

บทที่ 3

การตรวจสอบเสถียรภาพของแรงดันไฟฟ้าโดยวิเคราะห์เทียบกับเวลา

การตรวจสอบเสถียรภาพของแรงดันไฟฟ้า (Voltage Stability) โดยวิธีวิเคราะห์เทียบกับเวลานี้ เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายเช่นเดียวกับการตรวจสอบเสถียรภาพจากมุมการแกว่งของโรเตอร์ (Rotor Angle) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละตัวในสภาวะพลวัต (Dynamic) ของระบบไฟฟ้ากำลัง เพื่อที่จะตรวจสอบความสามารถของระบบไฟฟ้ากำลังว่าจะรักษาเสถียรภาพไว้ได้หรือไม่ หลังจากเกิดการรบกวนขนาดใหญ่ขึ้นในระบบ (Major Disturbances) เช่น เครื่องกำเนิดไฟฟ้าถูกตัดออกจากระบบ , สายส่งถูกตัดออกไป , การเปลี่ยนแปลงโหลดอย่างกะทันหัน หรือแม้แต่การเกิดฟอลต์ที่จุดต่างๆ ของระบบ เป็นต้น

การศึกษาด้วยวิธีที่กล่าวมา จะทำให้เราทราบถึงการเปลี่ยนแปลงของแรงดันไฟฟ้าที่แต่ละบัส และการแกว่งของมุมของโรเตอร์ ทั้งในขณะที่เกิดและภายหลังจากที่เกิดการรบกวนขึ้นในระบบ เพื่อที่จะนำไปใช้ในการวางแผนให้ระบบไฟฟ้ามีเสถียรภาพ ในการคำนวณจะคำนวณตามสภาวะในขณะนั้นของระบบทีละขั้นไป (Step by Step) เพื่อที่จะทราบถึงสภาวะของระบบในแต่ละช่วงเวลาต่าง ๆ ซึ่งจะต้องอาศัยสภาวะเริ่มต้น (Initial Conditions) ของระบบก่อนเกิดการรบกวน ที่ได้มาจากการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้า (Load Flow Calculation) หลังจากการรบกวนอุปกรณ์ต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้าจะถูกแทนด้วยวงจรสมมูล (Equivalent Circuits) ที่สามารถแบ่งออกเป็น 2 พวก คือ วงจรสมมูลที่แทนด้วยสมการดิฟเฟอเรนเชียล (Differential Equation) เช่น เครื่องกำเนิดไฟฟ้า และมอเตอร์เหนี่ยวนำ เป็นต้น และวงจรสมมูลที่แทนด้วยสมการพีชคณิต (Algebraic Equation) และใช้การแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียล โดยวิธีทางเชิงเลข (Numerical Solution) เพื่อหามุมการแกว่งของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

ภายในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการคำนวณและขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยเลือกใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) ในการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าของระบบซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เพราะใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีอื่น อีกทั้งจำนวนรอบ (Iteration) ในการคำนวณยังน้อยอีกด้วย ส่วนการแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียล โดยใช้วิธีทางเชิงเลข (Numerical Method) ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้วิธีของออยเลอร์ที่มีการปรับค่า

ความชัน (Modified Euler Method , MEM) ซึ่งเข้าใจง่ายและไม่ซับซ้อนในการแก้ปัญหา

ในการคำนวณโหลดโพลาร์จำเป็นต้องทราบการแบ่งชนิดของบัสก่อน เพื่อจะได้ทราบว่าบัสแต่ละชนิดมีข้อกำหนดหรือตัวแปร (Parameter) ใดที่มีค่าคงตัวบ้าง และต้องคำนวณโหลดโพลาร์เพื่อหาค่าได้ออกมาบ้างค่าตัวแปรต่างๆ ของแต่ละบัสประกอบไปด้วย ขนาดของแรงดันไฟฟ้า , มุมของแรงดันไฟฟ้า , กำลังไฟฟ้าจริงของบัส และกำลังไฟฟ้าเสมือนของบัส

ชนิดของบัสในระบบไฟฟ้ากำลังที่ใช้ในการศึกษาโหลดโพลาร์ สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ชนิด โดยในบัสแต่ละชนิดจะทราบค่าตัวแปรเพียง 2 ค่า และอีก 2 ค่าที่เป็นตัวแปรไม่ทราบค่า จะสามารถหาได้จากการคำนวณโหลดโพลาร์ บัสแต่ละชนิดมีข้อกำหนดดังนี้

1) บัสอ้างอิง (Slack Bus or Swing Bus) จะกำหนดให้ขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าคงที่ ส่วนกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าเสมือนที่ไหลเข้าสู่บัสเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า บัสดังกล่าวนี้ถือว่าเป็นแหล่งกำเนิดขนาดใหญ่ที่สามารถให้กำลังไฟฟ้าออกมาตามต้องการได้ โดยขนาดของแรงดันไฟฟ้า และความถี่ไม่เปลี่ยนแปลง

2) บัสควบคุมแรงดัน (Voltage Controlled Bus) จะกำหนดให้ขนาดของแรงดันไฟฟ้าและกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลเข้าสู่บัสคงที่ ส่วนมุมของแรงดันไฟฟ้าและกำลังไฟฟ้าเสมือนที่ไหลเข้าสู่บัสเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า นอกจากนี้เมื่อบัสชนิดนี้ไม่สามารถจ่ายกำลังเสมือนตามค่าที่ต้องการได้จะเปลี่ยนให้เป็นโหลดบัสที่จ่ายกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าเสมือนคงที่

3) โหลดบัส (Load Bus) จะกำหนดให้กำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าเสมือนของบัสมีค่าคงที่ ส่วนขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า

เนื่องจากในการคำนวณโหลดโพลาร์โดยทั่วไปจะวิเคราะห์ระบบในลภาวะสมดุลสามเฟส ซึ่งเราสามารถแทนระบบสามเฟสนั้นด้วยวงจรสมมูลหนึ่งเฟส ทำให้การคำนวณทำได้ง่ายขึ้น ดังนั้นอุปกรณ์หรืออิลิเมนต์ต่าง ๆ ในระบบจึงถูกแทนด้วยวงจรสมมูลทั้งหมดซึ่งสามารถแสดงอิลิเมนต์ต่างๆ ได้ดังนี้

1. เครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator)

โดยทั่วไปเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะจ่ายกำลังจริง และจ่ายหรือรับกำลังเสมือน (Real and Reactive Power) ในระบบที่บัสนั้นด้วยค่า ๆ หนึ่ง แต่ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้านั้นต่ออยู่กับบัสที่เป็นสแลคบัส (Slack Bus) กำลังจริงและกำลังเสมือนที่บัสจะไม่คงที่ โดยเราสามารถเขียนสมการแทนกำลังจริงและกำลังเสมือนที่บัสได้ดังนี้

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} \quad (3.1 \text{ ก})$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} \quad (3.1 \text{ ข})$$

โดย P_i, Q_i เป็นกำลังจริงและกำลังเสมือนสุทธิที่บัส i ตามลำดับ

P_{Gi}, Q_{Gi} เป็นกำลังจริงและกำลังเสมือนที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าผลิตได้ที่บัส i ตามลำดับ

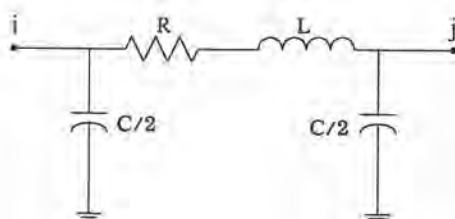
P_{Li}, Q_{Li} เป็นกำลังจริงและกำลังเสมือนของโหลดที่ต่ออยู่กับบัส i ตามลำดับ

2. โหลด (Load)

เป็นคำเรียกรวมถึงอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่รับกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าเสมือนออกจากบัสไป โดยในการคำนวณจะถือว่าเป็นค่าลบ กำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าเสมือนของโหลดจะมีค่าคงที่ตลอดการคำนวณ

3. สายส่งไฟฟ้า (Transmission Line)

สายส่งไฟฟ้าของระบบสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลแบบพายน์ (π) ซึ่งประกอบด้วยความต้านทานต่ออนุกรมกับรีแอคแตนซ์ ระหว่างบัส i และ j และมีชั้นคาปาซิแตนซ์ (Shunt Capacitance) ต่ออยู่ที่บัสทั้งสองแสดงได้ดังรูปที่ 3.1



โดย R เป็นความต้านทานของสายส่ง

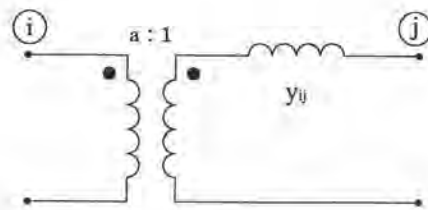
L เป็นค่าความเหนี่ยวนำของสายส่ง

$C/2$ เป็นค่าไลน์ชาร์จิจริงของสายส่ง

รูปที่ 3.1 วงจรสมมูลแบบพายน์ที่ใช้แทนสายส่ง

4. หม้อแปลงไฟฟ้า (Transformer)

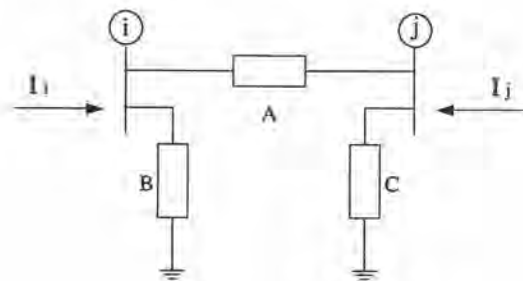
หม้อแปลงไฟฟ้าสามารถเขียนวงจรสมมูลได้โดยใช้ค่าอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลงที่ต่ออยู่ระหว่างบัส i และบัส j ในการคำนวณ สำหรับหม้อแปลงไฟฟ้าที่มีอัตราส่วนจำนวนรอบไม่เป็นปกติ (Off-Nominal Turn Ratio) สามารถเขียนแบบจำลองได้โดยใช้ค่าอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลงต่ออยู่กับหม้อแปลงอุดมคติระหว่างบัส i กับ j แสดงได้ดังรูปที่ 3.2



โดย a เป็นอัตราส่วนจำนวนรอบของหม้อแปลง
 y_{ij} เป็นค่าแอดมิตแตนซ์ของหม้อแปลง

รูปที่ 3.2 แบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้า

โดยวงจรสมมูลที่ใช้แทนแบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้า สามารถใช้วงจรสมมูลแบบพายน์ มาอธิบายโดยตัวแปร A, B, C จะสามารถคำนวณได้จาก อัตราส่วนจำนวนรอบและค่าแอดมิตแตนซ์ของหม้อแปลง ได้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 วงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟฟ้า

$$\begin{aligned} \text{โดย } A & \text{ เป็นตัวแปรที่มีค่า } A = \frac{y_{ij}}{a} \\ B & \text{ เป็นตัวแปรที่มีค่า } B = \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} - 1 \right) y_{ij} \\ C & \text{ เป็นตัวแปรที่มีค่า } C = \left(1 - \frac{1}{a} \right) y_{ij} \end{aligned}$$

สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับแรงดันสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_{ij}}{|a|^2} & -\frac{y_{ij}}{a^*} \\ -\frac{y_{ij}}{a} & y_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

5. ชั้นอิลิเมนต์ (Shunt Element)

โดยทั่วไปชั้นอิลิเมนต์ที่นิยมใช้คือ คาปาซิเตอร์ (Capacitor) และรีแอคเตอร์ (Reactor) คาปาซิเตอร์มักจะติดตั้งไว้ที่บัสต่างๆ หรือไว้ที่โหลด เพื่อใช้ยกระดับแรงดันไฟฟ้า ปลายทางและลดการสูญเสียในสายส่งลง โดยตัวคาปาซิเตอร์จะเป็นตัวจ่ายกำลังเสมือนให้กับระบบไฟฟ้า ส่วนตัวรีแอคเตอร์จะเป็นตัวดึงกำลังเสมือนออกจากระบบทำให้แรงดันไฟฟ้าที่บัสนั้นมีค่าลดลง

3.1 การสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ โดยใช้วิธีอิลิเมนต์สแตมป์ (Element Stamp Method)

การสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ของระบบนั้นจะเป็นส่วนหนึ่งของการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้า เนื่องจากบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์นี้ใช้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้า โดยการสร้างเมตริกซ์นี้นิยมใช้วิธีอิลิเมนต์สแตมป์ โดยจะแทนวงจรสมมูลของอุปกรณ์ต่างๆ ในระบบเข้าไปที่ละตัวจนครบทุกตัวก็จะได้บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ สามารถแสดงการคำนวณสำหรับอุปกรณ์ต่างๆ ได้ดังนี้

3.1.1 สายส่งไฟฟ้า (Transmission Line)

วงจรมุมของสายส่งไฟฟ้าแบบพายนัมเมื่อใส่เข้าไปในบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ จะคำนวณหาค่าที่เปลี่ยนแปลงไปได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 Y_{ii}^{new} &= Y_{ii}^{old} + y_{ij} + \frac{y'}{2} \\
 Y_{jj}^{new} &= Y_{jj}^{old} + y_{ij} + \frac{y'}{2} \\
 Y_{ij}^{new} &= Y_{ij}^{old} - y_{ij} \\
 Y_{ji}^{new} &= Y_{ji}^{old} - y_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

โดย i, j เป็นหมายของบัสที่สายส่งต่ออยู่และใช้อ้างอิงในการคำนวณ

Y_{ij}^{new} เป็นบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่ i คอลัมน์ที่ j หลังใส่สายส่ง

Y_{ij}^{old} เป็นบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่ i คอลัมน์ที่ j ก่อนใส่สายส่ง

y_{ij} เป็นค่าแอดมิตแตนซ์ของสายส่งที่ต่ออนุกรมกับบัส i และ j

$\frac{y'}{2}$ เป็นค่าไลน์ชาร์จิจริง (Line Charging Admittance) ของสายส่ง ij

3.1.2 หม้อแปลงไฟฟ้า (Transformer)

หลังจากใส่หม้อแปลงไฟฟ้าเข้าไปแล้ว ตำแหน่งในบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ที่เปลี่ยนแปลงจะเป็นไปตามสมการ

$$\begin{aligned}
 Y_{ii}^{new} &= Y_{ii}^{old} + \frac{y_{ij}}{|a|^2} \\
 Y_{jj}^{new} &= Y_{jj}^{old} + y_{ij} \\
 Y_{ij}^{new} &= Y_{ij}^{old} - \frac{y_{ij}}{a^*} \\
 Y_{ji}^{new} &= Y_{ji}^{old} - \frac{y_{ij}}{a} \\
 a &= a_s + jb_s \\
 &= |a|(\cos \theta + j \sin \theta)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

- โดย i, j เป็นหมายเลขของบัสที่สายส่งต่ออยู่และใช้อ้างอิงในการคำนวณ
 y_{ij} เป็นแอดมิตแตนซ์ที่ต่ออนุกรมของหม้อแปลง i, j
 a เป็นอัตราส่วนของหม้อแปลง
 θ เป็นมุมองศาการเลื่อนเฟส (Phase Shifting)

3.1.3 ตัวคาปาซิเตอร์และตัวรีแอคเตอร์ (Capacitor and Reactor)

ถ้าใส่ตัวคาปาซิเตอร์หรือตัวรีแอคเตอร์เข้าไปที่บัส i บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ใหม่จะเป็นไปตามสมการ

$$Y_{ii}^{new} = Y_{ii}^{old} + y_i \quad (3.5)$$

- โดย y_i เป็นค่าแอดมิตแตนซ์ของคาปาซิเตอร์หรือรีแอคเตอร์ที่ต่อกับบัส i
 โดยกำหนดให้ y_i เป็นบวกเมื่อเป็นคาปาซิเตอร์ เป็นลบเมื่อเป็นรีแอคเตอร์

3.2 การคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าโดยใช้วิธีนิวตัน - ราฟสัน

วิธีของนิวตัน-ราฟสันจะมีสมการที่สำคัญอยู่สองสมการคือ สมการหาลำดับไฟฟ้าและสมการหาแรงดันไฟฟ้า สมการกำลังไฟฟ้าที่เข้าบัส p ใดๆ จะสามารถเขียนได้โดยแทนกำลังจริงและกำลังเสมือนของบัสต่างๆได้ด้วยผลคูณของแรงดันที่บัสต่างๆ ซึ่งสามารถแสดงได้ด้วยสมการต่างๆ ดังนี้

$$S_p = P_p + jQ_p = E_p I_p^* \quad (3.6)$$

$$I_p = Y_{p1}E_1 + Y_{p2}E_2 + \dots + Y_{pn}E_n = \sum_{q=1}^n Y_{pq}E_q \quad (3.7)$$

$$P_p - jQ_p = E_p^* \sum_{q=1}^n Y_{pq}E_q \quad (3.8)$$

$$P_p - jQ_p = (e_p - jf_p) \sum_{q=1}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q) \quad (3.9)$$

- โดย S_p เป็นกำลังไฟฟ้าที่ไหลเข้าสู่บัส p
 P_p เป็นกำลังจริงที่ไหลเข้าสู่บัส p
 Q_p เป็นกำลังเสมือนที่ไหลเข้าสู่บัส p
 E_p เป็นแรงดันไฟฟ้าที่บัส p และ $E_p = e_p + jf_p$
 I_p เป็นกระแสที่ไหลเข้าสู่บัส p
 n เป็นจำนวนบัสทั้งหมดของระบบไฟฟ้า
 Y_{pq} เป็นค่าแอดมิตแตนซ์ที่ตำแหน่ง pq และ $Y_{pq} = G_{pq} + jB_{pq}$

ในการคำนวณเราสามารถแบ่งสมการ (3.9) ข้างบนออกเป็นสองสมการ คือ สมการของกำลังจริง และสมการของกำลังเสมือน และสมการของกระแสที่ไหลเข้าสู่บัส p ใดๆ ที่เป็นโหนดบัสเขียนได้ดังนี้

$$P_p = \sum_{q=1}^n \left\{ e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad (3.10)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n \left\{ f_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad (3.11)$$

$$I_p = c_p + jd_p$$

$$= (G_{pp} - jB_{pp})(e_p + jf_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q) \quad (3.12)$$

สำหรับบัส p ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน จะทำการคำนวณขนาดของแรงดันไฟฟ้าของบัสแทนกำลังไฟฟ้าเสมือน เพื่อให้สามารถตรวจสอบได้ว่าขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัสมีความคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่กำหนดมากน้อยเพียงใดในการคำนวณแต่ละรอบ ดังนั้นสมการที่ใช้คำนวณสำหรับบัสควบคุมแรงดัน p คือ

$$P_p = \sum_{q=1}^n \left\{ e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad (3.13)$$

$$|E_p|^2 = e_p^2 + f_p^2 \quad (3.14)$$

จากสมการข้างบนจะเห็นได้ว่าเป็นสมการที่มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นทั้งกำลังจริงและกำลังเสมือน ตามวิธีของนิวตัน-ราฟสันจะปรับให้สมการ (3.10) และ (3.11) อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น

โดยเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของความผิดพลาด (Mismatch) ของกำลังจริงและกำลังเสมือน ซึ่งมีความสัมพันธ์กับแรงดันของบัสต่างๆ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \Delta |E|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & J \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

โดย ΔP_i คือความแตกต่างของกำลังจริงที่โหนดเข้าบัส i ซึ่งได้มาจากการคำนวณ (3.10) ลบด้วยค่ากำลังจริงที่กำหนดให้ นั่นคือ

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_{i(\text{sheduled})} - P_{i(\text{calculate})} \\ &= (P_{Gi} - P_{Li}) - P_i \end{aligned} \quad (3.16)$$

ΔQ_i คือความแตกต่างของกำลังเสมือนที่โหนดเข้าบัส i ซึ่งได้มาจากการคำนวณ (3.11) ลบด้วยค่ากำลังเสมือนที่กำหนดให้ นั่นคือ

$$\begin{aligned} \Delta Q_i &= Q_{i(\text{sheduled})} - Q_{i(\text{calculate})} \\ &= (Q_{Gi} - Q_{Li}) - Q_i \end{aligned} \quad (3.17)$$

$\Delta |E|^2$ คือความแตกต่างของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส i ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน ซึ่งได้มาจากการคำนวณ (3.14) ลบด้วยแรงดันไฟฟ้าที่กำหนดให้ นั่นคือ

$$\Delta |E_i|^2 = |E_i|^2_{(\text{sheduled})} - |E_i|^2_{(\text{calculate})}$$

Δe คือความแตกต่างของส่วนจริงของแรงดันไฟฟ้าที่บัส i

Δf คือความแตกต่างของส่วนจินตภาพของแรงดันไฟฟ้าที่บัส i

J คือจาโคเบียนเมตริกซ์

จากสมการ (3.15) เมตริกซ์ที่มีค่า J อยู่ในเมตริกซ์จะเรียกว่า จาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian Matrix) เป็นเมตริกซ์ของสมการที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้นซึ่งสามารถแบ่ง

เมตริกซ์ออกได้เป็น 6 ส่วนด้วยกันคือ $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6$ ดังสมการที่ (3.18)

$$\begin{bmatrix} & \\ & J \\ & \\ & \\ & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \\ J_5 & J_6 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

ซึ่งค่าต่างๆของจาโคเบียนเมตริกซ์ สามารถหาได้จากการดิฟเฟอเรนเชียลสมการของกำลังจริงและกำลังเสมือนซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

เมตริกซ์ J_1

แนวทะแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = e_p G_{pp} - f_p B_{pp} + c_p \quad (3.19)$$

นอกแนวทะแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = e_p G_{pq} - f_p B_{pq} \quad (3.20)$$

เมตริกซ์ J_2

แนวทะแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p B_{pp} + f_p G_{pp} + d_p \quad (3.21)$$

นอกแนวทะแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_q} = e_p B_{pq} + f_p G_{pq} \quad (3.22)$$

เมตริกซ์ J₃

แนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = e_p B_{pp} + f_p G_{pp} - d_p \quad (3.23)$$

นอกแนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_q} = e_p B_{pq} + f_p G_{pq} \quad (3.24)$$

เมตริกซ์ J₄

แนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = -e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + c_p \quad (3.25)$$

นอกแนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = -e_p G_{pq} + f_p B_{pq} \quad (3.26)$$

เมตริกซ์ J₅

แนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial e_p} = 2e_p \quad (3.27)$$

นอกแนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial e_q} = 0 \quad (3.28)$$

เมตริกซ์ J^k

แนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial f_p} = 2f_p \quad (3.29)$$

นอกแนวทแยงมุมหาได้จาก

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial f_q} = 0 \quad (3.30)$$

จากสมการที่ (3.15) สามารถคำนวณค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัลในการคำนวณรอบที่ k ได้ดังสมการที่ (3.31)

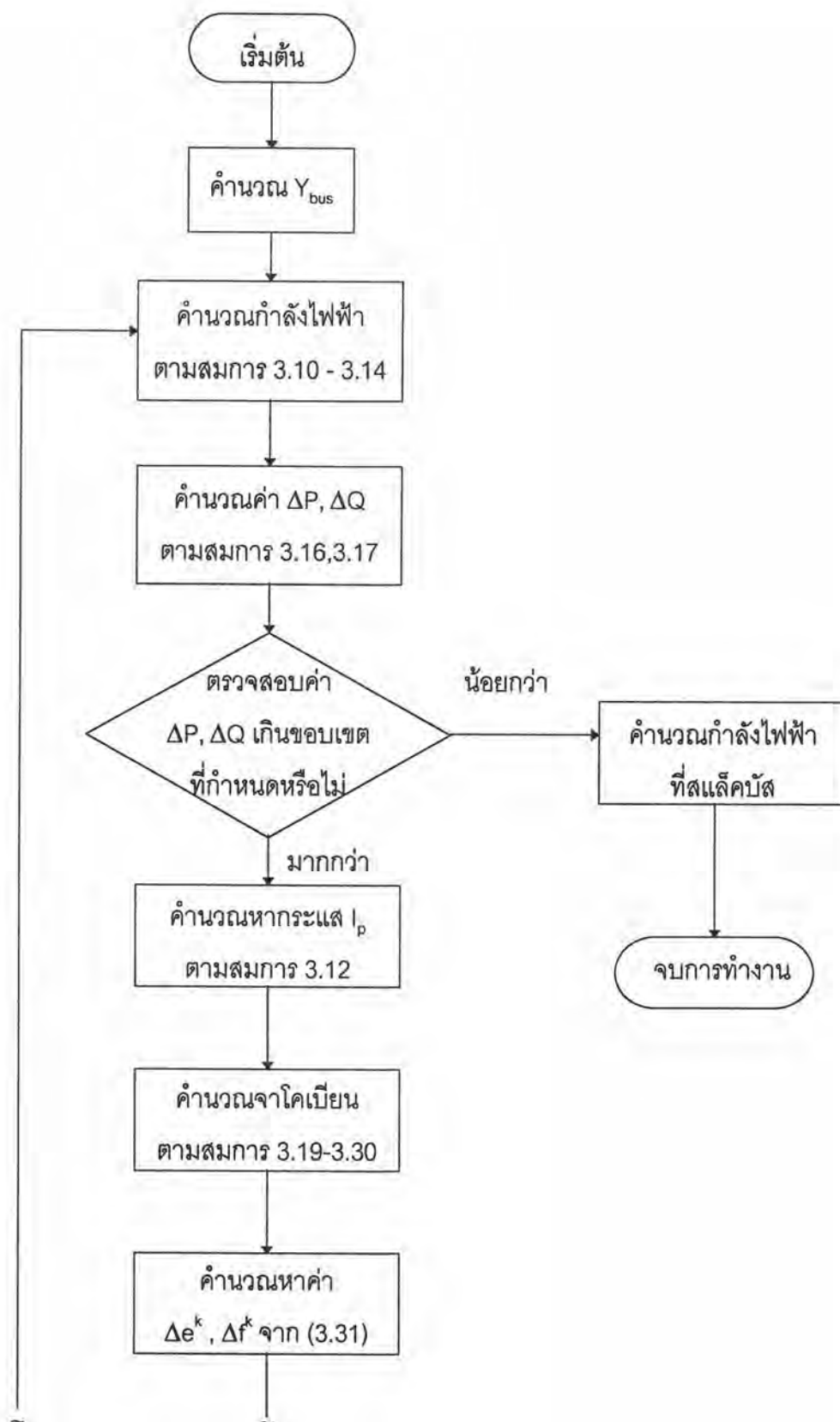
$$\begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} J^k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta |E|^2 \end{bmatrix}^k \quad (3.31)$$

ค่า Δe_p และ Δf_p เป็นค่าความผิดพลาด (mismatch) ของแรงดันไฟฟ้าซึ่งจะหาได้จากการแก้สมการเชิงเส้น (3.31) ดังนั้นค่าแรงดันไฟฟ้าใหม่ที่จะนำไปคำนวณค่ากำลังจริงและกำลังเสมือนอีกครั้งจะหาได้จาก

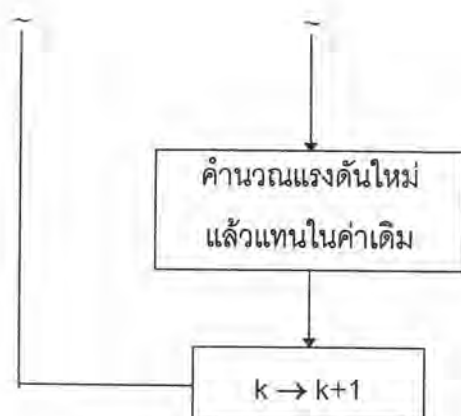
$$e_p^{k+1} = e_p^k + \Delta e_p^k \quad (3.32 \text{ ก})$$

$$f_p^{k+1} = f_p^k + \Delta f_p^k \quad (3.32 \text{ ข})$$

หลังจากนั้นจะนำค่ากำลังจริงและกำลังเสมือนไปคำนวณ ค่าความผิดพลาด (mismatch) กับกำลังที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจ่ายเข้าระบบตามที่กำหนด (scheduled power) ซึ่งก็จะได้ค่าแรงดันไฟฟ้าใหม่ออกมาอีกครั้ง โดยกระบวนการนี้จะทำซ้ำไปจนกว่าค่าความผิดพลาด ของกำลังไฟฟ้า จะอยู่ภายในค่าความผิดพลาด (tolerance) ที่กำหนดซึ่งมักจะกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วง 0.01 ถึง 0.0001 โดยขั้นตอนการทำงานของวิธีนิวตัน-ราฟสันสามารถแสดงเป็นแผนผัง (flow chart) ของการทำงานได้ดังรูปที่ 3.3 [14]



รูปที่ 3.4 แผนผังการคำนวณของวิธีนิวตัน-ราฟสัน



รูปที่ 3.4 แผนผังการคำนวณของวิธีนิวตัน-ราฟสัน (ต่อ)

3.3 การแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลด้วยวิธีทางเชิงเลข

การแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลด้วยวิธีทางเชิงเลขนั้นมีหลายวิธีด้วยกัน วิธีที่นิยมใช้กันคือวิธีของออยเลอร์ที่มีการปรับค่าความชัน (Modified Euler Method , MEM) ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้ จากสมการ ดิฟเฟอเรนเชียลชั้นเดียว (First-order Differential Equation)

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (3.33)$$

$$y = g(x, c) \quad (3.34)$$

โดย x เป็นตัวแปรอิสระ (independent variable)

y เป็นตัวแปรตาม (dependent variable)

c เป็นค่าคงที่

จากสมการ (3.34) ถ้าเรากำหนดค่า Δx เป็นค่าที่สั้นมากๆ เราสามารถประมาณค่า y_1 จากค่า (x_0, y_0) เริ่มต้นของสมการดิฟเฟอเรนเชียลได้ดังนี้

$$\Delta y \approx \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 \Delta x \quad (3.35)$$

ซึ่งจะหาค่า y_1 ได้ดังนี้ โดยให้ $h = \Delta x$ และ $\left. \frac{dy}{dx} \right|_0$ เป็นความชันที่จุด (x_0, y_0)

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + h \\ y_1^{(0)} &= y_0 + \Delta y \\ &= y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h \end{aligned} \quad (3.36)$$

จากนั้นนำค่า $(x_1, y_1^{(0)})$ ไปหาค่าความชันของสมการใหม่จะได้ว่า

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(0)} = f(x_1, y_1^{(0)}) \quad (3.37)$$

$$y_1^{(1)} = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(0)}}{2} \right) h \quad (3.38)$$

ค่า $y_1^{(1)}$ จะได้มาจากการหาค่าเฉลี่ยของความชันทั้งสองค่าจากนั้นนำค่า $(x_1, y_1^{(1)})$ ไปหาค่าความชันใหม่อีกครั้ง

$$y_1^{(2)} = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^{(1)}}{2} \right) h \quad (3.39)$$

ค่า $y_1^{(2)}$ ที่คำนวณได้นี้จะทำซ้ำไปจนกว่าค่าผลต่างของ $y_1^{(n)}$ จะอยู่ในขอบเขต (tolerance) ที่กำหนดจึงจะได้ค่า y_1 ออกมาจากนั้นนำค่า (x_1, y_1) ไปทำการหาค่า y_2 ที่เวลาต่อไปจนกว่าจะถึงค่า y_{\max} ของช่วงเวลาที่พิจารณา

สำหรับการประยุกต์ใช้วิธี MEM เข้ากับการแก้ปัญหาของระบบไฟฟ้ากำลังสามารถพิจารณาได้ดังนี้ จากสมการการแกว่ง (swing equation) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เขียนอยู่ในรูปของสมการดิฟเฟอเรนเชียลสองชั้น (second-order differential equation) ได้ดังนี้

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{h} (P_m - P_e) \quad (3.40)$$

- โดย P_m เป็นกำลังทางกล (mechanical power)
 P_e เป็นกำลังทางไฟฟ้าผ่านช่องอากาศ (electrical airgap power)
 h เป็นค่าคงที่ความเฉื่อย (inertia constant) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
 δ เป็นมุมทางไฟฟ้า (electrical angular)

สำหรับการเปลี่ยนแปลงที่มีค่าน้อยๆ (small deviation) แล้วค่าต่อหน่วย (per unit) ของกำลังไฟฟ้าและแรงบิดจะมีค่าเท่ากันจึงเขียนได้ดังสมการ 3.40

จากสมการ 3.41 เป็นสมการในรูปสมการดิฟเฟอเรนเชียลสองชั้น (second-order differential equation) เราสามารถแบ่งสมการให้อยู่ในรูปของสมการดิฟเฟอเรนเชียลชั้นเดียว (first-order differential equation) 2 สมการคือ

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi f}{h} (P_m - P_e) \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \frac{d\theta}{dt} - \omega_0 \\ &= \omega - 2\pi f \end{aligned} \quad (3.42)$$

การคำนวณทางเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง นอกจากจะต้องแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลตามสมการ (3.41) และ (3.42) แล้วยังต้องแก้สมการพีชคณิต (algebraic equation) ซึ่งใช้แทนสมการของวงจรสมมูลในระบบไฟฟ้ากำลังอีกด้วย ในการคำนวณหาเสถียรภาพต้องแก้สมการพีชคณิต ก่อนเพื่อให้ได้ค่าเริ่มต้นของระบบไฟฟ้ากำลังแล้ว จึงใช้ค่าเริ่มต้นดังกล่าว แก้สมการดิฟเฟอเรนเชียล

เครื่องกำเนิดไฟฟ้านิยมใช้วงจรสมมูล แบบแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้าต่ออนุกรมกับ ทรานซ์เซียนรีแอคแตนซ์ (transient reactance) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ

$$E' = E_t + r_a I_t + jx'_d I_t \quad (3.43)$$

$$I_t = \frac{P_t - jQ_t}{E_t^*} \quad (3.44)$$

โดย E_t เป็นแรงดันไฟฟ้าหลังทรานซ์เซียนรีแอคแตนซ์
(Voltage Back of Transient Reactance)

E_t เป็นแรงดันไฟฟ้าที่เทอร์มินอล (Machine Terminal Voltage)

I_t เป็นกระแสที่เทอร์มินอล (Machine Terminal Current)

P_t, Q_t เป็นกำลังไฟฟ้าที่จ่ายเข้าที่บัสเทอร์มินอล (Terminal)

r_a เป็นอาร์มาเจอร์รีแอคแตนซ์ (Armature Reactance)

x_d เป็นทรานซ์เซียนรีแอคแตนซ์ (Transient Reactance)

ในวิธีการดั้งเดิมโหลดของระบบสามารถแทนได้หลายแบบเช่น กำลังคงที่ (Constant Power) , กระแสคงที่ (Constant Current) , อิมพีแดนซ์คงที่ (Constant Impedance) เป็นต้น โดยทั่วไปนิยมใช้แบบอิมพีแดนซ์คงที่ ซึ่งสามารถแสดงสมการทั้งแบบอิมพีแดนซ์คงที่ และกระแสคงที่ได้ตามลำดับดังนี้

$$y_p = \frac{P_{Lp} - jQ_{Lp}}{|E_p|^2} \quad (3.45)$$

$$I_p = \frac{P_{Lp} - jQ_{Lp}}{E_p^*} \quad (3.46)$$

ในบทที่ 4 จะกล่าวถึงวิธีการแทนและผลของโหลดในแบบจำลองต่างๆ ต่อไป

กำลังของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ในตอนเริ่มต้น ค่ากำลังทางกล (mechanical power (P_m)) จะมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้าผ่านช่องอากาศ (electrical airgap power (P_e)) ซึ่งหาได้ดังสมการ

$$P_m = P_{e0} = P_t + |I_t|^2 r_a \quad (3.47)$$

$$P_e = \text{Re}(I_t E'^*) \quad (3.48)$$

ส่วนกำลังไฟฟ้าผ่านช่องอากาศ (electrical airgap power) จะหาได้จากส่วนจริง (real part) ดังสมการข้างบน

เมื่อเราสามารถแก้สมการหาค่าเริ่มต้นได้แล้วก็จะทำการแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลที่ (3.41) และ (3.42) และทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนอยู่ภายในความผิดพลาดที่ยอมรับได้ (tolerance) ที่กำหนดตามวิธี MEM ซึ่งจะได้ค่าใหม่ที่เวลาเปลี่ยนไป Δt ดังนี้

$$\delta_{(t+\Delta t)}^{(1)} = \delta_{(t)}^{(1)} + \left(\frac{\left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{(t)} + \left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{(t+\Delta t)}}{2} \right) \Delta t \quad (3.49)$$

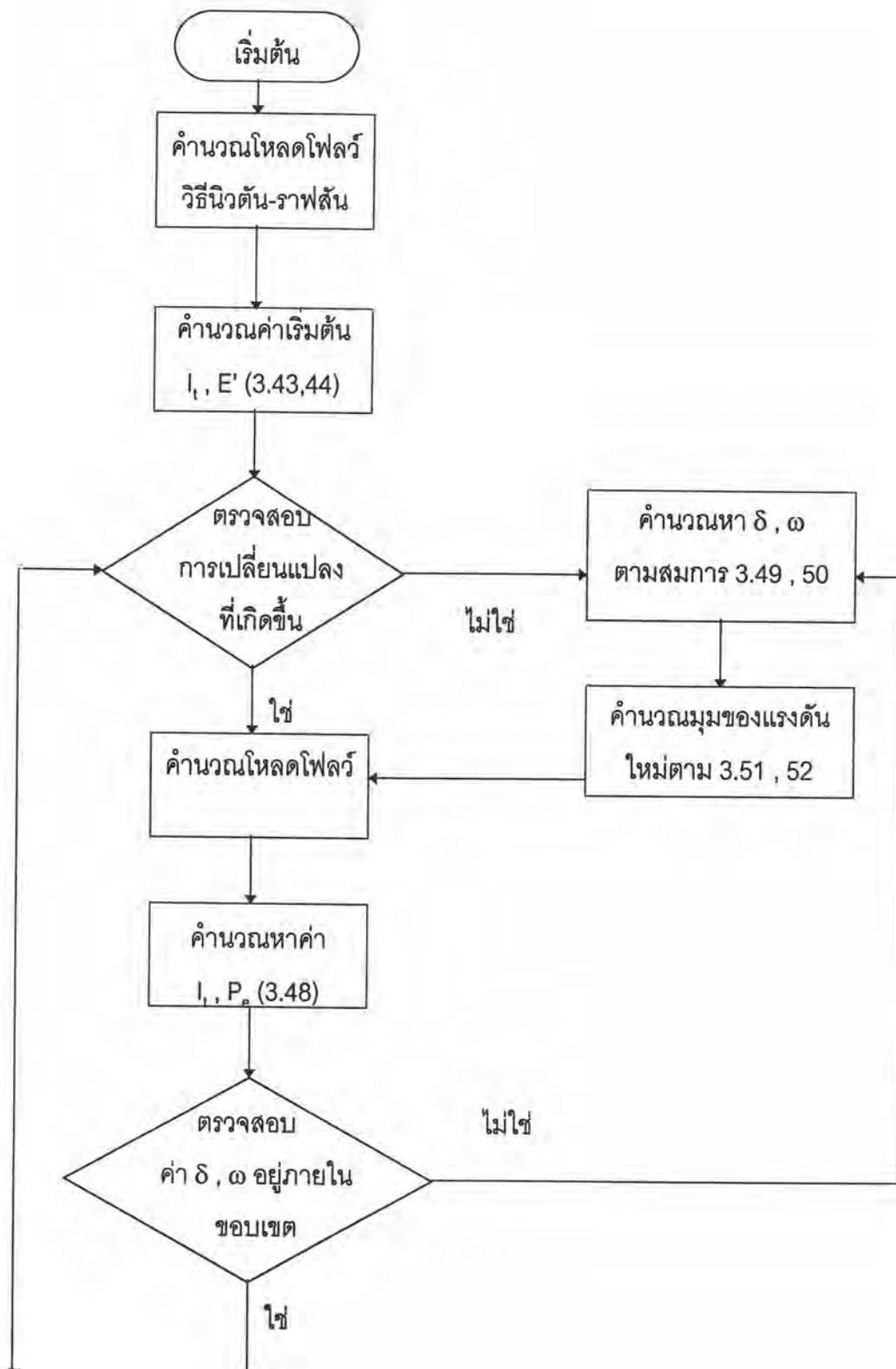
$$\omega_{(t+\Delta t)}^{(1)} = \omega_{(t)}^{(1)} + \left(\frac{\left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{(t)} + \left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{(t+\Delta t)}}{2} \right) \Delta t \quad (3.50)$$

จากนั้นนำค่ามุมของโรเตอร์ที่ได้ ไปแทนมุมโรเตอร์เดิมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าดังสมการที่ (3.51) และ (3.52)

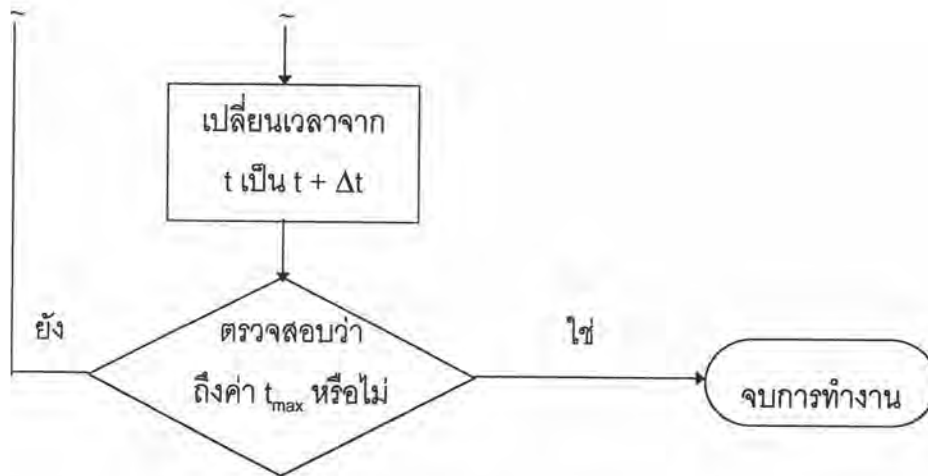
$$e'_{(t+\Delta t)}^{(1)} = |E'| \cos \delta_{(t+\Delta t)}^{(1)} \quad (3.51)$$

$$f'_{(t+\Delta t)}^{(1)} = |E'| \sin \delta_{(t+\Delta t)}^{(1)} \quad (3.52)$$

จากนั้นจึงคำนวณหากำลังไฟฟ้าและกระแสของระบบ และนำไปหามุมของโรเตอร์และความเร็วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยเวลาที่เปลี่ยนไปจาก t ไปเป็น $t + \Delta t$ ทำซ้ำเช่นนี้เรื่อยๆ จนกว่าเวลาจะเพิ่มขึ้นจนถึงช่วงเวลาสูงสุดที่พิจารณา แผนผังการคำนวณด้วยวิธีของออยเลอร์ที่มีการปรับค่าความชัน สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แผนผังการคำนวณโดยใช้วิธีของออยเลอร์ที่มีการปรับค่าความชัน



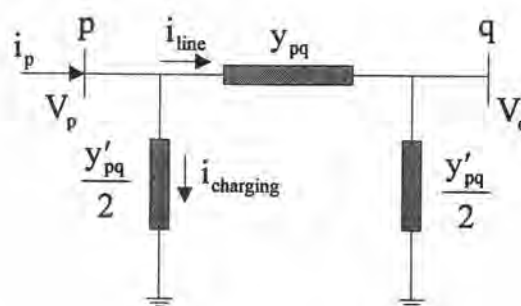
รูปที่ 3.5 แผนผังการคำนวณโดยใช้วิธีของออยเลอร์ที่มีการปรับค่าความชัน (ต่อ)

3.4 การคำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลง

ภายหลังจากการคำนวณแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆ แล้วเราสามารถคำนวณหา กำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลงต่างๆ ได้ดังนี้

3.4.1 กำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง (Power Flow in Lines)

พิจารณาสายส่งที่ต่อระหว่างบัส p กับบัส q ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 วงจรสมมูลของสายส่งเพื่อใช้ในการคำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง

กระแสไฟฟ้าที่บัส p , i_p

$$\begin{aligned} i_p &= i_{line} + i_{charging} \\ &= (V_p - V_q)y_{pq} + V_p \frac{y'_{pq}}{2} \end{aligned} \quad (3.53)$$

โดย V_p, V_q คือแรงดันไฟฟ้าที่บัส p และ q ตามลำดับ

i_{line} คือกระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง

$i_{charging}$ คือกระแสไฟฟ้าที่รั่วไหลจากบัส p ลงสู่พื้นดิน

y_{pq} คือค่าแอดมิตแตนซ์ของสายส่ง pq

$\frac{y'_{pq}}{2}$ คือครึ่งหนึ่งของค่าไลน์ชาร์จิจึงแอดมิตแตนซ์ทั้งหมดของสายส่ง

กำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง pq จากบัส p ไปสู่อบัส q คือ

$$P_{pq} - jQ_{pq} = V_p^* i_p \quad (3.54)$$

แทนค่า i_p จากสมการที่ (3.53) ลงในสมการที่ (3.54) จะได้ว่า

$$P_{pq} - jQ_{pq} = V_p^* (V_p - V_q)y_{pq} + V_p^* V_p \frac{y'_{pq}}{2} \quad (3.55)$$

ในการทำงานเดียวกันกำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง pq จากบัส q ไปสู่อบัส p คำนวณได้ดังนี้

$$P_{qp} - jQ_{qp} = V_q^* (V_q - V_p)y_{pq} + V_q^* V_q \frac{y'_{pq}}{2} \quad (3.56)$$

กำลังสูญเสียในสายส่ง pq มีค่าเท่ากับ ผลรวมทางพีชคณิตของกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลจากบัส p ไปสู่อบัส q และที่ไหลจากบัส q ไปสู่อบัส p คือ

$$P_{loss}(pq) = P_{pq} + P_{qp} \quad (3.57)$$

3.4.2 กำลังไฟฟ้าที่ไหลในหม้อแปลง (Power flow in transformers)

พิจารณาวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟฟ้าในรูปที่ 3.3 กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส p ไปสู่อบัส q คือ

$$P_{pq} - jQ_{pq} = \left(\frac{1}{a^*}\right) V_p^* \left[\left(\frac{1}{a}\right) V_p - V_q \right] y_{pq} \quad (3.58)$$

ในทำนองเดียวกัน กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส q ไปสู่อบัส p คือ

$$P_{qp} - jQ_{qp} = V_q^* \left[V_q - \frac{V_p}{a} \right] y_{pq} \quad (3.59)$$

สำหรับกำลังสูญเสียในหม้อแปลง pq คำนวณได้จากสมการ (3.57) เช่นเดียวกับสายส่ง