ A หรือมี 15 จุดติดต่อกันอยู่ในบริเวณ C การที่มีการเกาะกลุ่มรอบเส้นควบคุมนี้ แสดงให้เห็นว่า อาจมีปัญหาเกี่ยวกับการสุ่มตัวอย่างหรือมีการจัดกลุ่มข้อมูลไม่เหมาะสม หรืออาจมีการเปลี่ยนแปลงภายในกระบวนการ ที่อาจมีสาเหตุจากสิ่งต่อไปนี้

- วัสดุเปลี่ยนไป
- มีการเปลี่ยนพนักงานใหม่ หรือ ผู้ไม่มีประสบการณ์
- มีการติดตั้งเครื่องจักรใหม่
- มีการปรับตั้งเครื่องจักรใหม่

5 ) การเกิดวัฏจักรซ้ำซ้อน ซึ่งจะสังเกตเห็นได้จากการที่จุดต่าง ๆ แสดงออกมาเป็นรูปแบบที่เหมือนหรือคล้ายคลึงกันในช่วงเวลาที่เท่ากัน การเกิดวัฏจักรซ้ำซ้อนไม่มีหลักเกณฑ์การตัดสินที่แน่นอน จะต้องอาศัยการติดตามและสังเกตจากแผนภูมิควบคุมตลอดเวลา ซึ่งการเกิดวัฏจักรซ้ำซ้อนอาจมีสาเหตุมาจาก

- วัตถุดิบที่นำเข้าเป็นฤดูกาล
- การเปลี่ยนแปลงสภาพแวดล้อมเป็นวัฏจักร เช่น จากเช้าถึงเย็น
- การเปลี่ยนพนักงานเป็นวัฏจักร
- ระยะเวลาการบำรุงรักษาเป็นวัฏจักร
- ความล้าของพนักงาน ในช่วงต่าง ๆ ของวัน

8. <u>ประโยชน์ของการใช้แผนภูมิควบคุม</u>

แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือด้านคุณภาพที่มีการนำไปประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวาง ซึ่งประโยชน์ของแผนภูมิควบคุมสามารถสรุปโดยสังเขปดังต่อไปนี้

1 ) ใช้ในการกำหนดมาตรฐานของกระบวนการ ซึ่งพยายามที่จะทำให้บรรลุผล

2 ) ใช้ในการป้องกันผลิตภัณฑ์ที่ไม่ได้ตามข้อกำหนด เนื่องจากแผนภูมิควบคุมเป็นการควบคุมแบบ on - line ดังนั้นเมื่อข้อมูลถูกเก็บมาจากกระบวนการแล้วนำมาพล็อตบนแผนภูมิควบคุม หากกระบวนการไม่อยู่ในการควบคุม ก็ทำให้สามารถปรับปรุงหรือแก้ไขได้อย่างทันเวลา ทำให้สามารถป้องกันการผลิตผลิตภัณฑ์ที่ไม่เป็นไปตามข้อกำหนดได้ ซึ่งจะทำให้สามารถลดต้นทุนได้

3 ) ใช้เป็นเครื่องมือในการประเมินว่ากระบวนการได้บรรลุผลตามมาตรฐานที่กำหนดไว้หรือไม่

4 ) ใช้เป็นเครื่องมือสำหรับเพิ่มผลผลิต (Productivity) เนื่องจากการนำแผนภูมิควบคุมมาใช้จะทำให้ของเสียและงานที่ต้องทำซ้ำลดลง และยังทำให้ต้นทุนต่ำลง ตลอดจนอัตราการผลิตสูงขึ้นอีกด้วย

5) ใช้ในการช่วยลดการปรับแต่งเครื่องจักรที่ไม่จำเป็น เนื่องจากแผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือที่สามารถช่วยแยกความผันแปรที่เกิดจากสาเหตุที่ระบุได้ หรือความผันแปรที่เป็นธรรมชาติของกระบวนการ ดังนั้นหากแผนภูมิควบคุมไม่มีสิ่งผิดปกติเกิดขึ้น แสดงว่าความแปรเปลี่ยนที่เกิดขึ้นในกระบวนการเป็นความแปรเปลี่ยนที่เป็นธรรมชาติของกระบวนการ จึงยังไม่มีความจำเป็นที่จะต้องปรับตั้งเครื่องจักรใหม่เพราะการปรับตั้งเครื่องจักรโดยไม่จำเป็นอาจส่งผลกระทบต่อกระบวนการได้

6) ใช้เป็นแนวทางในการหาข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่อาจเป็นสาเหตุให้กระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม เนื่องจากเมื่อมีสิ่งผิดปกติเกิดขึ้นบนแผนภูมิควบคุม สิ่งผิดปกติแต่ละอย่างที่เกิดขึ้นจะเป็นแนวทางในการหาข้อบกพร่องได้สะดวกขึ้น

7) ใช้ในการบอกความสามารถของกระบวนการ ซึ่งมีผลอย่างมากในการตัดสินใจในหลาย ๆ ด้าน เช่น การตัดสินใจในการลงทุนลดความผันแปรของกระบวนการ ( Process Variability )

<u>แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ</u>

การสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ ( Acceptance sampling ) เป็นกระบวนการที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับคุณภาพของผลิตภัณฑ์ โดยอาศัยวิธีการทางสถิติมาช่วยในการตัดสินใจว่าผลิตภัณฑ์ในรุ่นหนึ่ง ๆ มีคุณภาพตรงตามมาตรฐานหรือข้อกำหนดทางเทคนิคหรือไม่ซึ่งผลการตัดสินใจนี้ในทางสถิติถือว่าสามารถอนุโลมความผิดพลาดได้ในระดับหนึ่งที่ตั้งเกณฑ์ความแม่นยำไว้ แต่อย่างไรก็ตามการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับนี้ ไม่ได้มีเป้าหมายเพื่อที่จะประมาณหรือควบคุมคุณภาพเหมือนกับเป้าหมายของแผนภูมิควบคุม

การสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับจะใช้เมื่อ

1 ) การตรวจสอบผลิตภัณฑ์เป็นการตรวจสอบแบบทำลาย

2 ) ต้นทุนในการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์สูง เมื่อเปรียบเทียบกับต้นทุนที่จะปล่อยให้ผลิตภัณฑ์ที่ไม่ได้คุณภาพผ่านออกไป

3 ) การตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ทำให้พนักงานเกิดความเบื่อหน่าย เมื่อยล้า จะทำให้โอกาสที่ผลิตภัณฑ์ที่ไม่ได้คุณภาพจะผ่านออกไปมากกว่าการสุ่มตัวอย่างตรวจสอบ

4 ) ไม่สามารถใช้เครื่องจักรตรวจสอบได้

5 ) ไม่ต้องการข้อมูลคุณภาพที่แท้จริงของผลิตภัณฑ์

6 ) การตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ทำให้สูญเสียเวลามาก

การสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับเป็นวิธีการที่นิยมใช้มากกว่าการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ เนื่องจากการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับได้มีข้อได้เปรียบการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ดังนี้

1 ) เป็นการประหยัดกว่าเพราะจำนวนที่ทำการตรวจสอบน้อยกว่า

2 ) ลดการเสียหายในการเคลื่อนย้ายผลิตภัณฑ์ในขณะตรวจสอบ

3 ) ใช้พนักงานในการตรวจสอบน้อยกว่า

4 ) ทำให้พนักงานทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงขึ้น เพราะไม่เกิดเบื่อหน่ายในการตรวจสอบ

5 ) ในการไม่ยอมรับสินค้าทั้งรุ่น เป็นการกระตุ้นให้ Supplier ปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น

แต่อย่างไรก็ตาม การสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับก็มีข้อเสียเปรียบการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ดังนี้

1 ) มีความเสี่ยงในการที่จะไม่ยอมรับรุ่นที่ดีและยอมรับรุ่นที่ไม่ดี

2 ) ใช้เวลาในการวางแผนและเตรียมเอกสาร

1. <u>นิยามที่ใช้ในการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ</u>

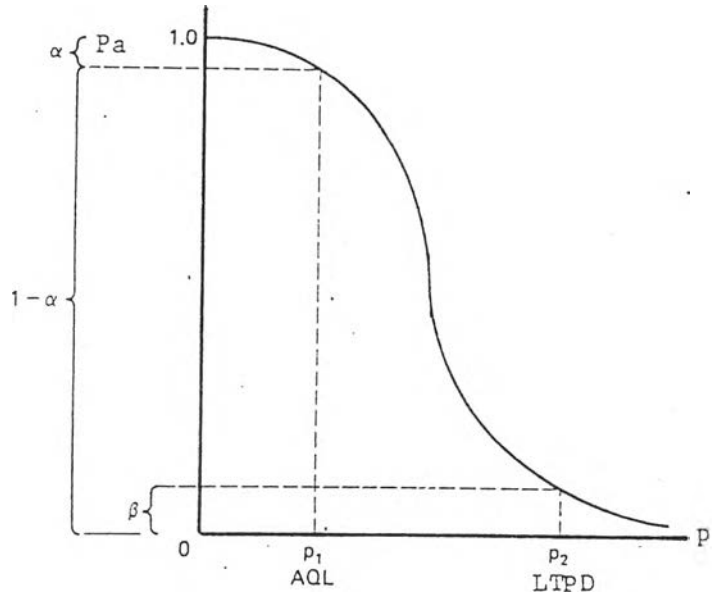
ระดับคุณภาพในการยอมรับ ( Acceptable Quality Level ; AQL ) เป็นค่าระดับคุณภาพที่ต่ำที่สุด(สัดส่วนของเสียสูงสุด) ของผู้ผลิตตั้งไว้

ระดับคุณภาพในการปฏิเสธ ( Lot Tolerance Percent Defective ; LTPD ) เป็นค่าระดับคุณภาพที่ผู้บริโภคอนุโลมหรือยอมทนรับสินค้าไว้

ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต ( Producer's risk ; $\alpha$ ) เป็นความน่าจะเป็นในการที่ผู้บริโภคจะปฏิเสธสินค้าที่มีคุณภาพที่ดี

ค่าความเสี่ยงของผู้บริโภค ( Consumer's risk ; $\beta$ ) เป็นความน่าจะเป็นในการที่ผู้บริโภคจะยอมรับสินค้าที่มีคุณภาพต่ำกว่า LTPD

เส้นโค้งแสดงคุณสมบัติในเชิงปฏิบัติ ( Operating Characteristic Curves ; OC Curve ) หมายถึงกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่น และค่าสัดส่วนของเสียต่าง ๆ โดยแกนตั้งเป็นค่าความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่น ( Probability of Acceptance ; Pa ) มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 และแกนนอนเป็นค่าสัดส่วนของเสีย มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เส้นโค้งแสดงคุณสมบัติในเชิงปฏิบัติสามารถแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของระดับคุณภาพในการยอมรับกับความเสี่ยงของผู้ผลิต และระดับคุณภาพในการปฏิเสธกับความเสี่ยงของผู้บริโภค ดังรูปที่ 2.6




รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างระดับคุณภาพในการยอมรับกับความเสี่ยงของผู้ผลิต และระดับคุณภาพในการปฏิเสธกับความเสี่ยงของผู้บริโภค

2. <u>ประเภทของแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ</u>

แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ตามประเภทของคุณลักษณะของคุณภาพ ดังนี้

1) แผนการสุ่มตัวอย่างแบบแอตทริบิวส์ ซึ่งใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเพียงเพื่อที่จะบ่งชี้ว่า ตรงตามข้อกำหนดหรือไม่ตรงตามข้อกำหนด ได้แก่

- แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว ( Single Sampling Plan )
- แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้ ( Rectified Single Sampling Plan )
- แผนการสุ่มตัวอย่างคู่ ( Double Sampling Plan )
- แผนการสุ่มตัวอย่างหลายเชิง ( Multiple Sampling Plan )
- แผนการสุ่มตัวอย่างตามลำดับ ( Sequential Sampling Plan )

2) แผนการสุ่มตัวอย่างแบบตัวแปร ใช้ในการตรวจสอบในกรณีที่คุณลักษณะคุณภาพถูกวัดในสเกลต่อเนื่อง

นอกจากแผนการสุ่มตัวอย่างดังกล่าว ซึ่งเป็นแผนการสุ่มตัวอย่างเอนกประสงค์ ( General purpose ) ยังมีแผนการสุ่มตัวอย่างที่มีจุดมุ่งหมายพิเศษ ( Special purpose ) อีกหลายแผน

3. <u>แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว</u>

แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว เป็นแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแอตทริบิวส์ที่จัดให้มีการสุ่มตัวอย่างเพียงครั้งเดียว แล้วทำการตัดสินใจว่า จะยอมรับหรือไม่ยอมรับสินค้ารุ่นนั้น ซึ่งการตัดสินใจว่าจะยอมรับรุ่นหรือไม่ยอมรับรุ่น ขึ้นอยู่กับจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่พบในการสุ่มตัวอย่าง ดังนั้น แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวจะต้องกำหนดขนาดตัวอย่าง $(n)$ และจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่ยอมให้มีได้ $(c)$ หลักการของแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว จะดำเนินการโดยทำการสุ่มตัวอย่าง $n$ ตัวอย่าง และจะตัดสินใจว่าจะยอมรับรุ่นเมื่อพบผลิตภัณฑ์บกพร่องน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่ยอมให้มีได้ $(c)$ ในทางกลับกันจะปฏิเสธรุ่นเมื่อพบผลิตภัณฑ์บกพร่องมากกว่าจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่ยอมให้มีได้

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว จะต้องกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต $(\alpha)$ ความเสี่ยงผู้บริโภค$(\beta)$ ระดับคุณภาพในการยอมรับ ( AQL ) และระดับคุณภาพในการปฏิเสธ (LTPD) ดังนั้นแผนการสุ่มตัวอย่างที่ออกแบบได้ควรจะมีความน่าจะเป็นในการยอมรับเท่ากับ $1-\alpha$ สำหรับรุ่นที่มีสัดส่วนของเสียเท่ากับ AQL และควรจะมีความน่าจะเป็นในการยอมรับเท่ากับ $\beta$ สำหรับรุ่นที่มีสัดส่วนของเสียเท่ากับ LTPD แต่ในการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวให้ได้ตามเงื่อนไขข้างต้นเป็นไปได้ยาก จึงต้องยอมให้มีการผิดพลาดบ้าง โดยใช้วิธีการออกแบบด้วยขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> คำนวณสัดส่วนของ LTPD ต่อ AQL

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> ใช้วิธีการทดลองสุ่มค่า (Trail and Error) โดยกำหนด $c = 0,1,2,..$ แล้วหาค่าเฉลี่ยการแจกแจงปัวซองที่ให้ค่าความน่าจะเป็นสะสมเท่ากับ 1 - $\alpha$ ( โดยให้เป็น $np_{1-\alpha}$ ) และ $\beta$ ( โดยให้เป็น $np_{\beta}$ ) จากนั้นคำนวณ $\frac{np_{\beta}}{np_{1-\alpha}}$ และทดลองสุ่มค่า $c$ ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ค่า $c$ 2 ค่าที่ทำให้ $\frac{np_{\beta}}{np_{1-\alpha}}$ของ $c_1$ น้อยกว่า $\frac{LTPD}{AQL}$และ $\frac{np_{\beta}}{np_{1-\alpha}}$ของ$c_2$ มากกว่า $\frac{LTPD}{AQL}$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> ที่ $c = c_1$หาแผนการสุ่มตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 โดย

แผนการสุ่มตัวอย่างที่ 1 $n = \frac{np_{\beta}}{LTPD}$ , $c = c_1$

แผนการสุ่มตัวอย่างที่ 2 $n = \frac{np_{1-\alpha}}{AQL}$ , $c = c_1$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ที่ $c = c_2$หาแผนการสุ่มตัวอย่างที่ 3 และตัวอย่างที่ 4 โดย

แผนการสุ่มตัวอย่างที่ 3 $n = \frac{np_{\beta}}{LTPD}$ , $c = c_2$

แผนการสุ่มตัวอย่างที่ 4 $n = \frac{np_{1-\alpha}}{AQL}$ , $c = c_2$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> หาความผิดพลาดของค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตและผู้บริโภคของแผนการสุ่มตัวอย่างที่ 1 - 4 โดย

สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 3

ความผิดพลาดของความเสี่ยงผู้ผลิต = $\left|(1-P(x \le c_1, \mu = n(AQL)) - \alpha\right|$

สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างที่ 2 และ 4

ความผิดพลาดของความเสี่ยงบริโภค = $\left|(P(x \le c_1, \mu = n(LTPD)) - \beta\right|$

ขั้นตอนที่ 6 เลือกแผนการสุ่มตัวอย่างที่มีความผิดพลาดของความเสี่ยงผู้ผลิตหรือความเสี่ยงผู้บริโภคน้อยที่สุด เป็นแผนการสุ่มตัวอย่างที่ออกแบบได้

4. แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้

แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้ เป็นแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแอตทริบิวส์ที่จัดให้มีการสุ่มตัวอย่างเพียงครั้งเดียว แล้วทำการตัดสินใจว่า จะยอมรับรุ่นเลยหรือจะทำการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งผลการตัดสินใจจะขึ้นอยู่กับจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่พบในการสุ่มตัวอย่าง หลักการของแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้ จะทำการสุ่มตัวอย่าง $n$ ตัวอย่างและจะตัดสินใจว่าจะยอมรับรุ่น เมื่อพบผลิตภัณฑ์บกพร่องน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่ยอมให้มีได้ $(c)$ ในทางกลับกัน จะทำการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ เมื่อพบผลิตภัณฑ์บกพร่องมากกว่าจำนวนผลิตภัณฑ์บกพร่องที่ยอมให้มีได้ $(c)$ แผนการสุ่มตัวอย่างนี้ จะทำให้คุณภาพของรุ่นที่ทำการตรวจสอบดีขึ้น เนื่องจากมีโอกาสที่จะตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งสัดส่วนของเสียของรุ่นที่ผ่านการตรวจสอบแล้ว โดยเฉลี่ย $(AOQ)$ จะลดลง โดยคำนวณได้จาก

$AOQ$ = จำนวนของเสียที่ไม่ได้ผ่านการตรวจสอบ / จำนวนทั้งหมดของรุ่น

ในกรณีที่มีการแทนที่ของเสีย

$$AOQ = \frac{Pa(N-n)p}{N}$$

ในกรณีที่ไม่มีการแทนที่ของเสีย

$$AOQ = \frac{Pa(N-n)p}{N - np - [(1-Pa)(N-n)p]}$$

ซึ่งทั้ง 2 กรณี สามารถประมาณได้ว่า

$$AOQ = Pa.p$$

โดย $AOQ$ = คุณภาพตรวจสอบโดยเฉลี่ย

$Pa$ = ความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่น

$p$ = สัดส่วนของเสีย

$N$ = ขนาดรุ่น

$n$ = ขนาดตัวอย่าง

I16186801

เนื่องจากในการใช้แผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้นี้ จำนวนสินค้าที่ผ่านการตรวจสอบมีจำนวนไม่แน่นอน เนื่องจาก หากในการสุ่มตัวอย่าง $n$ ชิ้น แล้วพบผลิตภัณฑ์บกพร่องน้อยกว่าหรือเท่ากับ $c$ ชิ้นก็จะทำการตรวจสอบเพียง $n$ ชิ้น แต่ถ้าหากในการสุ่มตัวอย่าง $n$ ชิ้น แล้วพบว่าผลิตภัณฑ์บกพร่องมากกว่า $c$ ชิ้นก็จะต้องทำการตรวจสอบ 100 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นจำนวนสินค้าที่ผ่านการตรวจสอบโดยเฉลี่ย ( Average Total Inspection ; ATI ) สามารถคำนวณได้ดังนี้

ในกรณีที่ไม่มีการแทนที่ของเสีย

$$ATI = n + (1 - Pa)(N - n)$$

ในกรณีที่มีการแทนที่ของเสีย

$$ATI = \frac{n + (1 - Pa)(N - n)}{1 - p}$$

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้ จะต้องมีการกำหนดค่าระดับคุณภาพเฉลี่ยสูงสุด ค่าขนาดรุ่น และสัดส่วนของเสีย โดยแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้ที่ออกแบบได้จะเป็นแผนการสุ่มที่มีค่าจำนวนสินค้าที่ผ่านการตรวจสอบโดยเฉลี่ย ( ATI ) ต่ำสุด ขั้นตอนในการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ใช้วิธีทดลองเปลี่ยนค่า $c$ เพื่อหาค่า $y$ โดย $y$ เป็นค่าดัชนีที่ขึ้นกับค่า $c$ ที่หาได้จากการเปิดตาราง หรือคำนวณได้ดังนี้

จาก

$$AOQ = Pa.p\frac{(N-n)}{N}$$

$$AOQL = Pa.p_m\frac{(N-n)}{N}$$

$$AOQL = \frac{y}{n}(1 - \frac{n}{N})$$

โดย

$$y = Pa.p_m.n$$

เมื่อ $Pa$ แทนความน่าจะเป็นในการยอมรับ

$p_m$ แทนค่าสัดส่วนของเสียที่ทำให้ $AOQ$ มีค่าสูงสุด

$N$ แทนขนาดรุ่น

$n$ แทนขนาดตัวอย่าง

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณค่าขนาดตัวอย่าง ( $n$ ) โดย

$$n = \frac{y.N}{AOQL.N + y}$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณค่าจำนวนสินค้าที่ผ่านการตรวจสอบโดยเฉลี่ย ( ATI ) โดย

$$ATI = n + (1 - Pa)(N - n)$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> เปรียบเทียบค่า $ATI$ ของแผนการสุ่มตัวอย่างต่าง ๆ โดยแผนการสุ่มตัวอย่างที่ออกแบบได้ จะเป็นแผนการสุ่มตัวอย่างที่มี $ATI$ ต่ำสุด ซึ่งโดยธรรมชาติของค่า $ATI$ จะ

มีค่าลดลงเรื่อย ๆ เมื่อ $c$ เพิ่มขึ้นจนกระทั่งค่า $ATI$ ต่ำสุดและค่าของ $ATI$ ก็จะเพิ่มขึ้นตามค่า $c$ ที่เพิ่มขึ้น หากยังหาแผนการสุ่มตัวอย่างที่ค่า $ATI$ ต่ำสุดไม่ได้ ก็ให้กลับไปเริ่มขั้นตอนที่ 1 ใหม่

5. <u>แผนการสุ่มตัวอย่างคู่</u>

แผนการสุ่มตัวอย่างคู่ เป็นแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแอดทริบิวส์ ที่มีการเพิ่มช่องทางการตัดสินใจขึ้นอีก 1 ช่องทางจากแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว โดยหลังจากการสุ่มตัวอย่างครั้งแรกแล้ว นอกเหนือจากการจะดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธรุ่น เหมือนแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว ยังสามารถที่จะตัดสินใจให้สุ่มตัวอย่างครั้งที่ 2 ต่อไปก่อนที่จะทำการตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธรุ่น ดังนั้น แผนการสุ่มตัวอย่างคู่จะมีพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง 4 ตัว คือขนาดของตัวอย่างแรก $(n_1)$ ขนาดของตัวอย่างที่ 2 $(n_2)$ จำนวนของเสียที่ยอมให้มีได้ในตัวอย่างแรก $(c_1)$ จำนวนของเสียที่ยอมให้มีได้ใน 2 ตัวอย่างรวมกัน $(c_2)$ การดำเนินการตามขั้นตอนของแผนการสุ่มตัวอย่างคู่ จะเริ่มต้นด้วยการสุ่มตัวอย่าง $n_1$ ชิ้นจากรุ่น ถ้าพบผลิตภัณฑ์บกพร่องน้อยกว่าหรือเท่ากับ $c_1$ ก็จะยอมรับรุ่นทันที หรือถ้าพบผลิตภัณฑ์บกพร่องมากกว่า $c_2$ ก็จะปฏิเสธรุ่นทันทีโดยไม่จำเป็นต้องสุ่มตัวอย่างครั้งที่ 2 แต่ถ้าผลิตภัณฑ์บกพร่องที่พบในตัวอย่างแรกมีจำนวนมากกว่า $c_1$ แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $c_2$ ก็ให้สุ่มตัวอย่างครั้งที่ 2 จำนวน $n_2$ ชิ้นจากรุ่น ถ้าหากผลิตภัณฑ์บกพร่องของการสุ่มตัวอย่างทั้งสองครั้งรวมกันแล้วน้อยกว่าหรือเท่ากับ $c_2$ ก็จะยอมรับรุ่น แต่ถ้าหากผลิตภัณฑ์บกพร่องของการสุ่มตัวอย่างทั้งสองครั้งรวมกันแล้วมากกว่า $c_2$ ก็จะปฏิเสธรุ่น

เมื่อเปรียบเทียบแผนการสุ่มตัวอย่างแบบคู่กับแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแล้วพบว่า แผนการสุ่มตัวอย่างแบบคู่มีข้อดีกว่าแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว คือ

1 ) สามารถช่วยลดจำนวนที่ตรวจสอบได้ เพราะโดยทั่วไปแล้ว ขนาดตัวอย่างแรกของแผนการสุ่มตัวอย่างคู่ จะน้อยกว่าแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว ดังนั้นหากมีการตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธรุ่นโดยไม่ต้องสุ่มตัวอย่างตรั้งที่ 2 แล้ว จำนวนที่ตรวจสอบก็จะลดลง

2 ) ทำให้เกิดโอกาศครั้งที่ 2 ในการที่จะยอมรับสินค้า ซึ่งส่งผลดีทางด้านจิตใจ

อย่างไรก็ตามแผนการสุ่มตัวอย่างคู่ ก็มีข้อเสียเปรียบแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว คือ

1 ) ถ้าหากการตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธรุ่น ไม่สามารถกระทำได้ในการสุ่มตัวอย่างครั้งแรก จำนวนที่ต้องตรวจสอบก็จะเพิ่มขึ้น

2 ) การดำเนินการสุ่มตัวอย่างคู่จะซับซ้อนกว่าแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว

3 ) หากมีการพบปัญหาในการสุ่มตัวอย่างครั้งแรก ในการรอที่จะสุ่มตัวอย่างครั้งที่สอง ปัญหาที่พบในการสุ่มตัวอย่างครั้งแรกอาจได้รับการแก้ไขแล้ว

ในแผนการสุ่มตัวอย่างคู่จะพบว่า จำนวนของตัวอย่างที่ต้องตรวจสอบในแต่ละครั้งจะไม่แน่นอน แต่อย่างไรก็ตามสามารถประมาณจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ถูกนำมาตรวจสอบ ( Average Sampling Number ) ได้จาก

$$ASN = n_1 P_1 + (n_1 + n_2)(1 - P_1)$$
$$= n_1 + n_2(1 - P_1)$$

เมื่อ $P_1$ เป็นความน่าจะเป็นที่จะทำการตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธในการสุ่มตัวอย่างครั้งแรก

= ความน่าจะเป็นในการยอมรับ + ความน่าจะเป็นในการปฏิเสธ

= $P(D_1 \le c_1) + P(D_1 \rangle c_2)$

= 1 - $P(c_1 < D_1 \le c_2)$

โดย $c_1$ = จำนวนของเสียที่ยอมให้มีได้ในตัวอย่างแรก

$c_2$ = จำนวนของเสียที่ยอมให้มีได้ใน 2 ตัวอย่างรวมกัน

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างคู่ จะต้องกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต $(\alpha)$ ความเสี่ยงของผู้บริโภค $(\beta)$ ระดับคุณภาพในการยอมรับ $(AQL)$ และความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของตัวอย่างในการสุ่มครั้งที่ 1 และ ขนาดของตัวอย่างในการสุ่มครั้งที่ 2 $(k)$ โดยความสัมพันธ์นี้จะอยู่ในรูป $n_2 = kn_1$ และดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> คำนวณสัดส่วนของ $LTPD$ ต่อ $AQL$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> ใช้วิธีการทดลองสุ่มค่าโดยสุ่มค่า $c_1$ และ $c_2$ เพื่อหาค่า $n_1 p_{1-\alpha}$ และ $n_1 p_\beta$ จากสมการต่อไปนี้

$$1 - \alpha = \sum_{x=0}^{c_1} \frac{e^{-n_1 p_{1-\alpha}} (n_1 p_{1-\alpha})^x}{x!} + \sum_{x=c_1+1}^{c_2} \left[ \frac{e^{-n_1 p_{1-\alpha}} (n_1 p_{1-\alpha})^x}{x!} \sum_{y=0}^{c_2 - x} \frac{e^{-kn_1 p_{1-\alpha}} (-kn_1 p_{1-\alpha})^y}{y!} \right]$$

$$\beta = \sum_{x=0}^{c_1} \frac{e^{-n_1 p_\beta} (n_1 p_\beta)^x}{x!} + \sum_{x=c_1+1}^{c_2} \left[ \frac{e^{-n_1 p_\beta} (n_1 p_\beta)^x}{x!} \sum_{y=0}^{c_2 - x} \frac{e^{-kn_1 p_\beta} (-kn_1 p_\beta)^y}{y!} \right]$$

จากนั้น คำนวณค่า $\frac{n_1 p_\beta}{n_1 p_{1-\alpha}}$ และสุ่มค่า $c_1$ และ $c_2$ ไปจนกว่า $\frac{n_1 p_\beta}{n_1 p_{1-\alpha}}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า $\frac{LTPD}{AQL}$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เมื่อได้ค่า แล้วก็จะทำให้ได้ $\frac{n_1 p_\beta}{n_1 p_{1-\alpha}}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า $\frac{LTPD}{AQL}$ แล้วจะทำให้ได้ค่า $c_1$ และ $c_2$ ต่อจากนั้นก็จะคำนวณหาค่า $n_1$ และ $n_2$ โดย

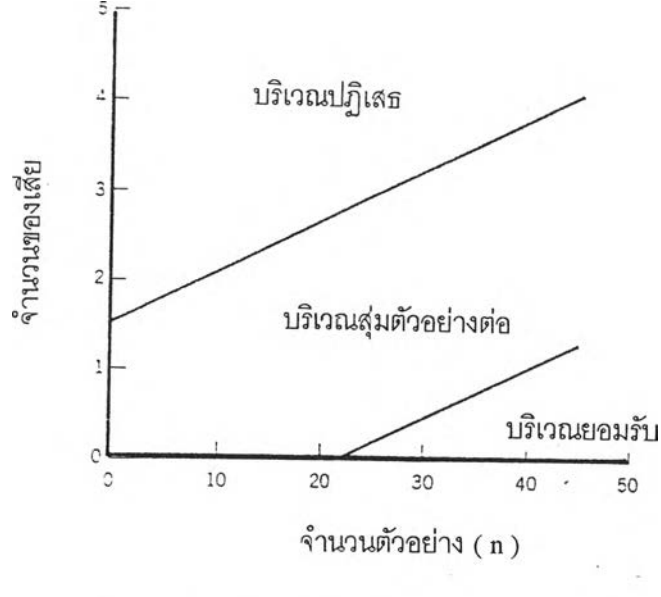
$$n_1 = \frac{n_1 p_\beta}{LTPD} \text{ หรือ } n_1 = \frac{n_1 p_{1-\alpha}}{AQL}$$

$$n_2 = kn_1$$

เมื่อคำนวณหาค่า $c_1$, $c_2$, $n_1$ และ $n_2$ ได้เรียบร้อยแล้ว แสดงว่าได้แผนการสุ่มตัวอย่างคู่ที่ต้องการเรียบร้อยแล้ว

6. <u>แผนการสุ่มตัวอย่างที่ละชิ้นตามลำดับของวาลด์</u>

การสุ่มตัวอย่างที่ละชิ้นตามลำดับของวาลด์ ใช้หลักการของการทดสอบอัตราส่วนความน่าจะเป็นต่อเนื่อง ( Sequential probability ratio test ; SPRT ) ซึ่งพัฒนาโดย A.Wald การสุ่มตัวอย่างที่ละชิ้นตามลำดับของวาลด์ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.7




รูปที่ 2.7 การสุ่มตัวอย่างที่ละชิ้นตามลำดับของวาลด์

จากรูปที่ 2.7 จะเห็นได้ว่า เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนของเสียกับจำนวนตัวอย่างที่สุ่มสะสม บนกราฟจะมีกราฟ 2 เส้น ซึ่งแบ่งกราฟเป็น 3 บริเวณ คือ บริเวณปฏิเสธ บริเวณยอมรับ และบริเวณที่จะต้องทำการสุ่มตัวอย่างต่อ ซึ่งหากสุ่มตัวอย่างแล้วนำผลมาพล็อตบนกราฟนี้แล้ว จุดที่พล็อตตกอยู่ที่บริเวณยอมรับก็จะยอมรับรุ่น หากจุดที่พล็อตตกอยู่ที่บริเวณปฏิเสธก็จะปฏิเสธรุ่น และหากจุดที่พล็อตตกอยู่บริเวณที่ต้องสุ่มตัวอย่างต่อก็ให้สุ่มตัวอย่างต่อไปจนกว่าจะตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธรุ่น

จากรูปที่ 2.7 จะเห็นได้ว่ากราฟ 2 เส้น มีผลต่อการสุ่มตัวอย่าง อย่างมาก โดยเส้นกราฟที่แบ่งบริเวณปฏิเสธกับบริเวณที่ต้องสุ่มตัวอย่างต่อจะเรียกว่าเส้นปฏิเสธ และเส้นกราฟที่แบ่งบริเวณที่ต้องสุ่มตัวอย่างต่อกับบริเวณยอมรับ เรียกว่า เส้นยอมรับ ซึ่งเส้นกราฟ 2 เส้นนี้จะขึ้นกับค่าความเสี่ยงผู้

ผลิต($\alpha$) ความเสี่ยงของผู้บริโภค ($\beta$)ค่าระดับคุณภาพในการยอมรับ ($AQL$ หรือ $p_1$) และค่าระดับคุณภาพในการปฏิเสธ ($LTPD$ หรือ $p_2$) โดยเส้นกราฟทั้ง 2 เส้นมีสมการดังนี้

$$x_1 = -h_1 + Sn$$

$$x_2 = h_2 + Sn$$

โดยที่

$$h_1 = \frac{\log\frac{1-\alpha}{\beta}}{k}$$

$$h_2 = \frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha}}{k}$$

$$S = \frac{\log\frac{1-p_1}{1-p_2}}{k}$$

$$k = \log\left[\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}\right]$$

เมื่อ $S$ แทนความชันเส้นตรง

$h_2$ แทนระยะที่เส้นปฏิเสธตัดแกนตั้ง

$h_1$ แทนระยะที่เส้นยอมรับตัดแกนตั้ง

$p_2$ แทนอัตราส่วนของเสียสำหรับความเสี่ยงของผู้บริโภค ซึ่งคือ ค่า AQL

$p_1$ แทนอัตราส่วนของเสียสำหรับความเสี่ยงของผู้ผลิต ซึ่งคือ ค่า LTPD

$\beta$ แทนความเสี่ยงของผู้บริโภค

$\alpha$ แทนความเสี่ยงของผู้ผลิต

$x_1$ แทนจำนวนของเสียสำหรับการยอมรับ

$x_2$ แทนจำนวนของเสียสำหรับการปฏิเสธ

$n$ แทนจำนวนชิ้นที่ตรวจสอบ

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างของวาลด์คือการหาสมการของเส้นยอมรับและเส้นปฏิเสธ โดยกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต ความเสี่ยงของผู้บริโภค ระดับคุณภาพในการยอมรับ และระดับคุณภาพในการปฏิเสธ

การสร้างเส้นโค้งแสดงลักษณะคุณภาพ ( OC Curve ) ของแผนการสุ่มตัวอย่างนี้จะแตกต่างจากแผนการสุ่มตัวอย่างอื่น ๆ โดย p และ $P_a$ หาได้จากสมการต่อไปนี้

$$p = \frac{1-\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)^{\theta}}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\theta} - \left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)^{\theta}}$$

$$Pa = \frac{(\frac{1-\beta}{\alpha})^{\theta} - 1}{(\frac{1-\beta}{\alpha})^{\theta} - (\frac{\beta}{1-\alpha})^{\theta}}$$

เมื่อกำหนดค่า $\theta$ ต่าง ๆ ก็จะทำให้ได้ค่า $p$ และ $Pa$ ต่าง ๆ กัน เช่น

$\theta = 1$ $\quad p = p_1$ $\quad Pa = 1-\alpha$

$\theta = -1$ $\quad p = p_2$ $\quad Pa = \beta$

ในแผนการสุ่มตัวอย่างทีละชิ้นตามลำดับของวาลด์ จะพบว่าจำนวนตัวอย่างที่จะต้องตรวจสอบไม่แน่นอน แต่สามารถประมาณจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ถูกนำมาตรวจสอบได้จาก

$$ASN = \frac{Pa\log\frac{\beta}{1-\alpha} + (1-Pa)\log(\frac{1-\beta}{\alpha})}{p\log(\frac{p_2}{p_1}) + (1-p)\log(\frac{1-p_2}{1-p_1})}$$

7. <u>แผนการสุ่มตัวอย่างทีละชิ้นตามลำดับของบาร์นาร์ด</u>

แผนการสุ่มตัวอย่างทีละชิ้นตามลำดับของบาร์นาร์ดนั้นแตกต่างจากวิธีการของวาลด์ โดยวิธีการหาขอบเขตของการยอมรับและการรวมคะแนนเพื่อใช้ในการตัดสินใจก็จะต่างกัน คือ การให้คะแนนของบาร์นาร์ด จะให้คะแนนสำหรับของดีเท่ากับ 1 และสำหรับของเสีย เท่ากับ $-b$ และเมื่อนำคะแนนมารวมกันแล้วมีค่าเลย $H$ ก็จะยอมรับรุ่น แต่ถ้ารวมกันแล้วมีค่าต่ำกว่า $-H'$ ก็จะปฏิเสธรุ่น โดยค่า $b$ , $H$ และ $H'$ จะมีความสัมพันธ์กับค่า $h_1, h_2$ และ $S$ ของวิธีการของวาลด์ ดังนี้

$$b = \frac{1-S}{S} = \frac{1}{\log(\frac{1-p_1}{1-p_2})}[\log(\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}) - \log\frac{(1-p_1)}{(1-p_2)}]$$

$$H = \frac{h_1}{S} = \frac{\log\frac{1-\alpha}{\beta}}{\log(\frac{1-p_1}{1-p_2})}$$

$$H' = \frac{h_2}{S} = \frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha}}{\log(\frac{1-p_1}{1-p_2})}$$

8. <u>การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างโดยใช้มาตรฐานของกรมทหาร 105 D</u>

แผนการสุ่มตัวอย่างมาตรฐาน 105 D มี 3 แบบ คือ แผนตัวอย่างเดี่ยว แผนตัวอย่างคู่ และแผนตัวอย่างหมู่ ซึ่งแต่ละแบบมีการตรวจสอบได้ 3 ลักษณะคือ การตรวจแบบปกติ แบบผ่อนคลาย

และแบบเข้มงวด นอกจากนี้แผนตัวอย่างมาตรฐาน 105 D ยังระดับในการตรวจสอบอีก 4 ระดับ คือ ระดับ I เป็นระดับที่ค่อนข้างหย่อน ระดับ II เป็นระดับปานกลางทั่วไป ระดับ III เป็นระดับที่เข้มงวดกว่าระดับ II และระดับพิเศษที่จะใช้ในกรณีที่ยอมให้มีความเสี่ยงได้มากและขนาดตัวอย่างน้อย การตรวจสอบระดับพิเศษนี้ยังแยกเป็น 4 ระดับ คือ $S-$ , $S-2$ , $S-3$ และ $S-4$ ตามลำดับจากความเข้มงวดจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนในการใช้มาตรฐานของกรมทหาร 105D ในการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่าง มีดังนี้

1) กำหนดค่าขนาดรุ่น ระดับการตรวจสอบ

2) หารหัสอักษร จากตารางโดยใช้ขนาดรุ่นและระดับการตรวจสอบที่กำหนดขึ้น

3) กำหนดประเภทของแผนตัวอย่าง และค่า $AQL$ และลักษณะการตรวจสอบ

4) หาแผนตัวอย่างจากตาราง โดยสำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยว จะทำให้ได้ค่าขนาดตัวอย่าง จำนวนที่ยอมรับ และจำนวนที่ปฏิเสธ ส่วนสำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างคู่ จะได้ขนาดตัวอย่างครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 จำนวนที่ยอมรับครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 และจำนวนที่ปฏิเสธครั้งที่ 1 และ 2 และสำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างหมู่ จะได้ขนาดตัวอย่างครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 3 ครั้งที่ 4 ครั้งที่ 5 ครั้งที่ 6 และครั้งที่ 7 จำนวนที่ยอมรับครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 3 ครั้งที่ 4 ครั้งที่ 5 ครั้งที่ 6 และครั้งที่ 7 และจำนวนที่ปฏิเสธครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 3 ครั้งที่ 4 ครั้งที่ 5 ครั้งที่ 6 และครั้งที่ 7

9. <u>แผนการสุ่มตัวอย่างแบบตัวแปร</u>

แผนการสุ่มตัวอย่างแบบตัวแปร เป็นการตรวจสอบคุณลักษณะคุณภาพที่สามารถวัดเป็นตัวเลขได้ โดยใช้ค่าพิกัดและความสัมพันธ์ของค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นตัวกำหนดพิกัดในการยอมรับหรือไม่ยอมรับ ดังนั้นลักษณะการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลจึงมีการแจกแจงปกติ

ในการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างแบบตัวแปร สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแรก คือ กลุ่มที่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของล็อต และกลุ่มที่สองเป็นกลุ่มที่ไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของล็อต

1) กรณีที่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของล็อต จำเป็นต้องกำหนดค่าความเสี่ยงผู้ผลิต ($\alpha$) ความเสี่ยงของผู้บริโภค ($\beta$) ค่าระดับคุณภาพในการยอมรับ ( AQL ) ค่าระดับคุณภาพในการปฏิเสธ ( LTPD ) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $\sigma$ ) และขีดพิกัดคุณภาพ

- ถ้าหากมีการกำหนดขีดพิกัดคุณภาพเพียงพิกัดเดียว ได้แก่ ขีดพิกัดบน ( U ) หรือขีดพิกัดล่าง ( L ) จะสามารถออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณค่าขนาดตัวอย่าง

$$n = (\frac{Z_{\alpha} + Z_{\beta}}{Z_{AQL} - Z_{LTPD}})^2$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณเกณฑ์ตัดสินใจ

$$k = \frac{1}{2}(Z_{LTPD} + \frac{Z_{\beta}}{\sqrt{n}}) + (Z_{AQL} - \frac{Z_{\alpha}}{\sqrt{n}})$$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณ $\bar{x}_{,}$

ถ้ากรณีกำหนดค่าต่ำสุด $\bar{x}_{,} = L + k\sigma$

ถ้ากรณีกำหนดค่าสูงสุด $\bar{x}_{,} = U - k\sigma$

ดังนั้น แผนการสุ่มตัวอย่างที่ออกแบบได้ คือ ให้สุ่มตัวอย่าง $n$ ชิ้น แล้วหาค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ในกรณีกำหนดค่าต่ำสุด หากค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง มากกว่า $\bar{x}_{,}$ จะยอมรับรุ่น นอกจากนั้นจะปฏิเสธรุ่น ส่วนในกรณีที่กำหนดค่าสูงสุด หากค่าเฉลี่ยของตัวอย่างน้อยกว่า $\bar{x}_{,}$ จะยอมรับรุ่น นอกจากนั้นจะปฏิเสธรุ่น

- ถ้าหากมีการกำหนดขีดพิกัดคุณภาพ 2 พิกัด หรือพิกัดคู่ คือกำหนดทั้งขีดพิกัดบน ( U ) และขีดพิกัดล่าง ( L ) จะสามารถออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างได้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 พิจารณาค่า $\frac{U-L}{2}$ โดย

- ถ้า $\frac{U-L}{2} > 3\sigma$ ให้ใช้วิธีการหาแบบเดียวกับพิกัดเดี่ยว
- ถ้า $\frac{U-L}{2} > 3\sigma$ ให้พยายามเลื่อนเส้นโค้งตามขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 หาค่า $\bar{x}$ เพื่อให้ค่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติที่คำนวณได้จากสมการ $P(Z \le \frac{L-\bar{x}}{\sigma}) + P(Z \ge \frac{\bar{x}-U}{\sigma})$ มีค่าเท่ากับค่าระดับคุณภาพในการยอมรับ ( AQL ) เพื่อให้สามารถพิจารณาเป็นแบบพิกัดเดี่ยวได้

ขั้นตอนที่ 3 เปลี่ยนค่าระดับคุณภาพในการยอมรับ ( AQL ) ให้มีค่าเท่ากับ $P(Z \le \frac{L-\bar{x}}{\sigma})$ หรือนั้นคือเปลี่ยนค่า $Z_{AQL}$ ให้เท่ากับ $\frac{L-\bar{x}}{\sigma}$ จากนั้นใช้การคำนวณเช่นเดียวกับการกำหนดพิกัดเดี่ยว

2) กรณีที่ไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของล็อตและกำหนดพิกัดเดี่ยว จำเป็นต้องกำหนดค่าความเสี่ยงผู้ผลิต $(\alpha)$ ความเสี่ยงของผู้บริโภค $(\beta)$ ค่าระดับคุณภาพในการยอมรับ (AQL) ค่าระดับคุณภาพในการปฏิเสธ ( LTPD ) และขีดพิกัดคุณภาพ ได้แก่ ขีดพิกัดบน ( U ) หรือ ขีดพิกัดล่าง ( L ) และยังต้องมีการเก็บข้อมูลเพื่อใช้ประมาณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของล็อต โดยการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณค่า $k$

$$k = \frac{Z_\alpha Z_{LTPD} + Z_\beta Z_{AQL}}{Z_\alpha + Z_\beta}$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณขนาดตัวอย่าง

$$n = (1 + \frac{k^2}{2})(\frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_{AQL} - Z_{LTPD}})^2$$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากตัวอย่าง ( SD )

$$SD = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

เมื่อ $SD$ แทนค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$x_i$ แทน ข้อมูลที่รวบรวมมา

$n$ แทน จำนวนข้อมูลที่รวบรวมมา

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณ $\bar{x}_t$

กรณีกำหนดค่าต่ำสุด $\bar{x}_t = L + k(SD)$

กรณีกำหนดค่าสูงสุด $\bar{x}_t = U - k(SD)$

ดังนั้น แผนการสุ่มตัวอย่างที่ออกแบบได้ คือ ให้สุ่มตัวอย่าง $n$ ชิ้น แล้วหาค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ในกรณีกำหนดค่าต่ำสุด หากค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง มากกว่า $\bar{x}_t$ จะยอมรับรุ่น นอกจากนั้นจะปฏิเสธรุ่น ส่วนในกรณีที่กำหนดค่าสูงสุด หากค่าเฉลี่ยของตัวอย่างน้อยกว่า $\bar{x}_t$ จะยอมรับรุ่น นอกจากนั้นจะปฏิเสธรุ่น

การสำรวจผลงานและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ทวีชัย เลิศเธียรดำรง , ประมวล สุธีจารุวัฒน์ และ วรรณภรณ์ ไวรักษ์สัตว์ ( 2537 ) ได้พัฒนาโปรแกรมที่ทำงานบน WINDOWS โดยแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นการวิเคราะห์ทางด้านเศรษฐศาสตร์วิศวกรรม ส่วนที่เป็นการสนับสนุนการควบคุมคุณภาพ และส่วนที่เป็นการสร้างแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวและแผนการสุ่มตัวอย่างแบบลำดับขั้น แต่อย่างไรก็ตามโปรแกรมดังกล่าวยังไม่สามารถเก็บข้อมูลลงในแผ่นดิสเก็ตได้และยังไม่สามารถแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ได้

มยุรี เทศผล ( 2527 ) ได้อธิบายการสร้างและการคำนวณหาขีดจำกัดการควบคุมของแผนภูมิควบคุมสำหรับข้อมูลแบบตัวแปร การสร้างและการคำนวณหาขีดจำกัดการควบคุมแผนภูมิควบคุมสำหรับข้อมูลแบบคุณภาพ การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่าง วิธีการสร้างผังพาเรโตและฮีสโตแกรม

เสรี ยูนิพันธ์ , จรูญ มหิทธาฟองกุล และ ดำรงค์ ทวีแสงสกุลไทย ( 2528 ) ได้อธิบายการสร้างและการใช้เครื่องมือพื้นฐานทางคุณภาพ ได้แก่ ใบตรวจสอบ ฮิสโตแกรม แผนภูมิพาเรโต แผนภูมิของเหตุและผล แผนภูมิควบคุม แผนการสุ่มตัวอย่าง และความเชื่อมั่นในผลิตภัณฑ์

อัตถกร กลั่นความดี ( 2531 ) ได้แสดงตัวอย่างของการใช้ฮิสโตแกรมในการวิเคราะห์ข้อมูลและชี้ให้เห็นถึงประโยชน์ของการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ฮิสโตแกรม

Banks ( 1989 ) ได้อธิบายหลักการควบคุมคุณภาพที่ใช้หลักการทางสถิติซึ่งได้แก่ หลักการของแผนภูมิควบคุม การสุ่มตัวอย่างเพื่อยอมรับ และหลักการของวิธีทางกราฟฟิคสำหรับการปรับปรุงคุณภาพ ตลอดจนความสัมพันธ์ระหว่างคอมพิวเตอร์และการควบคุมคุณภาพ

Burr ( 1990 ) ได้กล่าวถึงความเป็นมาของแผนภูมิพาเรโตและประโยชน์ของแผนภูมิพาเรโตและได้กล่าวว่าหลักการของแผนภูมิพาเรโตเป็นเครื่องมือการตัดสินใจที่ดีที่สุดเครื่องมือหนึ่งสำหรับผู้บริหาร ตลอดจนได้แสดงตัวอย่างการนำแผนภูมิพาเรโตไปใช้ในงานด้านต่าง ๆ

Chang และ Sullivan ( 1991 ) ได้พัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูป QS ( Quant Systems ) ในปี 1991 ซึ่งเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อช่วยการตัดสินใจในเรื่องระบบ MRP , Linear programming , Integer linear programming , Goal programming , Quadratic programming , Transshipment problem , Assignment / travel-salesman , Network Modeling , Project scheduling ( CPM / PERT ) , Dynamic programming , Inventory theory , Queuing theory Queuing system simulation , Decision/probability theory , Markov chain , Time series forecasting , Facility location , Facility Layout , Aggregate production planning , Production line balancing , Job shop scheduling , Flow shop scheduling , Uncapacitated lot sizing , Quality control และ Learning curve/work measurement โดยในส่วนที่เกี่ยวข้องกับทางด้านคุณภาพ ได้แก่ หัวข้อ Quality Control ซึ่งจะใช้แก้ปัญหาทางด้านการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ และการควบคุมกระบวนการ โดยทางด้านการสุ่มตัวอย่างเพื่อยอมรับ โปรแกรมสามารถหาค่าต่าง ๆ ได้ เช่น Operating Characteristic Curve , AOQ ( Average outgoing quality ) , ATI (Average Total Inspection)

นอกจากนี้ยังสามารถช่วยตัดสินใจในการสุ่มตัวอย่างตามลำดับได้อีกด้วย สำหรับทางด้านการควบคุมกระบวนการ โปรแกรมสามารถคำนวณแผนภูมิควบคุม X , R , P และ C ได้

Cooke , Craven และ Clarke ( 1985 ) ได้เสนอและอธิบายวิธีการเขียนโปรแกรมเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลทางด้านสถิติ ซึ่งประกอบด้วยการจัดเรียงข้อมูล การหาค่าสถิติเบื้องต้น การคำนวณความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่สำคัญ การทดสอบสมมุติฐาน การวิเคราะห์ความถดถอย และการวิเคราะห์ความแปรปรวน โดยใช้ภาษา Pascal

Craig ( 1984 ) ได้เสนอ Computer Code สำหรับ Subroutine ภาษา BASIC และภาษา FORTRAN ในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบปกติ และการกระจายอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการกระจายแบบปกติ โดยค่าที่คำนวณได้จาก Subroutine ดังกล่าวจะมีความถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 16

Garrison และ Hickey ( 1984 ) ได้พัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในระบบปฏิบัติการ DOS โดยใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ BASIC สำหรับใช้ในการสุ่มตัวอย่างตามลำดับแบบแอตทริบิวต์ ( Wald Sequential Sampling for Attribute Inspection ) ซึ่งจะแสดงผลว่าสำหรับจำนวนตัวอย่างที่สุ่มมา ค่าของจำนวนที่จะยอมรับและจำนวนที่จะปฏิเสธควรจะเป็นเท่าไร

Guenther ( 1984 ) ได้พัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในระบบปฏิบัติการ DOS โดยใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ FORTRAN IV สำหรับใช้ช่วยคำนวณเพื่อหาแผนการสุ่มตัวอย่างเดี่ยวแบบกรองได้ โดยให้ผู้ใช้โปรแกรมลองใส่ค่าตัวแปรต่าง ๆ แล้วโปรแกรมจะหาค่า AOQ มาให้และเมื่อผู้ใช้พอใจโปรแกรมก็จะคำนวณหาค่า ATI ให้

The Juran Institute , Inc. ( 1990 ) ได้กล่าวถึงความเป็นมาของฮิสโตแกรมและได้แสดงให้เห็นว่าฮิสโตแกรมเป็นเครื่องมือขั้นพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล ตลอดจนได้สรุปหลักการในการใช้ฮิสโตแกรมในการแก้ไขปัญหา

Larson ( 1969 ) ได้พัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในระบบปฏิบัติการ DOS โดยใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ FORTRAN IV สำหรับใช้ในการพล็อตแผนภูมิ $\overline{X} - R$ แผนภูมิ p และแผนภูมิ np

Larson และ Rahikka ( 1969 ) ได้พัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในระบบปฏิบัติการ DOS โดยใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ FORTRAN IV สำหรับใช้ในการพล๊อตแผนภูมิ c และแผนภูมิ u

Nelson ( 1988 ) ได้กล่าวถึงข้อได้เปรียบของฮิสโตแกรมที่สามารถให้ข้อมูลเป็นช่วงได้ให้ข้อมูลเกี่ยวกับความเบ้ของข้อมูลได้ และสามารถบ่งบอกว่าข้อมูลที่เก็บมามีการกระจายของข้อมูลแบบเดียวกันหรือไม่ นอกจากนี้ยังได้อธิบายวิธีการสร้างฮิสโตแกรมที่มีความกว้างของชั้นเท่ากัน และได้แสดงตัวอย่างในการสร้างฮิสโตแกรมที่มีความกว้างของชั้นเท่ากัน

Pricha Pantumsinchai , Hassan และ Gubta ( 1983 ) ได้พัฒนาโปรแกรม PC - POM ( Basic Programs For Production and Operation Management ) ในปี 1983 ซึ่งเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ประกอบด้วยเทคนิคด้านการจัดการผลิตมากมาย ได้แก่ Capital Budgeting and Financing , Forcasting , Linear programming Application , Project Management , Work Measurement , Facility Layout , Invetory Analysis , Statistical Quality Control และ Waiting line Analysis โดยในส่วนที่เกี่ยวข้องกับทางด้านคุณภาพ ได้แก่ หัวข้อ Statistical Quality Control ซึ่งประกอบด้วย 5 โปรแกรมย่อย ได้แก่

- โปรแกรม XBARR ใช้สำหรับหาขีดจำกัดการควบคุมสำหรับแผนภูมิ $\overline{X} - R$
- โปรแกรม PUC ใช้สำหรับหาขีดจำกัดการควบคุมสำหรับแผนภูมิ P , U และ C
- โปรแกรม LBLAOQL ใช้สำหรับหาแผนการสุ่มตัวอย่างแบบกรองได้โดยการกำหนดค่า AOQL
- โปรแกรม AQLLTFD ใช้สำหรับหาแผนการสุ่มตัวอย่างโดยกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตประมาณ 0.05 และความเสี่ยงของผู้บริโภคประมาณ 0.10
- โปรแกรม LBLSDV ใช้สำหรับหาแผนสุ่มตัวอย่างแบบตัวแปร

Shainin ( 1990 ) ได้กล่าวหลักการของแผนภูมิควบคุม การสร้างแผนภูมิควบคุมซึ่งรวมถึงการคำนวณหาขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิ การตีความหมายของแผนภูมิควบคุม และข้อควรระวังในการใช้แผนภูมิควบคุม