

## โครงการวิจัยย่อยลำดับที่ 7

### เรื่อง การสร้างกลับภาพดิจิทัลความละเอียดสูง ปีที่ 2

ผู้รับผิดชอบโครงการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เจษฎา ชินรุ่งเรือง

#### ความเป็นมา

ในปัจจุบันการใช้ระบบคอมพิวเตอร์เพื่อวัตถุประสงค์ในการเก็บข้อมูลในรูปแบบดิจิทัล เป็นสิ่งที่จำเป็น เพราะนอกจากประหยัดพื้นที่ใช้สอยแล้วยังสามารถใช้ประโยชน์จากการที่สามารถ ดัดแปลงปรับแก้ไขข้อมูลเหล่านั้นเพื่อที่เพิ่มคุณภาพหรือคัดสรรเฉพาะที่ต้องการได้ง่าย การ บันทึกภาพถ่ายหรือภาพวิดีโอในระบบดิจิทัลนั้นในปัจจุบันก็พัฒนาไปมากเช่นกัน โดยพบว่าความ ละเอียดของภาพนั้นเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมากในระยะเวลาอันสั้น ทั้งความละเอียดเชิงพื้นที่ (spatial resolution) การถ่ายภาพที่มีความถี่สูงมาก รวมถึงช่วงพลวัต (dynamic range) ของภาพก็สูงมาก ขึ้นเรื่อย ๆ เช่นกัน

จุดประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อเพิ่มคุณภาพให้กับภาพที่ถูกเก็บข้อมูลอยู่ในรูปแบบดิจิทัล เหล่านั้นให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด หรือ image super-resolution นั้นหมายถึงความถี่ของการประมวลผลภาพที่สามารถสร้างภาพความละเอียดสูง (high resolution image) จากภาพความละเอียดต่ำ (low resolution image) ซึ่งการที่ได้ภาพ ความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำนั้นสามารถช่วยในการนำภาพไปทำกระบวนการ ประมวลผลภาพชนิดอื่นเช่นการรู้จำตัวอักษร วัตถุหรือการค้นหาสิ่งที

ต้องการในภาพเป็นต้น ซึ่งการทำเทคนิคการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดนั้นสามารถ ช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายในการเปลี่ยนอุปกรณ์รับภาพหรือเซนเซอร์รับภาพเพื่อที่เพิ่มความละเอียด ของภาพที่ต้องการได้เพราะไม่มีค่าใช้จ่ายทางด้านอุปกรณ์ฮาร์ดแวร์

วิธีหนึ่งที่สร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้นใช้ภาพความ ละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพ โดยภาพความละเอียดต่ำเหล่านั้นต้องเป็นภาพที่แสดงถึงวัตถุเดียวกัน หรืออีกนัยหนึ่งก็คืออาจเป็นภาพถ่ายต่อเนื่องของวัตถุชิ้นเดียวกัน เนื่องจากกระบวนการสร้างภาพ ความละเอียดสูงยิ่งยวด ที่ใช้ประโยชน์จากการมีข้อมูลภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพซึ่งให้ ข้อมูลที่มีประโยชน์ต่อการสร้างกลับของภาพความละเอียดสูงที่แตกต่างกัน ดังนั้นหากชุดของภาพ ความละเอียดต่ำที่นำมาใช้นั้น มีข้อมูลที่ซ้ำกันเป็นจำนวนมากก็ไม่เป็นผลดีต่อระบบ โดยทั่วไป แล้วในการหลอมรวมภาพ (image fusion) นั้นสามารถช่วยในการลดสัญญาณรบกวน (noise) เพิ่มมุมมองของภาพถ่าย (field of view: FOV) ลดผลของการสั่นไหวของภาพ (stabilization)

ความพร่าของภาพ (blur) และเพิ่มช่วงพลวัตได้ [1] โดยที่ต้องรู้ว่าภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพนั้นภาพใดมีการเคลื่อนที่ไปในทางใด จากนั้นต้องนำภาพความละเอียดต่ำเหล่านั้นกลับมาในตำแหน่งเดียวกันหรือตำแหน่งที่อ้างอิงให้ได้ถูกต้อง หลังจากนั้นต้องเพิ่มความละเอียดของภาพให้สูงขึ้นและจัดการปัญหาอื่นเช่นสัญญาณรบกวนหรือความพร่าของภาพทำให้ภาพความละเอียดสูงที่ได้นั้นชัดเจน

## งานวิจัยที่ผ่านมา

คำว่า Super-resolution นั้นมีมานานแล้วเป็นแนวคิดที่ต้องการเพิ่มความละเอียดของสัญญาณจากสัญญาณที่มีความละเอียดต่ำมาเป็นสัญญาณที่มีความละเอียดสูง โดยเริ่มแรกนั้นคำนี้ใช้ในการเพิ่มความละเอียดของสัญญาณที่มีมิติเพียงมิติเดียว เช่นสัญญาณจากรังสีแกมมา [2] หรือคลื่นน้ำ [3] แต่แนวความคิดเกี่ยวกับการนำภาพความละเอียดต่ำขนาดเล็กหลาย ๆ ภาพมารวมกันเพื่อสร้างเป็นภาพความละเอียดสูงนั้นริเริ่มโดย Huang และ Tsan [4] ซึ่งเป็นวิธีทางโดเมนความถี่โดยอาศัยคุณสมบัติของการเลื่อนของการแปลงฟูริเยร์ การสมนาม (alias) ของการแปลงฟูริเยร์แบบต่อเนื่อง (continuous Fourier transform: CFT) ของภาพความละเอียดสูงและภาพความละเอียดต่ำ และสมมติฐานว่าภาพความละเอียดสูงนั้นมีแถบความถี่จำกัดรวมถึงภาพไม่มีสัญญาณรบกวน [5] หลังจากนั้นไม่นาน Kim และคณะ [6] ได้ปรับปรุงผลงานฉบับนี้โดยคิดผลของการทำพราและสัญญาณรบกวนโดยใช้การทำผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด

ต่อมา Irani และ Peleg [7] ได้เสนอวิธี iterative back-projection (IBP) ตามงานของ Keren และคณะ [8] ในปี 1988 เพื่อใช้ในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด โดยวิธี IBP นี้เริ่มด้วยการคาดคะเนภาพแรก หลังจากนั้นนำภาพ ไปผ่านกระบวนการ back-projection เพื่อให้ได้ภาพความละเอียดต่ำ แล้วนำความผิดพลาดที่ได้ ไปบวกเข้ากับภาพต่อไป และวิธีทำซ้ำการทำงาน Irani และ Peleg ได้ทดลองใช้กระบวนการนี้กับการทำพราที่ไม่มีความเป็นเอกรูป (non-uniform) และได้ผลที่น่าพอใจ

Elad และ Feuer [9] ได้เสนอแบบจำลองที่เลียนแบบการบูรณะภาพ เนื่องจากปัญหาการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดกับปัญหาการกู้คืนภาพนั้นมีลักษณะที่ใกล้เคียงกันมาก ปัจจุบันขอบเขตงานนี้เป็นวิธีที่มีผู้ใช้กันอย่างแพร่หลายที่สุดวิธีหนึ่ง โดยแทนสัญญาณลักษณะในรูปแบบเมทริกซ์-เวกเตอร์ และแก้ปัญหามกผันนี้ด้วยระเบียบวิธีการลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ (steepest descent หรือ gradient descent) และเกรเดียนต์สังยุค (conjugate gradient) นอกจากนี้ยังมี ความพยายามที่ทำกระบวนการเพิ่มความละเอียดของภาพชุดต่อเนื่องหรือ video-to-video โดยใช้ คาลมานฟิลเตอร์ (Kalman filter) โดยที่ Nguyen, Milanfar และ Golub [10, 11] ได้นำแบบจำลองของ Elad และ Feuer มาทำต่อโดยได้เสนอวิธีการปรับปรุงลักษณะของเมทริกซ์ของ

ระบบและหาคำตอบโดยวิธีการเกรเดียนต์สังยุคแบบปรับสภาพ (preconditioned conjugate gradient) ซึ่งเหมาะกับปัญหาตั้งไว้แล้ว (ill-posed problem) บางชนิดมากกว่าเกรเดียนต์สังยุคเดิมและได้เสนอวิธีการเลือกค่าพารามิเตอร์สำหรับการเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอนอฟ (Tikhonov regularization) สำหรับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดด้วยวิธีอัตโนมัติโดยใช้ general cross validation (GCV)

ต่อมา Farsiu และ Milanfar [12] เสนอวิธีการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดโดยปรับปรุงจากวิธีมัธยฐาน (median-based) ของ Zomet [13] โดยเพิ่มเติมวิธีการเรกูลาร์ไรซ์ที่เรียกว่าไบเลเทอรัล-โททัลวาริเอชัน (bilateral-total variation: BTV) เข้าไปในกระบวนการและแยกกระบวนการหาคำตอบเป็นสองขั้นตอนคือการสร้างภาพความละเอียดสูงที่ถูกทำพรัมาก่อนและจากนั้นจึงทำให้ภาพชัดขึ้นผ่านกระบวนการที่เรียกว่า BTV โดยสรุปปัญหาว่าการที่ปัญหาการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดนั้นเป็นปัญหาตั้งไว้แล้วนั้นเกิดมาจากการที่มีกระบวนการทำพรัภาพอยู่ในระบบ หากแยกออกมาและนำมาคิดทำให้ระบบมีสถานะที่ดีขึ้นแล้วทำให้ทำงานได้เร็วขึ้น และการเป็นกระบวนการเลื่อนและบวกผสมแบบมัธยฐานและการเรกูลาร์ไรซ์แบบไบเลเทอรัล-โททัลวาริเอชัน (median shift-and-add+BTV) ซึ่งมีประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้น

### ขอบเขตงานวิจัย

งานวิจัยฉบับนี้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่มีการรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบจุดต่าง (speckle noise) ซึ่งเป็นปัญหาตั้งไว้แล้วและต้องการการเรกูลาร์ไรซ์เช่นเดียวกันกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดแบบทั่วไป แต่การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดแบบทั่วไปนั้นมีสัญญาณรบกวนเป็นแบบบวก ซึ่งสามารถหาคำตอบได้อย่างเหมาะสมด้วยฟังก์ชันมูลค่าที่เป็น *นอร์มบนปริภูมิ  $L^2$*  และสามารถเรกูลาร์ไรซ์ด้วยการเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอนอฟอันดับที่ศูนย์

สัญญาณรบกวนแบบจุดต่างเช่นในกรณีของภาพอัลตราซาวนด์ทางการแพทย์ (medical ultrasound image) และภาพถ่ายจากช่องเปิดสังเคราะห์ (synthetic aperture radar: SAR) นั้นนิยมประมาณให้เป็นสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคูณซึ่งได้รับการแก้ไขให้ดีขึ้นหากผ่านกระบวนการเชิงมัธยฐาน จากการศึกษาพบว่าการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดโดยใช้ฟังก์ชันมูลค่าที่เป็น *นอร์มบนปริภูมิ* ซึ่งเป็นกระบวนการเชิงมัธยฐานนั้นได้ผลดีกับภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดในกรณีที่ภาพความละเอียดต่ำที่มีสัญญาณรบกวนแบบพริกไทยและเกลือ รวมถึงในกรณีที่ข้อมูลจากภาพความละเอียดต่ำน้อยเช่นในกรณีที่มีจำนวนของภาพความละเอียดต่ำน้อย และกรณีที่การวางตำแหน่งภาพความละเอียดต่ำเกิดความผิดพลาด [12, 14] ซึ่งทำให้เกิดจุดสีดำและ/หรือขาวบนภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดที่สร้างขึ้น เนื่องจากการแก้ไขปัญหาของสัญญาณแบบ

พริกไทยและเกลือนั้นมักจะทำด้วยวิธีเดียวกันกับสัญญาณรบกวนแบบจุดต่างซึ่งในกรณีนี้คือสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ งานวิจัยฉบับนี้จึงได้ทดลองใช้ฟังก์ชันมูลค่าที่เป็นนอร์มบนปริภูมิกับภาพที่ถูกสัญญาณดังกล่าวรบกวนพบว่าได้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าฟังก์ชันมูลค่าที่เป็นนอร์มบนปริภูมิ

อย่างไรก็ตามในงานวิจัยที่ใช้ฟังก์ชันมูลค่าเป็น นอร์มบนปริภูมิ ดังกล่าวนั้น [12, 14] แยกกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดออกเป็นสองขั้นตอน โดยขั้นตอนแรกนั้นเกี่ยวกับการเพิ่มความละเอียดของภาพและการวางภาพความละเอียดต่ำให้ถูกตำแหน่ง และขั้นตอนที่สองนั้นเป็นการขจัดความพัวของภาพ เมื่อแยกกระบวนการทั้งสองขั้นตอนออกจากกันกระบวนการทำซ้ำแบบการลดระดับตามแนวเกรเดียนต์แบบค่าความยาวช่วงก้าวคงที่มีประสิทธิภาพ แต่การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่มีการรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณนั้นมีปัญหาเรื่องสัญญาณรบกวนแบบจุดต่างซึ่งขจัดได้ยากกว่า จึงทำให้ไม่ควรแยกกระบวนการทั้งสองออกจากกัน ซึ่งทำให้การลดระดับตามแนวเกรเดียนต์แบบค่าความยาวช่วงก้าวคงที่หาผลเฉลี่ยได้ช้ามาก และแม้ว่ากระบวนการทำซ้ำแบบเกรเดียนต์สังยุคแบบเชิงเส้นที่ใช้ในงานวิจัยก่อนหน้านั้น [10, 11, 15] ให้ผลเฉลี่ยที่รวดเร็วกว่าแต่ไม่สามารถแก้ไขปัญหาของฟังก์ชันมูลค่าแบบไม่เชิงเส้นเช่น นอร์มบนปริภูมิ ได้ งานวิจัยฉบับนี้จึงขอเสนอการใช้กระบวนการทำซ้ำแบบเกรเดียนต์สังยุคแบบไม่เชิงเส้น ซึ่งได้รับการพิสูจน์ว่ามี การลู่เข้าของผลเฉลี่ยได้รวดเร็วยิ่งกว่าการลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ และใช้ค่าของความยาวช่วงก้าวที่เหมาะสมในแต่ละรอบของการทำซ้ำแทนการใช้ความยาวช่วงก้าวแบบคงที่ ซึ่งสามารถนำไปแก้ไข ปัญหาที่ฟังก์ชันมูลค่าเป็นแบบ นอร์มบนปริภูมิ ซึ่งเป็นปัญหาไม่ใช่เชิงเส้นได้

นอกจากนั้นแล้วการเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟอันดับที่ศูนย์ นั้นไม่เหมาะสมกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่มีการรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณเนื่องจาก

ผลของสัญญาณรบกวนแบบจุดต่างที่มีมาก การเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟที่มีอันดับสูงขึ้นนั้นเหมาะสมกว่า โดยงานวิจัยฉบับนี้เสนอการใช้ตัวกรองของซาวิตสกี-โกเลย์ (Savitzky-Golay filter) เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการหาค่าอนุพันธ์ในการเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟในอันดับที่สูงขึ้น และนำผลของการเรกูลาร์ไรซ์ในแต่ละวิธีมาเปรียบเทียบกัน

เนื่องจากการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำนั้นเกิดปัญหาในการหาผลตอบจากระบบที่มีสภาวะเลว ขั้นตอนที่สำคัญและสำคัญในการหาคำตอบคือ

กระบวนการเรกูลาร์ไรซ์และกระบวนการทำซ้ำซึ่งเป็นหัวข้อวิจัยของงานวิจัยโดยมีขอบเขตการศึกษาวิจัยดังนี้

- ศึกษาขั้นตอนและระเบียบวิธีในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งจากภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพ โดยเลือกใช้ระเบียบวิธีชนิดเชิงกำหนด โดยรู้ถึงการวางตำแหน่งอย่างสมบูรณ์ (perfect registration)
- เลือกใช้ชุดของภาพความละเอียดต่ำที่สร้างขึ้นจากภาพความละเอียดสูงเพื่อศึกษากระบวนการทำกลับ ขั้นตอนการกำเนิดภาพความละเอียดต่ำ
- ศึกษาประสิทธิภาพในการหาคำตอบและลักษณะของคำตอบโดยระเบียบวิธีการลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ และเกรเดียนต์สังยุค
- ศึกษาการเรกูลาร์ไรซ์เพื่อปรับปรุงลักษณะของระบบให้โดยการใช้การเรกูลาร์ไรซ์แบบทีไฮนอฟ, โททลวารีเอชัน และ ไบเลเทอร์รัล-โททลวารีเอชัน
- เปรียบเทียบการเรกูลาร์ไรซ์ที่เสนอ กับการเรกูลาร์ไรซ์แบบอื่น ๆ สำหรับภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบเรย์ลีตัวอย่างเช่นภาพอัลตราซาวนด์และภาพถ่ายด้วยเรดาร์ช่องเปิดสังเคราะห์

### ขั้นตอนการดำเนินงาน

- ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด การเรกูลาร์ไรซ์ และหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย
- ศึกษากระบวนการกำเนิดภาพความละเอียดต่ำจากภาพความละเอียดสูง
- สร้างจริงกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดตามงานวิจัยที่ได้ศึกษามาในขั้นตอนที่ 1 และการกำเนิดภาพความละเอียดต่ำในขั้นตอนที่ 2
- ทดสอบกระบวนการที่สร้างขึ้นมาตามขั้นตอนที่ 3 กับชุดภาพความละเอียดต่ำที่สร้างขึ้นตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 2
- ศึกษากระบวนการเรกูลาร์ไรซ์เพิ่มเติมจากขั้นตอนที่ 1
- สร้างจริงกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดโดยเพิ่มเติมขั้นตอนการเรกูลาร์ไรซ์ตามที่ได้ศึกษาในขั้นตอนที่ 5
- สร้างกระบวนการเรกูลาร์ไรซ์โดยปรับปรุงจากวิธีการที่ได้ศึกษามาตามขั้นตอนที่ 5
- ทดสอบกระบวนการเรกูลาร์ไรซ์ตามขั้นตอนที่ 7 กับชุดภาพความละเอียดต่ำที่สร้างขึ้นโดยอ้างอิงการเกิดภาพอัลตราซาวนด์
- วิเคราะห์ผลการทดลองได้ที่จากขั้นตอนที่ 8

- เขียนงานวิจัย

### วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

- ศึกษาวิธีการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดและนำมาประยุกต์ใช้กับภาพความละเอียดต่ำที่ถูกสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ
- ศึกษากระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพ
- เปรียบเทียบกระบวนการเรกูลาร์ไรเซชันแบบต่าง ๆ
- ศึกษากระบวนการทำซ้ำเพื่อแก้ปัญหาการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด

### ประโยชน์ที่ได้รับ

ในงานวิจัยฉบับนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดโดยใช้ภาพความละเอียดต่ำที่มีสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ ซึ่งนำวิธีในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่มีการรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบบวกมาประยุกต์ใช้ โดยวิธีที่เหมาะสมคือใช้การเรกูลาร์ไรเซชันที่มีอันดับสูงขึ้นไป เช่น การเรกูลาร์ไรเซชันแบบติโฮนอฟอันดับที่สอง หรือการเรกูลาร์ไรเซชันแบบไบเลเทอรัล-โททลวาริเอชัน และการใช้กระบวนการทำซ้ำแบบเกรเดียนต์สังยุคแบบไม่เชิงเส้นซึ่งสามารถนำมาใช้กับฟังก์ชันมูลค่าแบบไม่เชิงเส้นเช่นในกรณีของนอร์มบนปริภูมิ  $L^1$

- ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด โดยสามารถสร้างและเข้าใจกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพ
- การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่มีสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ
- สามารถทำความเข้าใจ ปรับปรุง และวิเคราะห์ กระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดโดยการใช้การเรกูลาร์ไรเซชันในแบบต่าง ๆ
- สามารถทำความเข้าใจ ปรับปรุง และวิเคราะห์ กระบวนการทำซ้ำเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดได้

### แบบจำลองของการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด

แนวคิดในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดที่มีประสิทธิภาพกว่าวิธีข้างต้นวิธีหนึ่งคือแนวคิดที่ใช้ประโยชน์จากข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพ เหตุผลก็คือภาพความละเอียดต่ำภาพหนึ่งจะมีข้อมูลเกี่ยวกับภาพความละเอียดสูงที่แตกต่างกัน การใช้ภาพความ

ละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพก็จะสามารถ นำมาใช้สร้างภาพความละเอียดสูงได้ โดยการนำข้อมูลจาก ภาพความละเอียดต่ำภาพอื่น ๆ มาชดเชยหรือประมาณ ข้อมูลภาพความละเอียดต่ำในภาพหลัก หรือภาพอ้างอิง

เพื่อที่จะรองรับแนวคิดดังกล่าวไว้ข้างต้นจึงมีการนำแนวคิดเกี่ยวกับการบูรณะภาพ (image restoration) เข้ามาใช้ในกระบวนการ กล่าวคือเป็นแนวคิดที่สมมติภาพที่ต้องการ ผ่านกระบวนการลดทอนคุณภาพ (degradation) จนได้ภาพที่ถูกลดทอนคุณภาพ จากนั้นนำภาพที่ถูกลดทอนคุณภาพผ่านกระบวนการย้อนกลับจนได้ภาพประมาณ ที่ใกล้เคียงกับภาพก่อนการลดทอนตามสมการ โดยที่แสดงถึงนอร์มในปริภูมิ ซึ่งโดยทั่วไปมักให้ และปัญหานี้เทียบได้กับปัญหากำลังสองน้อยที่สุด

ในที่นี้ให้ภาพความละเอียดสูงคือภาพที่ต้องการ ส่วนภาพความละเอียดต่ำคือภาพที่ถูกลดทอนคุณภาพ สิ่งที่ต้องการหาคือกระบวนการบูรณะกลับที่จะสามารถจะทำให้ภาพความละเอียดต่ำที่ถูกลดทอนคุณภาพนั้นกลับเป็นภาพความละเอียดสูงที่ใกล้เคียงกับภาพความละเอียดสูงต้นแบบให้มากที่สุด โดยกระบวนการย้อนกลับนั้นจะต้องอ้างอิงกระบวนการลดทอน

กระบวนการหนึ่งซึ่งสร้างเลียนแบบกระบวนการเกิดภาพความละเอียดต่ำจากการถ่ายภาพ โดยที่เริ่มจากการที่ภาพความละเอียดสูง (ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ไม่จำกัด) ถูกถ่ายภาพด้วยมุมกล้องที่แตกต่างกัน และแสงที่เก็บข้อมูลของภาพนั้นผ่านเลนส์จะเกิดการทำให้ภาพไม่ชัดเจน (blur) หรืออาจจะเกิดจากการที่ภาพขยับทำให้เกิดทำให้ภาพไม่ชัดเจน (motion blur) และในที่สุดก็จะถูกลดความละเอียดลงด้วยอุปกรณ์รับภาพเช่นฟิล์มหรือ charge-coupled device (CCD) ของกล้อง ทำให้ภาพความละเอียดสูงที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ไม่จำกัดถูกลดทอนความละเอียดลงเหลือภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่จำกัด

ในความเป็นจริงแล้วไม่สามารถเก็บภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่แบบไม่จำกัดได้ ภาพที่ทำกลับจึงจะต้องมีความละเอียดเชิงพื้นที่แบบจำกัด และในที่นี้จะนำภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ต่ำมาสร้างให้เป็นภาพความละเอียดเชิงพื้นที่สูงและมีความละเอียดตามที่ต้องการและเหมาะสมกับปริมาณของข้อมูลความละเอียดต่ำที่ได้รับมาโดยกระบวนการย้อนกลับ

กระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดนั้นจะสามารถทำได้โดยการทำการบูรณะกลับจากการบวนการเกิดภาพความละเอียดต่ำ คือการนำภาพความละเอียดต่ำมาเลื่อนที่ให้ตรงกันกับตำแหน่งของภาพความละเอียดต่ำอ้างอิงหรือเฟรมแรกแล้วผ่านกระบวนการวนรอบเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องที่สุดสำหรับการทำให้ภาพไม่ชัดเจนและการลด

ความละเอียดของภาพลงตามแบบจำลองที่สร้างขึ้นหรือการกระบวนการหาแบบจำลอง (system identification)

### แบบจำลองของการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำหลายภาพ

การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดนั้นใช้โมเดลของการบูรณะภาพ (restoration) เป็นหลักนั่นคือเป็นการโมเดลภาพที่ถูกทอนประสิทธิภาพจากภาพต้นฉบับหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งในกรณีนี้ว่าเป็นภาพที่มีความละเอียดสูง

$$g_k = H_k f + n_k \quad 1)$$

โดยที่ เป็นเวกเตอร์แสดงถึงภาพที่ถูกทอนประสิทธิภาพ เรียงตามลำดับที่แบบเลขิโคกราฟ (lexicographic order), เป็นเมทริกซ์ปฏิบัติการการทอนภาพ (operation matrix of degradation function) โดยสังเกตว่ามีลักษณะที่มีที่ว่างมาก (sparse) เป็นเวกเตอร์ของรูปที่มีความละเอียดสูง ซึ่งมีขนาดเท่ากับ เวกเตอร์ของสัญญาณรบกวน

และ นั้นมี ห้อยอยู่แสดงถึงค่าของเวกเตอร์และเมทริกซ์ของภาพที่ และ นั้น เมทริกซ์ปฏิบัติการ (operation matrix) ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมทริกซ์ทั้งสามดังนี้

$$H_k = D B_k S_k \quad 2)$$

โดยที่ , และ ซึ่งเมทริกซ์เหล่านี้เป็นการเปลี่ยนที่ตำแหน่ง (Shifting) การทำพรา และ การชักตัวอย่างลง (Down-sampling) ของรูปภาพตามลำดับ [16]

### เมทริกซ์ปฏิบัติการการทอนภาพ

จะเห็นว่าไม่่ว่าระบบจะเป็นแบบใดสิ่งที่จะต้องจำลองให้ได้คือเมทริกซ์ปฏิบัติการการทอนภาพ ซึ่งประกอบขึ้นมาจากกระบวนการสามขั้นตอน และเมทริกซ์ปฏิบัติการการทอนภาพสลับเปลี่ยน

$$H_k^T = S_k^T B_k^T D^T \quad 3)$$

### การเปลี่ยนที่ตำแหน่ง

ในการถ่ายภาพต่อเนื่องหลาย ๆ ครั้งนั้นสิ่งที่เกิดขึ้นเสมอคือภาพสองภาพที่ถ่ายติดกัน จุดภาพของทั้งสองจุดภาพจะไม่ได้อยู่ในตำแหน่งเดียวกัน แม้ว่าจะตั้งใจถ่ายภาพเดียวกัน ภาพที่ได้ก็จะมีอาการเหลื่อมกันเล็กน้อย จุดมุ่งหมายของการเลื่อนที่ตำแหน่งภาพในกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดคือการเลื่อนตำแหน่งของภาพในเฟรมต่าง ๆ ให้มาอยู่ในจุดเดียวกัน เพื่อที่จะสามารถใช้ข้อมูลที่อยู่ในจุดใกล้เคียงกันของภาพที่กระจายอยู่ในแต่ละเฟรมมาช่วยในการ



สร้างภาพความละเอียดสูงกลับขึ้นมา สิ่งที่ต้องหาในกระบวนการก่อนหน้าที่จะมีการเลื่อนตำแหน่งของภาพความละเอียดต่ำเหล่านั้นคือการรีจิสเตอร์ภาพไปยังตำแหน่งอ้างอิง โดยอาจจะกำหนดที่เฟรมแรกของข้อมูลหรือเฟรม กึ่งกลางของข้อมูลก็ได้เป็นเฟรมอ้างอิง จากนั้นนำเฟรมที่สนใจมาเปรียบเทียบกับเฟรมอ้างอิงว่ามีการเคลื่อนที่ไปเท่าใด โดยจะเรียกเวกเตอร์ที่สามารถนำภาพจากเฟรมดังกล่าวเลื่อนไปที่ตำแหน่งอ้างอิงได้ว่าเวกเตอร์ของการเคลื่อนที่ (motion vector)

ถ้าหาก นั้นเป็นเมทริกซ์ตัวแทนการเลื่อนตำแหน่งของจุดภาพตำแหน่งหนึ่งไปอีกตำแหน่งหนึ่ง ก็อาจจะสามารถกล่าวได้ว่า เมทริกซ์ตัวแทนการเลื่อนตำแหน่งสลับเปลี่ยน ก็จะสามารถแสดงการเลื่อนตำแหน่งของจุดภาพจากจุดที่เลื่อนไปตำแหน่งนั้นกลับมาที่ตำแหน่งเดิม

นอกจากการปฏิบัติการณ์จะหมายถึงการเลื่อนตำแหน่งรูปแล้วยังหมายรวมถึงการเลื่อนตำแหน่งของจุดภาพจุดใด ๆ ไปอีกตำแหน่งหนึ่งอีกด้วย เช่นในกรณีนี้ภาพอาจจะไม่เลื่อนที่ไปตามแกนทั้งสองมิติของรูปเท่านั้น อาจเกิดการหมุนของภาพพร้อมกันไปด้วย หรือในกรณีที่ภาพเกิดความบิดเบี้ยว (distortion) เช่นในกรณีภาพของมนุษย์กำลังหันหน้าเป็นต้น จำเป็นจะต้องนำภาพจะเฟรมรอบข้างหมุนหรือบิดมาให้ตรงกันกับภาพหลักในตำแหน่งอ้างอิงให้ได้ ในกรณีตัวปฏิบัติการณ์สลับเปลี่ยนนั้นก็จะเป็นการย้อนกลับเหมือนกับกรณีเคลื่อนที่ ซึ่งจำเป็นจะต้องหมุนหรือบิดภาพกลับไปตำแหน่งเดิมได้ด้วยเช่นกัน

กรณีที่สามารถเคลื่อนที่ บิด หรือ หมุนภาพกลับไปยังตำแหน่งเดิมได้ถูกต้องตามความเป็นจริงทุกจุดจะเรียกว่าการรีจิสเตอร์ภาพแบบสมบูรณ์ (perfect registration) ซึ่งเป็นกรณีในอุดมคติ การรีจิสเตอร์ภาพนั้นมีผลต่อคุณภาพของภาพมาก หากการรีจิสเตอร์นั้นห่างไกลจากความเป็นจริงมากเกินไป ภาพความละเอียดสูงที่ได้จากกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดที่ได้ก็จะมีคุณภาพที่ไม่ดีเช่นกัน

## การทำพรั้า

การทำพรั้า นั้นเกิดขึ้นจากการผิดเพี้ยน (distortion) ค่าที่เป็นจริงหลังจากที่ได้สัญญาณที่ใช้วัดค่าตกกระทบวัตถุเช่นแสงในกรณีของภาพถ่ายทั่วไป หรือสัญญาณเสียงความถี่สูงในกรณีของภาพอัลตราซาวด์ สะท้อนมายังตัวรับภาพ การบิดเบือนในกรณีนี้จะทำให้วัตถุในภาพมีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปจากสัญญาณแสงเดิม ในภาพถ่ายทั่วไปนั้นอาจเกิดจากเลนส์ของกล้อง หรือการเปิดหน้ากล้องนานทำให้ภาพที่มีการเคลื่อนที่นั้นฉายซ้ำลงไปบนตัวรับภาพ โดยทั่วไปจะเรียกกระบวนการนี้ว่าการทำพรั้า โดยภาพที่ได้จะมีลักษณะที่ไม่คมชัดตามขอบของภาพในส่วนต่าง ๆ เนื่องจากการสะสมข้อมูลจากจุดภาพข้างเคียง เช่น การทำพรั้าหรือการทำพรั้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่โดยจะมีตัวปฏิบัติการณ์การบิดเบือนเรียกว่า ฟังก์ชันกระจายจุด (point spread function:

PSF) ซึ่งมักจะจำลองขึ้นตามคุณลักษณะของเลนส์หรือกระบวนการบังคับภาพให้เกิดขึ้นในตำแหน่งของตัวรับภาพ เมื่อนำฟังก์ชันกระจายจุดมาจัดให้อยู่ในรูปแบบปฏิบัติการจะได้เมทริกซ์ที่มีรูปแบบเป็นแบบ *Toeplitz* ขนาดและรูปแบบของเมทริกซ์จะขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของขอบเขตที่ทำให้กับการทำพรา

ในกรณีที่ให้การทำพราที่มีเงื่อนไขศูนย์ที่ขอบภาพ จะเห็นเป็นภาพที่มีขอบสีดำล้อมรอบอยู่กับภาพที่ผ่านการทำพรา เมื่อนำผลของภาพที่ได้จากการทำพราโดยวิธีการคูณประสานนี้ มาลบขอบออกจนได้ภาพที่มีขนาดเท่ากับภาพตั้งต้น แล้วก็จะสมมูลกับการทำพราภาพด้วยวิธีที่ใช้เมทริกซ์แบบกำหนดเงื่อนไขศูนย์ที่ขอบที่กล่าวไปข้างต้น

ส่วนในกรณีที่การทำพราที่มีขอบเขตแตกต่างจากเงื่อนไขศูนย์ที่ขอบภาพ เช่นเงื่อนไขขอบเขตรายคาบ (periodic boundary conditions) หรือเงื่อนไขขอบเขตแบบสะท้อน (Neumann boundary conditions หรือ reflected boundary conditions) [17, 18] ซึ่งการทำพราโดยการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตต่าง ๆ กันนั้นสามารถทำให้อยู่ในรูปแบบสมมาตรหรือไม่สมมาตรได้เช่นเดียวกัน [18]

นอกจากเงื่อนไขขอบเขตที่กล่าวไปแล้ว การทำพราเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ปัญหาการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดนี้เป็นปัญหาตั้งไว้แล้ว [12, 14, 19] และการทำให้ภาพกลับมาชัดจากการทำพราที่มีความไวต่อสัญญาณรบกวน [19] เพราะเมทริกซ์ของการทำพราที่มีค่าลักษณะเฉพาะที่กระจายตัวอยู่ช่วงที่กว้าง ทำให้สามารถขยายผลของสัญญาณรบกวนเป็นไปได้อีก ซึ่งปัญหาตั้งไว้แล้วดังกล่าวมานั้นจำเป็นจะต้องใช้กระบวนการเรกูลารีไรซ์ ช่วยปรับปรุงสถานะทำให้การหาคำตอบนั้นเป็นไปได้อย่างดีขึ้น [19]

### การซัดตัวอย่างลง

การซัดตัวอย่างลงนั้นเกิดจากการที่ตัวรับภาพที่ใช้ในกระบวนการเก็บภาพนั้นมีขนาดเชิงพื้นที่จำกัดไม่สามารถจัดเก็บข้อมูลต่อเนื่องไว้ได้ จึงจำเป็นต้องมีการสุ่มข้อมูลต่อเนื่องเหล่านั้นมาเก็บไว้ในขนาดจำกัด ส่งผลให้ภาพที่ถูกจัดเก็บด้วยตัวรับภาพแบบดังกล่าวมีความละเอียดด้อยลงไปจากเดิม

ถ้าหาก นั้นเป็นเมทริกซ์ตัวแทนการซัดตัวอย่างลงของภาพความละเอียดสูงภาพหนึ่งให้กลายเป็นภาพความละเอียดต่ำภาพหนึ่งด้วยอัตราส่วน และ ตามแกนทั้งสองของภาพตามลำดับ ก็อาจจะสามารถกล่าวได้อีกเช่นกันว่า เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ตัวแทนการซัดตัวอย่างลง สมมูลกับตัวปฏิบัติการซัดตัวอย่างขึ้น (upsampling) ด้วยอัตราส่วนเดียวกันคือ และ ตามแกนทั้งสองของภาพตามลำดับ [12, 14]

## วิธีทำซ้ำที่ใช้ในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวด

การแก้สมการเชิงเส้นที่มีขนาดใหญ่เช่นในงานทางวิศวกรรมนั้น จะแก้ไขได้ง่ายโดยอาศัยคอมพิวเตอร์ในการช่วยหาผลเฉลย ซึ่งในการแก้สมการหาผลเฉลยนั้นมีอยู่ด้วยกันสองวิธีใหญ่ ๆ คือวิธีตรง (direct method) จากการแยกตัวประกอบเมทริกซ์ LU (รายละเอียดสามารถดูได้จาก [20] เป็นต้น) หรือวิธีการที่คล้ายกัน และวิธีอ้อม (indirect method) การใช้วิธีตรงนั้นหากจากระบบสมการมีขนาดใหญ่และเมทริกซ์มีความหนาแน่นมากจะทำให้เวลาที่ใช้ในการการคำนวณผลเฉลยยาวนาน [21] การใช้การแก้สมการด้วยวิธีทางอ้อม หรือโดยใช้หลักการซ้ำเช่น การลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ หรือ เกรเดียนต์สังยุค นั้นมีความเหมาะสมกว่าเพราะมักใช้หน่วยความจำได้อย่างคุ้มค่าและทำงานได้รวดเร็ว [21]

## การลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ (steepest descent)

การลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ เป็นกระบวนการแบบทำซ้ำเพื่อใช้หาจุดต่ำสุดเฉพาะที่ (local minimum) ของฟังก์ชันซึ่งเป็นที่รู้จักก่อนวิธีเกรเดียนต์สังยุค [22] โดยที่ติดตั้งที่จุดกำหนดเองใด ๆ  $\mathbf{x}_0$  และระเบียบวิธีจะให้กำเนิดลำดับของเวกเตอร์  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$  ในทุกรอบการทำซ้ำ และจะเลิกกระบวนการหากได้  $\mathbf{x}_k$  ที่ใกล้จุดต่ำสุดของฟังก์ชันเพียงพอ

ระเบียบวิธีจะให้กำเนิด  $\mathbf{x}_k$  ในแต่ละรอบโดยการค้นตามเส้นทางที่ทำให้ฟังก์ชันมูลค่า (cost function)  $f(\mathbf{x})$  มีค่าต่ำสุดนั่นคือทิศตรงกันข้ามกับ  $\nabla f(\mathbf{x})$

$$\mathbf{s}_k = -\nabla f(\mathbf{x}_k) \quad 4)$$

โดยที่  $\mathbf{s}_k$  เป็นทิศทางที่ทำให้ค่า  $\mathbf{x}_{k+1}$  มีค่าต่ำสุด เมื่อนำมารวมเข้ากับ  $\mathbf{x}_k$  ที่จุดเดิมจะได้

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{s}_k \quad 5)$$

ในขณะที่  $\alpha_k$  เป็นระยะทางช่วงก้าว (step size) ที่ทำให้ได้ค่าของ  $\mathbf{x}_{k+1}$  ที่ทำให้ฟังก์ชันมูลค่าต่ำสุด โดยระยะทางช่วงก้าว  $\alpha_k$  ได้จากการหาจุดที่มีค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ซึ่งกระบวนการนี้เรียกว่า การค้นหาตามเส้น (line search)

## การค้นหาตามเส้น

การค้นหาตามเส้นนั้นเป็นการหาจุดต่ำสุดของฟังก์ชันแบบมิติเดียว ซึ่งหาได้โดยอาศัยการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเพื่อหาจุดต่ำสุดที่มีความชันของฟังก์ชันมูลค่าที่จุด เป็นศูนย์จากฟังก์ชันมูลค่า

การค้นหาตามเส้นนั้นสามารถแบ่งได้เป็นสองวิธีคือแบบแม่นยำ (exact line search) และแบบประมาณ (inexact line search) โดยที่หากฟังก์ชันมูลค่าเป็นแบบสมการกำลังสองจะมีนิพจน์วิเคราะห์ (analytical expression) สำหรับการหาระยะช่วงก้าว ในขณะที่หากปัญหาเป็นไม่เป็นฟังก์ชันดังกล่าวมักไม่มีนิพจน์วิเคราะห์ซึ่งการนำไปสร้างจริงนั้นจะซับซ้อนมากยิ่งขึ้น การหาระยะทางช่วงก้าวโดยที่ไม่มีนิพจน์วิเคราะห์นั้นสามารถทำได้หลายวิธี โดยวิธีหนึ่งที่เป็นสามารถทำได้คือการใช้การประมาณค่าในช่วง (interpolation) ซึ่งประมาณฟังก์ชันมูลค่าด้วยฟังก์ชันเส้นโค้ง เช่นแบบกำลังสองหรือแบบกำลังสามจากนั้นจะนำจุดต่ำสุดของฟังก์ชันที่ประมาณขึ้นมาแทนค่าในฟังก์ชันมูลค่าเพื่อหาความแตกต่างระหว่างค่าของฟังก์ชันมูลค่าจุดนั้นกับจุดต่ำสุดที่ได้จากการประมาณ หากจุดต่ำสุดที่ได้จากการประมาณสามารถเป็นตัวแทนของจุดต่ำสุดของฟังก์ชันมูลค่าแล้ว ก็แสดงว่าการประมาณค่าในช่วงนี้สามารถยอมรับได้และจุดต่ำสุดของฟังก์ชันประมาณที่หาได้ก็จะเป็นระยะทางช่วงก้าว แต่หากจุดต่ำสุดที่สร้างขึ้นจากฟังก์ชันที่ประมาณนั้นไม่สามารถเป็นตัวแทนของจุดต่ำสุดของฟังก์ชันมูลค่าในทิศทางทิศทางการค้นหาแล้วจะต้องประมาณค่าในช่วงใหม่ซึ่งในขั้นตอนนี้ก็สามารถมีกลวิธีย่อยที่แตกต่างกัน ยกตัวอย่างเช่นการนำจุดต่ำสุดจากการประมาณค่าในช่วงครั้งแรกนั้นไปเป็นจุดที่สร้างฟังก์ชันประมาณอีกครั้ง หากจุดต่ำสุดของฟังก์ชันจากการประมาณครั้งที่สองสามารถยอมรับได้ จึงหยุด มิเช่นนั้นแล้วจึงประมาณค่าในช่วงซ้ำอีกครั้งด้วยกลวิธีเดิมจนได้จุดต่ำสุดของฟังก์ชันจากการประมาณที่สามารถยอมรับได้

## เกรเดียนต์สังยุค (conjugate gradient)

วิธีการลดระดับตามแนวเกรเดียนต์นั้นทำให้  $\mathbf{x}_k$  เข้าสู่ผลเฉลยที่ต้องการเมื่อเพิ่มจำนวนการทำซ้ำและหยุดเมื่อผลเฉลยนั้นตรงกับเงื่อนไขการหยุดเช่นในกรณีที่มีค่าต่ำมาก ๆ เพราะเข้าใกล้ผลเฉลยที่ต้องการมากเป็นต้น

แนวคิดของการนำเอาทิศทางสังยุคที่นำมาใช้ในการปรับปรุงวิธีการลดระดับตามแนวเกรเดียนต์ให้เป็นระเบียบวิธีเกรเดียนต์สังยุคเพื่อลดความซ้ำซ้อนของทางเดินของผลเฉลยนั้นสามารถนำมาสร้างจริงได้หลายรูปแบบ โดยที่สามารถจำแนกตามรูปแบบปัญหาที่นำไปใช้ได้เป็นสองประเภทใหญ่ ๆ คือ เกรเดียนต์สังยุคแบบเชิงเส้น และ เกรเดียนต์สังยุคแบบไม่เชิงเส้น

### เกรเดียนต์สังยุคแบบเชิงเส้น

การจำแนกวิธีการเกรเดียนต์สังยุคเป็นแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นนั้น ไม่ใช่เพราะตัวระเบียบวิธีเองเป็นรูปแบบเชิงเส้นหรือไม่ใช่เชิงเส้น หากแต่จำแนกจากรูปแบบของปัญหาตั้งต้นว่าเป็นแบบใด ในกรณีที่ปัญหาตั้งต้นเป็นการแก้สมการแบบเชิงเส้น หรือไปตามรูปแบบกำลังสอง ก็จะใช้ระเบียบวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบเชิงเส้น

1. หาทิศทางของเกรเดียนต์โดยที่

$$\mathbf{g}_0 = \nabla f(\mathbf{x}_0) = \mathbf{A}\mathbf{x}_0 - \mathbf{b}$$

$$\mathbf{g}_k = \mathbf{g}_{k-1} - \alpha_k \mathbf{A}\mathbf{s}_k$$

2. หาทิศทางสังยุคของทิศทางเดิม

$$\mathbf{s}_0 = -\mathbf{g}_0$$

$$\mathbf{s}_k = -\mathbf{g}_k + \beta_k \mathbf{s}_{k-1}$$

โดยที่

$$\beta_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}}$$

3. หาระยะทางช่วงก้าว ที่มีนิพจน์วิเคราะห์

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{A}\mathbf{s}_k}$$

4. เปลี่ยนแปลงค่าของ

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{s}_k$$

5. เปลี่ยนแปลงค่าของ

$$k = k + 1$$

### เกรเดียนต์สังยุคแบบไม่เชิงเส้น

โดยทั่วไปปัญหาทางวิศวกรรมนั้นหากถูกจัดรูปแบบมาให้อยู่ในรูปแบบสมการเชิงเส้นอย่างง่าย นอกจากนั้นระเบียบวิธีเกรเดียนต์สังยุคนั้นยังสามารถนำไปหาจุดต่ำสุดของฟังก์ชันแบบต่อเนื่องแบบอื่น ๆ ได้อีก โดยเฉพาะงานประยุกต์ทางด้านความรู้จำโดยใช้โครงข่ายเส้นประสาท (neural network training) หรือการถดถอยไม่เชิงเส้น (nonlinear regression) [21] แต่หากปัญหาที่สร้างแบบจำลองขึ้นนั้นเป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้นหรืออยู่ในกรณีที่หากเป็นระบบไม่เชิงเส้นแล้วจะได้ผลตอบที่เป็นที่พอใจมากกว่าสร้างแบบจำลองเป็นระบบเชิงเส้นแล้ว การหาผลตอบด้วยวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบเชิงเส้นนั้นจะทำได้ โดยต้องเปลี่ยนแปลงกระบวนการในการทำเกรเดียนต์สังยุคใหม่และไม่มีนิพจน์วิเคราะห์สำหรับการหาระยะทางช่วงก้าวที่แน่นอน

ในปัจจุบันมีการนำเสนอการหาทิศทางสังยุคของเกรเดียนต์ของระบบไม่เชิงเส้นหลายวิธี วิธีแรกที่จะนำเสนอคือ เกรเดียนต์สังยุคแบบ Fletcher-Reeves ซึ่งมีการพิสูจน์การลู่เข้าแบบวงกว้าง (global convergence) [21, 23] และอีกวิธีที่เป็นที่นิยมที่จะกล่าวถึงก็คือวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบ Polak-Ribière ซึ่งการพิสูจน์การลู่เข้าแบบวงกว้างนั้นทำได้ยากกว่า แต่มักให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบ Fletcher-Reeves โดยมักลู่เข้าด้วยจำนวนรอบที่น้อยกว่า ทำให้ระเบียบวิธีโดยรวมนั้นทำได้รวดเร็วกว่า [23]

ระเบียบวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบไม่เชิงเส้นนั้นมีหลักการคล้ายกับเกรเดียนต์สังยุคแบบเชิงเส้น แต่แตกต่างกันที่สูตรของการคำนวณ และวิธีการหาระยะช่วงก้าว เป็นจุดใหญ่โดยที่ในแต่ละวิธีนั้นไม่เหมือนกัน แต่โดยภาพรวมแล้วกระบวนการเกรเดียนต์สังยุคแบบไม่เชิงเส้นเริ่มต้นโดยการ

1. หาทิศทางของเกรเดียนต์เช่นเดิม โดยที่

$$\mathbf{g}_k = \nabla f(\mathbf{x}_k)$$

2. หาทิศทางสังยุคของทิศทางเดิม

$$\mathbf{s}_0 = -\mathbf{g}_0$$

$$\mathbf{s}_k = -\mathbf{g}_k + \beta_k \mathbf{s}_{k-1}$$

3. หาระยะทางช่วงก้าว จากการค้นหาตามเส้นโดยที่ไม่มีนิพจน์วิเคราะห์ที่แน่นอน การหานั้นเป็นไปตามแบบแมนย่าหรือโดยประมาณก็ได้

4. เปลี่ยนแปลงค่าของ

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{s}_k$$

5. เปลี่ยนแปลงค่าของ

$$k = k + 1$$

โดยที่วิธีของ Fletcher-Reeves [24] มี

$$\beta_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}}$$

ส่วนวิธีของ Polak-Ribière [23, 25, 26] มี

$$\beta_k = \frac{\mathbf{g}_k^T (\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1})}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}}$$

## การเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟ

การเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟ [27] นั้นเป็นวิธีการแก้ไขปัญหาเชิงเส้นตั้งไว้เร็วที่นิยมมากที่สุดวิธีหนึ่ง โดยเพิ่มพจน์การเรกูลาร์ไรซ์เพื่อที่จะได้คำตอบที่ดีขึ้นโดยมีค่าพารามิเตอร์การเรกูลาร์ไรซ์ทำหน้าที่เป็นเกณฑ์ควบคุมของทั้งสองเทอม

## การเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟอันดับที่ศูนย์

โดยทั่วไปแล้วการเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟมักจะนิยมทำในอันดับที่ศูนย์ก่อน เนื่องจากมีพจน์การเรกูลาร์ไรซ์คือ

$$\|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (6)$$

ซึ่งทำให้เทอมการเรกูลาร์ไรซ์มีค่าเท่ากับนอร์มบนปริภูมิ  $L^2$  ของระบบ เช่นเมื่อนำไปแก้ปัญหาที่เป็นแบบระบบกำหนดมากเกินไปจะได้คำตอบแบบกำลังสองน้อยที่สุด

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{b} \quad (7)$$

## การเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟอันดับมากกว่าศูนย์

การเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟในอันดับที่สูงขึ้นนั้นจะทำโดยเป็นการหาอนุพันธ์เฉพาะส่วนในอันดับที่สูงขึ้น เช่นในกรณีเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟด้วยอันดับที่สอง

$$\mathbf{x} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\| + \lambda \|\nabla^2 \mathbf{x}\|_2^2 \quad (8)$$

ในกรณีที่ปัญหาเป็นแบบระบบกำหนดมากเกินไป

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T + \lambda\mathbf{L}_\sigma\mathbf{L}_\sigma^T)^{-1}\mathbf{b} \quad (9)$$

## การเรกูลาร์ไรซ์แบบโททลวาริเอชัน

การใช้นอร์มบนปริภูมิ  $L^2$  เช่นการเรกูลาร์ไรซ์แบบติโฮนอฟนั้นจะทำให้คำตอบมีลักษณะราบเรียบ ซึ่งในปัญหาการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดนั้นเบลออกจนเกินไป จึงมีผู้เสนอการเรกูลาร์ไรซ์แบบโททลวาริเอชันเป็นการเรกูลาร์ไรซ์แบบที่ใช้นอร์มบนปริภูมิ  $L^1$  ในพจน์การเรกูลาร์ไรซ์ แต่การใช้นอร์มบนปริภูมิ  $L^1$  นั้นจะทำให้ปัญหาเป็นปัญหาไม่เชิงเส้นซึ่งในบางครั้งจะต้องเปลี่ยนกระบวนการแก้ปัญห โดยที่จะเปลี่ยนพจน์การเรกูลาร์ไรซ์เป็น

$$\mathbf{x} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\| + \lambda \|\nabla \mathbf{x}\| \quad (10)$$

## การเรกูลาร์ไรซ์แบบไบเลเทอรัล-โททลวาริเอชัน

การเรกูลาร์ไรซ์แบบไบเลเทอรัล-โททลวาริเอชัน [12, 14] นั้นเป็นวิธีที่ปรับปรุงจากการเรกูลาร์ไรซ์แบบโททลวาริเอชันโดยใช้ความรู้เรื่องตัวกรองไบเลเทอรัล ซึ่งจะหาค่าเกรเดียนต์จากตัวกรองดังกล่าว

$$\mathbf{x} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| + \lambda Y_{\text{BTV}}(\mathbf{x}) \quad (11)$$

โดยที่พจน์การเรกูลาร์ไรซ์แบบไบเลเทอรัล-โททลวาริเอชัน

$$Y_{\text{BTV}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=-P}^P \sum_{m=-P}^P \alpha^{|m|+|i|} \|\mathbf{x} - \mathbf{S}_i^i \mathbf{S}_j^m \mathbf{x}\|_1 \quad (12)$$

ตัวดำเนินการ  $\mathbf{S}_i^i$  และ  $\mathbf{S}_j^m$  นั้นหมายถึงการเลื่อนภาพ  $\mathbf{x}$  ตามแกนของภาพ  $i$  และแกนของภาพ  $j$  ไป  $i$  และ  $m$  จุดภาพตามลำดับ ซึ่งตัวดำเนินการทั้งสองนั้นจะทำหน้าที่ในการหาค่าอนุพันธ์เฉพาะส่วนของภาพ ค่าคงที่ถ่วงน้ำหนัก  $\alpha$  ที่มีค่าอยู่ระหว่าง  $0 < \alpha < 1$  นั้นจะทำให้ค่าของอนุพันธ์มีผลน้อยลงเมื่อค่าของจุดภาพที่กำลังสนใจจะนำมาหาค่าอนุพันธ์นั้นห่างจากจุดกลางมาก และ  $P$  คืออันดับของภาพตามแนวของภาพที่สนใจจะนำมาหาค่าอนุพันธ์

สำหรับคุณสมบัติการเรกูลาร์ไรซ์ข้างต้นนี้ ได้ถูกวิเคราะห์และนำมาประยุกต์ใช้ในการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ร่วมกับวงจรกรองซาวด์กี-โกเลย์ โดยรายละเอียดดังแสดงในภาคผนวก

## ผลการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนชนิดเรย์ลีแบบคุณ

ทั้งภาพอัลตราซาวนด์ทางการแพทย์และภาพที่ได้จากช่องเปิดสังเคราะห์นั้นมักถูกสร้างแบบจำลองให้มีสัญญาณรบกวนแบบคุณซึ่งแตกต่างจากภาพถ่ายโดยทั่วไปที่มีแบบจำลองของสัญญาณรบกวนแบบบวก เนื่องจากข้อจำกัดของอุปกรณ์และกระบวนการรับภาพ ทำให้ภาพดังกล่าวเป็นภาพที่มีความละเอียดต่ำทั้งยังไม่อาจสังเกตเห็นรายละเอียดของภาพได้ชัดเจน กระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดช่วยให้ภาพความละเอียดต่ำที่ได้มีความละเอียดสูงยิ่งขึ้นทำให้สามารถสังเกตเห็นรายละเอียดได้ชัดเจนซึ่งสามารถนำภาพเหล่านี้ไปใช้ประโยชน์ได้ดียิ่งขึ้น

## แบบจำลองการสร้างภาพความละเอียดต่ำที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ

ในงานวิจัยอื่น ๆ นั้นสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่มีการรบกวนแบบด้วยสัญญาณรบกวนแบบบวก ซึ่งมักถูกจำลองด้วยสัญญาณรบกวนชนิดเกาส์แบบ



บวกหลาย ๆ ภาพ งานวิจัยนี้แตกต่างจากงานวิจัยที่เคยมีมาดังกล่าวด้วยการนำภาพความละเอียดต่ำที่มีการรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบคูณหลาย ๆ ภาพมาใช้ เริ่มด้วยการนำภาพความละเอียดต่ำมาเรียงต่อกันตั้งแต่เฟรมที่ 1 ถึง  $p$  เช่นเดียวกันกับขั้นตอนการกำเนิดภาพความละเอียดต่ำจากการถ่ายภาพ

แต่กระบวนการรับภาพของตัวรับภาพความละเอียดต่ำที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบเรย์ลีแบบคูณนั้นแตกต่างจากสมการของกระบวนการรับภาพกรณีทั่วไป เนื่องจากสัญญาณรบกวนนั้นมาคูณอยู่กับสัญญาณภาพ

การกำเนิดสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคูณนั้นเกิดจากการเคลื่อนที่ตัวนำของการกำเนิดภาพผ่านตัวกลางที่มีการสะท้อนและส่งผ่านหลายชั้น เช่นในกรณีของภาพอัลตราซาวด์นั้นคลื่นตัวนำคือคลื่นอัลตราซาวด์และตัวกลางเป็นชั้นของผิวหนังเป็นต้น หลังจากนั้นภาพในมุมมองที่แตกต่างกันเหล่านั้นถูกรวมผ่านตัวรับที่มีฟังก์ชันกระจายจุดและทำให้มีความละเอียดเชิงพื้นที่จำกัดคล้ายกันกับกรณีการรับภาพโดยทั่วไป เมื่อนำผลของการถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคูณมารวมกันเพื่อสร้างขั้นตอนการกำเนิดภาพความละเอียดต่ำโดยที่ได้ผลดังนี้

$$\mathbf{z}_k = (\mathbf{H}_k \mathbf{f}) \odot \mathbf{n}_k \tag{13}$$

ในขณะที่  $\mathbf{f}$  เป็นวัตถุหรือภาพที่มีความละเอียดสูง,  $\mathbf{z}_k$  เป็นภาพความละเอียดต่ำที่ถูกสัญญาณแบบเรย์ลีรบกวน,  $\mathbf{H}_k$  เป็นกระบวนการลดทอนคุณภาพของภาพเช่นเดียวกัน, และ  $\mathbf{n}_k$  เป็นสัญญาณรบกวนเรย์ลีที่รบกวนในภาพที่  $k$

**กระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดที่เหมาะสมกับภาพความละเอียดต่ำที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบเรย์ลี**

ภาพประเภทที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบเรย์ลีนั้นมักใช้ฟังก์ชันลอการิทึมในการบีบอัดช่วงพลวัตของภาพ ซึ่งสามารถเขียนสมการ ในฟังก์ชันลอการิทึมได้ ในกรณีสัญญาณรบกวนแบบคูณเปลี่ยนเป็นสัญญาณรบกวนแบบบวก สามารถหาผลเฉลยได้โดยหาค่าที่น้อยที่สุดของ  $\mathbf{f}$  จากฟังก์ชันมูลค่าที่เปลี่ยนเป็น

$$\underset{\mathbf{f}}{\operatorname{argmin}} \|\log \mathbf{H}_k \mathbf{f} - \log \mathbf{z}_k\| \tag{14}$$

## ผลการทดลองจากภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคูณ

ผลการทดลองจากภาพหลอน (phantom image) ที่ถูกสร้างเลียนแบบกระบวนการอัลตราซาวนด์โดยใช้สัญญาณรบกวนแบบเรย์ลีแบบคูณ การทดลองใช้ภาพความละเอียดต่ำ 16 เพื่อเพิ่มความละเอียดขึ้น 4 เท่า ภาพที่มีสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคูณที่มีค่าความแปรปรวน 0.7979 โดยใช้ฟังก์ชันมูลค่าที่ใช้นอร์มบนปริภูมิ  $L^1$  ใช้การเรกูลาร์ไรซ์แบบ BTV ที่ตั้ง  $\alpha = 0.7$  และขนาดหน้าต่าง  $p = 2$  โดยใช้การทำซ้ำด้วยวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบ Polak-Ribière+ จำนวนรอบที่มากที่สุดคือ 50 ครั้ง และนอร์มของเวกเตอร์ตกค้าง น้อยกว่า  $1 \times 10^{-3}$  หรือลดลงจากรอบการทำซ้ำก่อนหน้าไม่เกินร้อยละ 1 โดยเปรียบเทียบผลระหว่าง

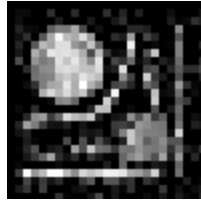
- วิธี 16-look ซึ่งนิยมทำกับภาพที่มีการรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบจุดต่าง โดยเฉลี่ยสัญญาณที่วัดได้จำนวน  $C$  ภาพและเรียกว่าข้อมูลหรือภาพที่  $C$  ว่า  $C$ -look
- วิธี A คือการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดด้วยฟังก์ชันมูลค่าที่หาคำตอบโดยใช้ผลต่างจำกัด
- วิธี B คือวิธีการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดด้วยฟังก์ชันมูลค่าโดยใช้วิธีสลับเมทริกซ์
- วิธี C คือวิธีการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดโดยนำคำตอบจากวิธี B ไปหาคำตอบต่อด้วยวิธี A

	$\alpha$	จำนวนรอบ	เวลาที่ใช้ (วินาที)	ค่า PSNR (dB)
16-look	-	-	-	10.02
วิธี A	0.1	9	8963	15.97
วิธี B	0.25	17	39	13.35
วิธี C	0.1	5	4752	15.23

ตารางแสดงรายละเอียดผลการจำลองการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดที่ใช้ภาพหลอนความละเอียดต่ำที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคูณ เปรียบเทียบผลระหว่าง วิธี 16-look, วิธี A, วิธี B และวิธี C



ก)



ข)



ค)



ง)



จ)



ฉ)

รูปแสดงผลการทดลองการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดจากภาพความละเอียดต่ำที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ

- ก) ภาพความละเอียดสูงต้นฉบับ
- ข) ภาพความละเอียดต่ำต้นฉบับที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเรย์ลีแบบคุณ
- ค) ภาพจากวิธี 16-look
- ง) ภาพความละเอียดสูงที่สร้างขึ้นจากการหาค่าที่น้อยที่สุดที่จากฟังก์ชันมูลค่า โดยหาค่าเกรเดียนต์ด้วยวิธีผลต่างจำกัด
- จ) ภาพความละเอียดสูงที่สร้างขึ้นจากการหาค่าที่น้อยที่สุดที่จากฟังก์ชันมูลค่าโดยการสำหรับตำแหน่งตัวปฏิบัติการ
- ฉ) นำคำตอบจาก จ) มาหาค่าตอบต่อโดยฟังก์ชันมูลค่าแบบใน ง)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## References

- [1] D. Capel, "Image Mosaicing and Super-resolution," 2001.
- [2] T. Inouye, "The super resolution of gamma-ray spectrum," *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 30, pp. 224-228, 1964.
- [3] M. Walter and K. Hasselmann, "Super-resolution of tides," *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, vol. 12, 1964.
- [4] T. S. Huang and R. Y. Tsay, "Multiple frame image restoration and registration," in *Advances in Computer Vision and Image Processing*, 1984, pp. 317-339.
- [5] S. Park, M. Park, and M. Kang, "Super-Resolution Image Reconstruction: A Technical Overview," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 20, pp. 21-36, 2003.
- [6] S. P. Kim, N. Bose, and H. M. Valenzuela, "Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframe," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 38, pp. 1013-1027, 1990.
- [7] M. Irani and S. Peleg, "Motion Analysis for Image Enhancement: Resolution, Occlusion, and Transparency," *Visual Communications and Image Representation*, vol. 4, pp. 324-335, 1993.
- [8] D. Keren, S. Peleg, and R. Brada, "Image Sequence Enhancement Using Sub-pixel Displacements," in *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1988, pp. 742-746.
- [9] M. Elad and A. Feuer, "Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, pp. 1646-1658, 1997.
- [10] N. Nguyen, "Numerical Algorithms for Image Superresolution," 2000.
- [11] N. Nguyen, P. Milanfar, and G. Golub, "A computationally efficient image superresolution algorithm," *IEEE transactions on image processing*, vol. 10, pp. 573-583, 2001.
- [12] S. Farsiu, "A fast and robust framework for image fusion and enhancement," 2005.
- [13] A. Zomet, S. Peleg, and S. Chaudhuri, "Super-Resolution from Multiple Images Having Arbitrary Mutual Motion," in *Super-Resolution Imaging*: Kluwer, 2001, pp. 195-209.

- [14] S. Farsiu, D. Robinson, M. Elad, and P. Milanfar, "Robust Shift and Add Approach

## ภาคผนวก

### การลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ด้วยวงจรรองซาวีสกี-โกเลย์แบบเร็กูลาร์ไรซ์

#### 1. บทนำ

ภาพอัลตราซาวนด์เป็นภาพที่นิยมใช้ในการวินิจฉัยทางการแพทย์โดยอาศัยคลื่นเสียงความถี่สูงสะท้อนกับเนื้อเยื่อหรืออวัยวะภายในร่างกายของคนเราและตรวจจับออกมาเป็นภาพ ความมากน้อยของจำนวนตัวสะท้อนต่อพื้นที่ (number of scatterers per resolution) บนเนื้อเยื่อหรืออวัยวะดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับชนิดและขนาดของเนื้อเยื่อหรืออวัยวะนั้นๆ ซึ่งหากมีมากถึงค่าๆหนึ่งเราจะเรียกห้วงการสะท้อนนี้ว่า Fully Form Speckle : FFS คลื่นเสียงที่สะท้อนกลับจากตัวสะท้อนเหล่านี้จะสะท้อนกลับออกไปในลักษณะหลายทิศทาง และเกิดการแทรกสอดขึ้นอันเป็นสาเหตุทำให้การสร้างภาพอัลตราซาวนด์มีความพร่าและมีสัญญาณรบกวนที่เรียกว่า Speckle Noise รวมอยู่ด้วย [1] ส่งผลให้การวินิจฉัยเป็นไปได้ยากลำบาก ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องขจัดสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ก่อนที่จะนำภาพไปผ่านกระบวนการต่อไป

จากงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีการใช้วงจรรองแบบผ่านต่ำ (Low-pass Filter) เช่น วงจรรองเฉลี่ย (Mean Filter) วงจรรองมัธยฐาน (Median Filter) ซึ่งไม่เหมาะที่จะนำมาใช้ในการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ โดยวงจรรองเหล่านี้จะทำให้องค์ประกอบที่สำคัญพร่าลงไป ส่วนวงจรรองที่ได้พัฒนาและเป็นที่ยอมรับสำหรับการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ประกอบไปด้วยวงจรรองมัธยฐานถ่วงน้ำหนักแบบปรับตัวได้ (Adaptive Weighted Median Filters : AWM) และวงจรรองสัญญาณมลทินปรับตัวได้ (Adaptive Speckle Reduction Filters : ASR) ในวงจรรอง AWM [2] พิกเซลเอาต์พุตที่แต่ละตำแหน่งหาได้จากค่ามัธยฐานของชุดข้อมูลที่ถูกถ่วงน้ำหนักซึ่งประมาณค่าจาก SNR ในย่านของชุดข้อมูลที่สุ่มขึ้นมา ส่วนในวงจรรอง ASR [3] จะอาศัยสัมประสิทธิ์ความแปรผันในการประมาณการกระจายตัวของข้อมูล เพื่อนำไปคำนวณหาค่าเอาต์พุตในย่านที่เราสนใจ โดยเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรรองเฉลี่ยและวงจรรองมัธยฐานจะเห็นได้ว่าวงจรรอง ASR และวงจรรอง AWM สามารถลดทอนสัญญาณรบกวนและรักษาเส้นขอบภาพได้ดีกว่า ส่วนวงจรรองซาวีสกี-โกเลย์สองมิติ (2-D Savitzky-Golay Filters: SG) ที่ได้ถูกนำมาใช้ในการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์นั้น [4] เป็นวงจรรองอาศัยหลักการในการฟิตระนาบเส้นโค้งลงบนจุดข้อมูลแบบกำลังสองน้อยสุด และคำนวณหาเอาต์พุตของวงจรรอง ณ ตำแหน่งศูนย์กลางของระนาบเส้นโค้งในหน้าต่างวงจรรอง ซึ่งการคำนวณค่าดังกล่าวสามารถสร้างค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองเพียงชุด

เดียวให้ทำงานในรูปของผลการประสานกับรูปภาพทั้งภาพ ทำให้มีประสิทธิภาพในการคำนวณที่สูง และเหมาะที่จะนำไปใช้งานในเชิงเวลาจริง แต่ในหลายๆ กรณี สัญญาณคลื่นเสียงที่ตรวจจับได้ จะถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนที่มีกำลังงานสูง ซึ่งทำให้การพิงเส้นโค้งลงบนจุดข้อมูลมักจะไปติดตามผลของสัญญาณรบกวนและไม่สามารถทำให้สัญญาณเอาต์พุตมีความราบเรียบที่เพียงพอได้ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงจะได้นำเสนอวงจรรองซาวิตสกี-โกเลย์แบบเร็กกูลาร์ไรซ์ (Regularized Savitzky-Golay Filters : RSG) ซึ่งเป็นการขยายผลจากวงจรรองซาวิตสกี-โกเลย์โดยการเพิ่มองค์ความรู้เกี่ยวกับการเร็กกูลาร์ไรซ์ชันที่มีอยู่ก่อนหน้า มาช่วยในการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ให้มีความราบเรียบ และรักษาองค์ประกอบที่สำคัญของภาพให้ดียิ่งขึ้น โดยก่อนที่จะกล่าวถึงวงจรรองแบบใหม่นี้จะได้กล่าวย้อนถึง หลักการเร็กกูลาร์ไรซ์ชันแบบทิกฮอนอฟ เป็นลำดับแรก จากนั้นจึงจะได้กล่าวถึงหลักการพิงเส้นโค้งแบบกำลังสองน้อยสุดในวงจรรองซาวิตสกี-โกเลย์ และจึงจะนำเสนองจรรองซาวิตสกี-โกเลย์แบบเร็กกูลาร์ไรซ์ และได้กล่าวถึงหลักการจำลองภาพอัลตราซาวนด์สังเคราะห์ ตามด้วยการประเมินประสิทธิภาพของวงจรรองในการลดทอนสัญญาณรบกวนและการคงสภาพเส้นขอบ และจึงสรุปผลการทดลอง เป็นลำดับสุดท้าย

## 2. ทิกฮอนอฟเร็กกูลาร์ไรซ์ชัน (Tikhonov Regularization)

โดยปกติระบบเชิงเส้นที่เราต้องการแก้ปัญหาสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$A\vec{a} = \vec{f} \quad (1)$$

โดยที่  $A$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $m \times n$ ,  $\vec{a}$  เป็นเวกเตอร์ที่ไม่ทราบค่าขนาด  $n \times 1$  และ  $\vec{f}$  เป็นเวกเตอร์ทราบค่าขนาด  $m \times 1$  จากสมการที่ (1) จะเห็นได้ว่าหากเมทริกซ์  $A$  เป็นเมทริกซ์จัตุรัส  $m = n$  แล้วเราจะสามารถหาค่าของเวกเตอร์  $\vec{a}$  ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ไม่ทราบค่าได้โดยการแปลงผกผันเมทริกซ์  $A$  กลับไปได้ทันที แต่โดยทั่วไปแล้วเราพบว่าเมทริกซ์  $A$  มักจะไม่ใช่เมทริกซ์จัตุรัส ซึ่งทำให้คำตอบที่ได้มีหลายค่าและไม่สามารถหาคำตอบที่เด่นชัดได้ ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงเปลี่ยนไป และมีการกำหนดเงื่อนไขขึ้นมาว่า คำตอบของระบบสมการที่ต้องการนั้นควรจะมีค่าเท่าใด เงื่อนไขที่นิยมใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมดังกล่าว โดยทั่วไปแล้วจะพยายามให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองของคำตอบหรือผลเฉลยมีค่าน้อยที่สุดหรือหากมองในแง่ของการพิงเส้นโค้งลงบนจุดข้อมูลแล้ว เส้นโค้งดังกล่าวจะต้องกระชับจุดข้อมูลเหล่านั้นได้ทุกจุด คำตอบของวิธีการดังกล่าวนี้เรียกว่าผลเฉลยแบบกำลังสองน้อยสุด (least square solution)

ในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาแบบกำลังสองน้อยสุด (least square) นั้น โดยทั่วไปเราจะทำการหาค่าที่ต่ำที่สุด (minimization) ของฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function) แบบนอร์มสอง  $L_2$  เนื่องจากสามารถอธิบายได้ง่ายในเชิงเรขาคณิต และยังให้ผลเฉลยที่

ให้ค่าความเป็นไปได้เชิงสถิติที่ดีหากค่าการกระจายตัวของค่าความผิดพลาดของข้อมูลนั้นๆ มีการแจกแจงเป็นแบบปกติ (normal distribution) ในที่นี้เราจะหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเมทริกซ์ที่มีขนาด  $m > n$  หรือมีจำนวนแถวมากกว่าจำนวนหลักซึ่งเป็นกรณีทั่วไปของปัญหาแบบกำลังสองน้อยสุดดังสมการ

$$\arg \min_{\vec{a}} \|\mathbf{A}\vec{a} - \vec{f}\|_2^2 \quad (2)$$

และเมื่อหาค่าเวกเตอร์ผลเฉลยที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (2) มีค่าต่ำที่สุดจะได้

$$\vec{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \vec{f} \quad (3)$$

สมการที่ (3) ข้างต้นเป็นสมการผลเฉลยในรูปแบบทั่วไปของปัญหาแบบกำลังน้อยสุด แต่ในหลายๆ กรณีฟังก์ชันที่เราต้องการหาค่ามักจะอยู่ในสภาวะที่เลว (ill-conditioned) ซึ่งหมายถึงฟังก์ชันของเราไม่สามารถหาผลตอบได้ หรือหากหาค่าได้ก็มักจะมีหลายผลตอบ อีกทั้งผลตอบของฟังก์ชันที่ได้มักจะมีลักษณะที่ไม่ราบเรียบและขาดความต่อเนื่อง เพื่อแก้ปัญหาระบบที่มีลักษณะดังกล่าวนี้ ทิคโฮนอฟ (Tikhonov) ได้นำเสนอวิธีการเร็กกูลารีไรเซชัน (Regularization method) [5, 6] ซึ่งเป็นวิธีที่อาศัยหลักการในการเพิ่มองค์ความรู้ล่วงหน้า (prior-knowledge) ของผลเฉลยเช่น พจน์ความราบเรียบ (smoothness term) หรือขอบเขตของค่านอร์มให้กับระบบที่เราสนใจ สมมติให้ระบบที่เราต้องการจะหาค่าผลเฉลยด้วยวิธีการที่ทำให้ต่ำที่สุด (minimization) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการ

$$\min \|\mathbf{A}\vec{a} - \vec{f}\|_2^2 + \lambda^2 \|\vec{a}\|_2^2 \quad (4)$$

จะเห็นได้ว่าการหาผลเฉลยของสมการข้างต้นเป็นการการทดแทนกัน (trade-off) ระหว่างพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์จุดประสงค์ (objective term) หรือที่มักจะเรียกอีกอย่างว่า likelihood term หรือ fitting term ส่วนพจน์ที่สองเป็นพจน์เงื่อนไขบังคับ (constraint term) หรือที่มักจะเรียกกันว่า smoothness term หรือ penalty term,  $\lambda$  เป็นค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลารีไรซ์ (regularization parameter) โดยผลเฉลยของสมการข้างต้นจะขึ้นอยู่กับค่า  $\lambda$  ซึ่งเป็นค่าที่อยู่ในพจน์เงื่อนไขบังคับ (constraint term) จนกระทั่งได้ผลเฉลยที่พอใจ

## 2.1 ผลเฉลยของทิกฮอนอฟเร็กกูลาร์ไรเซชัน (Solution of Tikhonov Regularization)

ปัญหาสมการกำลังสองน้อยสุดแบบถูกหน่วงในสมการที่ (4) สามารถเขียนใหม่ได้ในรูปของปัญหากำลังสองน้อยสุดสามัญ (ordinary least square problem) ด้วยเมทริกซ์เติมแต่ง (augmented matrix) ดังสมการ

$$\min \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \vec{a} - \begin{bmatrix} \vec{f} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (5)$$

เนื่องจาก  $\lambda$  มีค่าที่ไม่เป็นศูนย์ จะเห็นได้ว่าแถวที่  $n$  ในบรรทัดสุดท้ายมีความเป็นอิสระเชิงเส้นทำให้สมการที่ (5) ข้างต้นเป็นปัญหากำลังสองน้อยสุดที่มีระดับชั้นเต็ม (full rank) โดยสามารถแก้สมการหาค่าได้ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \vec{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

หรือสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้เป็น

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I}) \vec{a} = \mathbf{A}^T \vec{f} \quad (7)$$

หรือ

$$\vec{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \vec{f} \quad (8)$$

โดยจะเรียกผลเฉลยของทิกฮอนอฟเร็กกูลาร์ไรเซชันในสมการที่ (8) นี้ว่า “zero-order Tikhonov regularization”

## 2.2 ทิกฮอนอฟเร็กกูลาร์ไรเซชันอันดับสูง (Higher-Order Tikhonov Regularization)

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อทิกฮอนอฟเร็กกูลาร์ไรเซชันนั้นเราจะทำการหาค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่สอดคล้องกับ  $\|\vec{a}\|_2$  แต่ในหลายๆ กรณีนั้น เราปรารถนาที่จะได้ผลเฉลยที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับในเชิงปริมาณอื่นๆ เช่นนอร์มของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับที่สองของผลเฉลย ยกตัวอย่างเช่นสมมติปัญหาที่เราสนใจเป็นปัญหาที่มีแบบจำลองหนึ่งมิติ ดังนั้นเราสามารถสร้างแบบจำลองเงื่อนไขบังคับภายใต้เงื่อนไขอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งในรูปผลคูณของเมทริกซ์ค่าคงที่  $\mathbf{L}\vec{a}$  โดยที่  $\mathbf{L}$  เป็นตัวดำเนินการทางอนุพันธ์เชิงเส้น (linear differential operator) ซึ่งเป็นตัวกำหนดระดับความราบเรียบของผลเฉลย



$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \dots & & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

เมทริกซ์ที่ถูกใช้ในการนิยามค่าอนุพันธ์ของเมทริกซ์  $\mathbf{A}$  สำหรับใช้ในการนำเสนอการเร็กกูลาร์ไรเซชันในที่นี้คือคำว่า “roughening matrices” ในสมการที่ (10) เป็นการประมาณค่าความต่างอย่างมีเขตจำกัดและเป็นอัตราส่วนของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งเทียบกับ  $\vec{a}$  และจากการหาค่าที่น้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับ  $\|\mathbf{L}\vec{a}\|_2$  ดังสมการ

$$\arg \min_{\vec{a}} \|\mathbf{A}\vec{a} - \vec{f}\|_2^2 + \lambda^2 \|\mathbf{L}\vec{a}\|_2^2 \quad (10)$$

ผลเฉลยที่ได้จะมีลักษณะที่ราบเรียบยิ่งขึ้น และเรียกปัญหาในสมการที่ (10) นี้ว่า “first-order Tikhonov regularization” ส่วนปัญหา “second-order Tikhonov regularization” นั้นเราจะเปลี่ยนเมทริกซ์ของผลคูณของค่าคงที่  $\mathbf{L}$  ใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & & & \\ & -1 & 2 & 1 & & \\ & & \dots & & & \\ & & & -1 & 2 & 1 \\ & & & & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

โดย  $\mathbf{L}$  ในสมการข้างต้นเป็นการประมาณค่าความต่างอย่างมีเขตจำกัดและเป็นอัตราส่วนของอนุพันธ์อันดับที่สองเทียบกับ  $\vec{a}$  ซึ่ง penalizes ผลเฉลยที่ไม่ราบเรียบในความหมายของอนุพันธ์อันดับที่สอง และเมื่อทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (10) ข้างต้นมีค่าต่ำที่สุดจะได้เวกเตอร์ผลเฉลยในรูปของสมการปกติ (normal equation) ดังสมการ

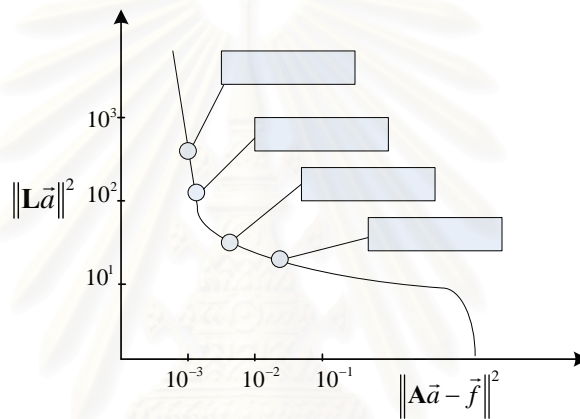
$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L}) \vec{a} = \mathbf{A}^T \vec{f} \quad (12)$$

จากสมการข้างต้นจะเห็นได้ว่า นอกจากเมทริกซ์  $\mathbf{L}$  ที่เพิ่มเข้ามาใหม่แล้ว ยังมีพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรส์  $\lambda$  เป็นตัวควบคุมระดับความราบเรียบของผลเฉลยให้อยู่ในระดับที่มากหรือน้อย ซึ่งหากค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรส์นี้มีค่าน้อยเกินไป จะทำให้ผลเฉลยของเรามีความราบเรียบที่ต่ำและมีผลกระทบของสัญญาณรบกวนหลงเหลืออยู่ในทางกลับกัน หากค่าดังกล่าวมีค่ามากเกินไป เช่น  $\lambda$  มีค่าเข้าใกล้อนันต์ จะทำให้ผลเฉลยของเราขึ้นอยู่กับพจน์เงื่อนไขบังคับของระดับความราบเรียบ ซึ่งจะทำให้ค่าความผิดพลาดระหว่างค่าที่เราต้องการกับค่าที่ได้จากระบบมีค่ามากเกินไป ดังนั้น ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวนี้จึงเป็นค่าที่สำคัญสำหรับกระบวนการเร็กกูลาร์ไรเซชันนี้ โดยจากงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีผู้นำเสนอการเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกู

ลาร์โรว์ไว้หลายวิธี โดยวิธีที่ได้รับความนิยมได้แก่ วิธีการ L-curve [7, 8], cross validation [9, 10] ซึ่งจะได้กล่าวถึงในหัวข้อย่อยต่อจากนี้

- วิธีการ L-curve (L-curve method)

ในการแก้สมการหาค่าผลเฉลยในสมการที่ (12) นั้นจะเห็นได้ว่าหากเราใช้ค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์  $\lambda$  ที่แตกต่างกันออกไป จะทำให้ผลเฉลยที่ได้มีค่าแตกต่างกันไปด้วย ดังนั้นเพื่อที่จะได้ค่าดังกล่าวที่เหมาะสม เราจะทำการสร้างรูปความสัมพันธ์ระหว่างค่านอร์มของพจน์ทั้งสองที่ค่า  $\lambda$  แตกต่างกันออกไปดังรูปที่ 1 ด้านล่าง



รูปที่ 1 ตัวอย่าง L-curve เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์ที่ค่าต่างๆ

เมื่อทำการวาดกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $\|\bar{a}\|_2$  และ  $\|A\bar{a} - \bar{f}\|_2$  ในสมการที่ (10) จะพบว่ากราฟที่ได้จะมีลักษณะประจำตัวเป็นรูปตัว L จึงเรียกเส้นโค้งนี้ว่า “L-curve” ดังที่ได้แสดงในรูปที่ 1 ด้านบน โดยเราจะเลือกค่า  $\lambda$  ที่ให้กราฟที่มีความแหลมคมตรงจุดเปลี่ยนโค้งของรูปตัว L เนื่องจากจะทำให้ได้ผลเฉลยที่ทำให้ค่านอร์มของ smooth-ness term  $\|\bar{a}\|_2$  และค่านอร์มของ fitting term  $\|A\bar{a} - \bar{f}\|_2$  มีค่าต่ำที่สุด และไม่เกิด overfitting เนื่องจากผลของสัญญาณรบกวนรอบกวนมากเกินไป

- วิธีการตรวจสอบไขว้ (cross-validation)

ในหัวข้อนี้จะได้นำเสนอวิธี 1 การตรวจสอบไขว้ มาช่วยในการหาค่าพารามิเตอร์ในการเรกกูลาร์ไรซ์  $\lambda$  ที่เหมาะสมในเชิงของการตรวจสอบค่าความผิดพลาด โดยแนวคิดของวิธี 2 การตรวจสอบไขว้นั้น เราจะทำการแบ่งข้อมูลที่จะนำมาตรวจสอบออกเป็นสองส่วนโดยส่วนแรกจะเป็นส่วนสำหรับการประมาณผลเฉลยที่ขึ้นกับค่า  $\lambda$  ใดๆ และส่วนที่สองจะเป็นส่วนที่ใช้ในการประมาณค่าความผิดพลาด โดยในที่นี้เราจะกำหนดให้ค่าความผิดพลาดในการตรวจสอบ ณ ตำแหน่งที่  $j$  ใดๆ เขียนได้ดังสมการ

$$CV_j(\lambda) = \|\vec{a}_j^T \vec{x}_j(\lambda) - \vec{f}_j\|^2 \quad (13)$$

โดยที่  $j$  หมายถึงการละเลยหรือตัดแถวของเมทริกซ์ที่สอดคล้องกับข้อมูล ณ ตำแหน่งที่  $j$  นั้นๆ ออกไปซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\vec{x}_j(\lambda) = (\mathbf{A}_j^T \mathbf{A}_j + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_j^T \vec{f}_j \quad (14)$$

สมการข้างต้นเป็นสมการผลเฉลยกำลังน้อยสุดแบบเรกกูลาร์ไรซ์ที่ไม่พิจารณาข้อมูลในแถวที่  $j$  ใดๆ โดยที่ค่าต่างๆ ในสมการที่ (14) มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\mathbf{A}_j \vec{x}_j = \vec{f}_j \quad (15)$$

และสามารถเขียนแสดงรูปร่างของเมทริกซ์และเวกเตอร์ในสมการที่ (15) ได้เป็น

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} \vec{a}_1^T \\ \vdots \\ \vec{a}_{j-1}^T \\ \vec{a}_{j+1}^T \\ \vdots \\ \vec{a}_K^T \end{bmatrix}, \quad \vec{f}_j = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_{j-1} \\ f_{j+1} \\ \vdots \\ f_K \end{bmatrix} \quad (16)$$

โดยค่าพารามิเตอร์ในการเรกกูลาร์ไรซ์จะเลือกค่าที่สอดคล้องกับสมการ

$$\lambda_{CV} = \arg \min_{\lambda} \sum_{j=1}^K CV_j(\lambda) \quad (17)$$

จากสมการข้างต้น ค่าพารามิเตอร์ในการเรกกูลาร์ไรซ์ที่ผ่านวิธีการตรวจสอบไขว้  $\lambda_{CV}$  มาแล้วนั้น เราจะเลือกค่าที่ทำให้พจน์ทางขวามือของสมการที่ (17) มีค่าน้อยที่สุดเพื่อที่จะทำให้ค่าความผิดพลาดในการตรวจสอบมีค่าต่ำสุดด้วย

### 3. วงจรกรองซาวีสกี-โกเลย์สองมิติ

หลักการในการพิตเส้นโค้งไปยังจุดข้อมูลที่เราสนใจของวงจรกรองซาวีสกี-โกเลย์นั้น เรา จะเริ่มด้วยการนิยามเส้นโค้งที่จะทำการพิตด้วยฟังก์ชันพหุนาม  $\bar{p}$  โดยให้ผลรวมของค่าผลต่าง ระหว่างเส้นโค้งกับข้อมูลยกกำลังสองมีค่าน้อยสุด ภายใต้เงื่อนไขนี้จะถือว่าการพิตที่ดีที่สุด (Best Fit) และเรียกผลเฉลยของการพิตเส้นโค้งวิธีการดังกล่าวนี้ว่าผลเฉลยแบบกำลังสองน้อยสุด (Least Square Solution)

พิจารณากลุ่มข้อมูลที่อยู่ในหน้าต่างวงจรวง  $w_{i,j}(m,n)$  ขนาด  $(2M+1) \times (2N+1)$  และมี ศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง  $(i,j)$  ของรูปภาพ **I** และกำหนดให้ตำแหน่งของข้อมูลในหน้าต่างวงจรวง อยู่ในช่วง  $m = -M, \dots, 0, \dots, M$  และ  $n = -N, \dots, 0, \dots, N$  จากนั้นจึงทำการพิตเส้นโค้งด้วย ฟังก์ชันพหุนาม  $\bar{p}_{i,j}(m,n)$  อันดับ  $K$  และ  $L$  ลงไปบนจุดข้อมูลในหน้าต่างวงจรวง  $w_{i,j}(m,n)$  ดัง สมการ

$$\bar{p}_{i,j}(m,n) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N a_{k,l} m^k n^l \quad (18)$$

โดย  $a_{k,l}$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันพหุนาม  $\bar{p}_{i,j}(m,n)$ , จากนั้นจึงนำข้อมูลในหน้าต่าง วงจรวง  $w_{i,j}(m,n)$  มาจัดเรียงใหม่ตามลำดับให้อยู่ในรูปเวกเตอร์  $\vec{f}_{i,j}(m,n)$  และกำหนดให้ เวกเตอร์ค่าความผิดพลาดระหว่างเวกเตอร์ฟังก์ชันพหุนาม  $\vec{p}_{i,j}(m,n)$  และเวกเตอร์ข้อมูล  $\vec{f}_{i,j}(m,n)$  ได้เป็น

$$\vec{e}_{i,j}(m,n) = \vec{p}_{i,j}(m,n) - \vec{f}_{i,j}(m,n) \quad (19)$$

เวกเตอร์ฟังก์ชันพหุนาม  $\vec{p}_{i,j}(m,n)$  สามารถแยกใหม่ให้อยู่ในรูปของผลคูณระหว่างเมทริกซ์ตำแหน่งข้อมูล **A** และเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ฟังก์ชันพหุนาม  $\vec{a}$  ได้ดังสมการ

$$\vec{e}_{i,j}(m,n) = \mathbf{A}\vec{a} - \vec{f}_{i,j}(m,n) \quad (20)$$

จากหลักการในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นเราสามารถสร้างฟังก์ชันจุดประสงค์ซึ่งก็คือฟังก์ชันค่าความผิดพลาดกำลังสองได้ดังสมการ

$$\arg \min_{\vec{a}} \|\mathbf{A}\vec{a} - \vec{f}\|_2^2 \quad (21)$$

$\vec{f}$  เป็นการลดรูปของ  $\vec{f}_{i,j}(m,n)$  และเมื่อทำการหาค่าที่ทำให้ผลเฉลยในสมการที่ (21) มีค่าน้อยที่สุดจะได้

$$\frac{\partial}{\partial \bar{a}} (\mathbf{A}\bar{a} - \bar{f})^T (\mathbf{A}\bar{a} - \bar{f}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{a}} (\bar{a}\mathbf{A}^T \mathbf{A}\bar{a} - 2\bar{a}\mathbf{A}^T \bar{f} + \bar{f}^T \bar{f}) = 0 \quad (22)$$

$$2\mathbf{A}^T \mathbf{A}\bar{a} - 2\mathbf{A}^T \bar{f} = 0$$

และสามารถเขียนสมการผลเฉลยในรูปของเวกเตอร์  $\bar{a}$  ได้ดังสมการ

$$\bar{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \bar{f} \quad (23)$$

หรือเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้เป็น

$$\bar{a} = \mathbf{A}^\dagger \bar{f} \quad (24)$$

โดยที่  $\mathbf{A}^\dagger = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ , ผลเฉลยของวงจรรองซาวิสกี-โกเลย์จะเลือกค่า ณ ตำแหน่ง ศูนย์กลางของเส้นโค้งที่พืดจุดข้อมูล ณ ตำแหน่ง  $\bar{p}_{i,j} (m=0, n=0)$  ซึ่งก็คือค่าสัมประสิทธิ์ตัวแรกของเวกเตอร์ผลเฉลย  $\bar{a}$  โดยสามารถเขียนเลือกค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าวได้ในรูปของสมการ [11]

$$g_{i,j} = a_{0,0} = \{\mathbf{A}^\dagger\}_1 \square f_{i,j}(m,n) \quad (25)$$

$g_{i,j}$  เป็นเอาต์พุตของวงจรรอง ณ ตำแหน่ง  $(i, j)$ , สัญลักษณ์  $\{\bullet\}_1$  แสดงถึงแถวแรกของเมทริกซ์  $\mathbf{A}^\dagger$ , จะเห็นได้ว่าเมทริกซ์ของตำแหน่งข้อมูล  $\mathbf{A}$  นั้นจะมีค่าคงที่ทุกครั้งเมื่อข้อมูล  $f_{i,j}(m,n)$  มีค่าเปลี่ยนไป และเอาต์พุตของวงจรรองซาวิสกี-โกเลย์ได้จากผลคูณภายในระหว่าง  $\{\mathbf{A}^\dagger\}_1$  และข้อมูล  $f_{i,j}(m,n)$  ดังนั้นเราจะจัดรูปเวกเตอร์  $\{\mathbf{A}^\dagger\}_1$  ให้อยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์วงจรรองแบบเมทริกซ์  $\alpha$  ที่สอดคล้องกับตำแหน่งข้อมูลในหน้าต่าง  $w_{i,j}(m,n)$  บนรูปภาพ  $\mathbf{I}$  ได้ดังสมการ

$$\alpha = \{\mathbf{A}^\dagger\}_1 \quad (26)$$

และสามารถเขียนเอาต์พุตของวงจรรองซาวิสกี-โกเลย์ให้อยู่ในรูปของผลการประสานได้ดังสมการ

$$\hat{\mathbf{I}} = \alpha * \mathbf{I} \quad (27)$$

โดยที่  $\hat{\mathbf{I}}$  เป็นข้อมูลภาพหลังผ่านการกรอง และสัญลักษณ์  $*$  แสดงถึงผลการประสานระหว่างเมทริกซ์ค่าสัมประสิทธิ์ค่าของวงจรรองซาวิสกี-โกเลย์  $\alpha$  และเมทริกซ์รูปภาพ  $\mathbf{I}$

#### 4. วงจรกรองซาวิตซกี-โกเลย์แบบเร็กกูลาร์ไรซ์ (Regularized Savitzky-Golay Filter)

ในหัวข้อที่ผ่านมาพบว่าวงจรกรองซาวิตซกี-โกเลย์ (SG) เป็นวงจรกรองที่มีประสิทธิภาพในการทำงานที่ดีเนื่องจากเป็นวงจรกรองที่อาศัยหลักการฟิตพื้นผิวของฟังก์ชันพหุนามลงบนชุดข้อมูลที่จะทำการกรองโดยให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด โดยในงานวิจัยนี้เราจะได้นำเสนอวงจรกรอง RSG ซึ่งเป็นการพัฒนางจรกรอง SG ด้วยการเพิ่มองค์ความรู้คุณลักษณะของโครงสร้างภาพในพจน์เร็กกูลาร์ไรซ์ชัน ซึ่งเป็นพจน์ที่ควบคุมระดับความราบเรียบของข้อมูลในการลดทอนสัญญาณรบกวนให้ตรงกับ (match) คุณลักษณะของโครงสร้างภาพ ณ ตำแหน่งนั้นๆ โดยเริ่มจากกำหนดให้พจน์เร็กกูลาร์ไรซ์ชันเป็นเกรเดียนต์ของฟังก์ชันพหุนาม  $\bar{p}_{i,j}$  และเขียนฟังก์ชันจุดประสงค์สำหรับการ minimized ในสมการที่ (10) ขึ้นใหม่ในรูปแบบของทิกฮอนอฟเร็กกูลาร์ไรซ์ชันอันดับที่หนึ่ง (first-order Tikhonov regularization) [5] ดังสมการ

$$\arg \min_a \| \mathbf{A}\bar{a} - \bar{f} \|_2^2 + \lambda \| |\nabla \bar{p}_{i,j}(m,n)| \|_2^2 \quad (28)$$

โดย  $\lambda$  เป็นค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์ และขนาดของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันพหุนามมีค่าเท่ากับ

$$|\nabla \bar{p}_{i,j}(m,n)| = \sqrt{|\nabla_m \bar{p}_{i,j}(m,n)|^2 + |\nabla_n \bar{p}_{i,j}(m,n)|^2} \quad (29)$$

ในการหาค่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันพหุนาม ในงานวิจัยนี้เราได้กำหนดให้อันดับของฟังก์ชันพหุนาม  $m$  และ  $n$  ในสมการที่ (18) มีค่าเท่ากับ 2 ดังสามารถเขียนกระจายรูปได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} \bar{p}_{i,j}(m,n) = & a_{i,j}(0,0) + a_{i,j}(0,1)n + a_{i,j}(0,2)n^2 + \\ & a_{i,j}(1,0)m + a_{i,j}(1,1)mn + a_{i,j}(1,2)mn^2 + \\ & a_{i,j}(2,0)m^2 + a_{i,j}(2,1)m^2n + a_{i,j}(2,2)m^2n^2 \end{aligned} \quad (30)$$

ดังนั้นเราจะสามารถคำนวณค่า  $|\nabla_m \bar{p}_{i,j}(m,n)|$  และ  $|\nabla_n \bar{p}_{i,j}(m,n)|$  ได้เท่ากับ

$$|\nabla_m \bar{p}_{i,j}(m,n)| = a_{i,j}(1,0) + a_{i,j}(1,1)n + a_{i,j}(1,2)n^2 + 2a_{i,j}(2,0)m + 2a_{i,j}(2,1)mn + 2a_{i,j}(2,2)m^2 \quad (3)$$

$$|\nabla_n \bar{p}_{i,j}(m,n)| = a_{i,j}(0,1) + 2a_{i,j}(0,2)n + a_{i,j}(1,1)m + 2a_{i,j}(1,2)mn + a_{i,j}(2,1)m^2 + 2a_{i,j}(2,2)m^2n \quad (1)$$

จากสมการที่ (29) เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$|\nabla_m \bar{p}_{i,j}(m,n)| = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & n & n^2 & 2m & 2mn & 2mn^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & n & n^2 & 2m & 2mn & 2mn^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i,j}(0,0) \\ a_{i,j}(0,1) \\ a_{i,j}(0,2) \\ a_{i,j}(1,0) \\ a_{i,j}(1,1) \\ a_{i,j}(1,2) \\ a_{i,j}(2,0) \\ a_{i,j}(2,1) \\ a_{i,j}(2,2) \end{bmatrix} = \quad (32)$$

$\mathbf{Q}\bar{a}$

และ

$$|\nabla_n \bar{p}_{i,j}(m,n)| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2n & 0 & m & 2mn & 0 & m^2 & 2m^2n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 2n & 0 & m & 2mn & 0 & m^2 & 2m^2n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i,j}(0,0) \\ a_{i,j}(0,1) \\ a_{i,j}(0,2) \\ a_{i,j}(1,0) \\ a_{i,j}(1,1) \\ a_{i,j}(1,2) \\ a_{i,j}(2,0) \\ a_{i,j}(2,1) \\ a_{i,j}(2,2) \end{bmatrix} = \quad (33)$$

$\mathbf{R}\bar{a}$

โดยที่  $m$  และ  $n$  ในแต่ละหลัก (column) ของเมทริกซ์  $\mathbf{Q}$  และ  $\mathbf{R}$  มีค่าอยู่ในช่วง  $m = -M, \dots, 0, \dots, M$  และ  $n = -N, \dots, 0, \dots, N$  ดังนั้นขนาดของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันพหุนามในสมการที่ (29) สามารถเขียนใหม่ในรูปแบบของเมทริกซ์ได้เป็น

$$|\nabla \bar{p}_{i,j}(m,n)| = \sqrt{\bar{a}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \bar{a} + \bar{a}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} \bar{a}} \quad (34)$$

$$|\nabla \bar{p}_{i,j}(m,n)| = \sqrt{(\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} + \mathbf{R}^T \mathbf{R})} \bar{a}$$

และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้เป็น

$$\nabla \bar{p}_{i,j}(m,n) = \|\mathbf{L}\bar{a}\|_2^2 \quad (35)$$

โดยที่  $\mathbf{L}$  มีค่าเท่ากับ  $\sqrt{(\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} + \mathbf{R}^T \mathbf{R})}$  ตามสมการที่ (32), (33) และ (34) ตามลำดับ ดังนั้นฟังก์ชันจุดประสงค์สำหรับการ minimized ในสมการที่ (28) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูป

$$\arg \min_{\bar{a}} \|\mathbf{A}\bar{a} - \bar{f}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{L}\bar{a}\|_2^2 \quad (36)$$

และสามารถหาสมการผลเฉลยปกติด้วยการ minimized สมการที่ (36) ได้เป็น

$$\bar{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{L})^{-1} \mathbf{A}^T \bar{f} \quad (37)$$

จากสมการผลเฉลยข้างต้นจะเห็นได้ว่าเวกเตอร์ผลเฉลย  $\bar{a}$  มีรูปแบบของสมการคล้ายกับสมการผลเฉลยแบบปกติของวงจรรอง SG เดิมในสมการที่ (23) ดังนั้นเอาต์พุตของวงจรรอง RSG ที่ตำแหน่งศูนย์กลางของฟังก์ชันพหุนามก็คือค่าสัมประสิทธิ์  $a_{i,j}(0,0)$  โดยเมื่อแทนที่  $\bar{f}_{i,j}$  ด้วยเวกเตอร์หนึ่งหน่วย  $\bar{e}_q$  จะได้

$$\alpha_{q,reg} = \bar{a}_{i,j,reg}(0,0) = \{(\mathbf{A}_{i,j}^T \mathbf{A}_{i,j} + \lambda \mathbf{L})^{-1} \mathbf{A}_{i,j}^T \bar{e}_q\}_1 \quad (38)$$

สัญกรณ์  $\{ \}_1$  ระบุว่าป็นค่าตัวแรกของเวกเตอร์ผลเฉลย  $\bar{a}_{i,j}$  จากสมการที่ (38) จะเห็นได้ว่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรอง RSG มีรูปแบบเช่นเดียวกับค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรอง SG ดังนั้นจึงเขียนได้ให้อยู่ในรูปของผลรวมเชิงเส้นได้เป็น

$$p_{i,j,reg}(0,0) = \sum_{q=1}^{(2L+1)^2} \alpha_{q,reg} f_{i,j}(q) \quad (39)$$

วงจรรอง RSG ที่ได้พัฒนาขึ้นนั้นสามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองไว้ได้ล่วงหน้าสำหรับทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นในหัวข้อถัดไปจึงจะได้นำเสนอการเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองที่มีการเร็กกูลาร์ไรซ์อย่างเหมาะสมกับคุณลักษณะของโครงสร้างภาพ เพื่อให้วงจรรองสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพในเชิงเวลาจริง

## 5. การปรับค่าในการเร็กกูลาร์ไรซ์ชั้นของวงจรรอง RSG

วงจรรอง RSG ในหัวข้อที่ 3 ที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองในสมการที่ (38) นั้นขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์  $\lambda$  ซึ่งจะเป็นตัวควบคุมระดับความราบเรียบให้มีความมากน้อยตามโครงสร้างภาพอย่างเหมาะสม ดังนั้นในหัวข้อนี้จึงจะได้กล่าวถึงการปรับเลือกค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์  $\lambda$  โดยให้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรอง RSG สามารถออกแบบไว้ได้ในกรรมวิธีล่วงหน้า (pre-processing) โดยจะเริ่มจากการประมาณค่าของเส้นขอบภาพจากค่าเกรเดียนต์หรือค่าอนุพันธ์ย่อยอันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันพหุนามในวงจรรอง SG ในสมการที่ (30) ณ ตำแหน่งศูนย์กลางของหน้าต่างวงจรรอง  $m=0$  และ  $n=0$  จะได้

$$\nabla_m \bar{p}_{i,j}(0,0) = a_{i,j}(1,0) \quad (40)$$

$$\nabla_n \bar{p}_{i,j}(0,0) = a_{i,j}(0,1)$$



เช่นเดียวกับที่เคยหาค่าสัมประสิทธิ์  $a_{i,j}(0,0)$  ในสมการที่ (25) ดังนั้นเราจึงสามารถ คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์  $a_{i,j}(1,0)$  และ  $a_{i,j}(0,1)$  ได้ในลักษณะเดียวกัน โดยค่าเกรเดียนต์ ณ ตำแหน่งศูนย์กลางของหน้าต่างวงจรรองจะมีค่าเท่ากับ

$$\nabla \bar{p}_{i,j}(0,0) = \sqrt{(a_{i,j}(1,0))^2 + (a_{i,j}(0,1))^2} \quad (41)$$

ค่าเกรเดียนต์ของภาพ ณ แต่ละตำแหน่งที่ประมาณค่าได้จากสมการที่ (41) นั้นเป็นตัว ประมาณค่าเส้นขอบภาพที่ผ่านกรรมวิธีกำลังสองน้อยสุด ซึ่งเป็นผลพลอยได้จากวงจรรอง SG ดังนั้นการคำนวณค่าดังกล่าวจึงทนทานต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในรูปภาพได้เป็นอย่างดี จาก การทดลองพบว่าในระบบภาพขาวดำ 8 บิตนั้น วงจรรอง SG ที่มีอันดับ  $m$  และ  $n$  เท่ากับสอง ทั้งสองค่า นั้น จะให้ค่าเกรเดียนต์ในช่วง 0-40 ซึ่งรวมถึงในกรณีที่ขอบภาพเป็นแบบขั้นบันได (step edge) และมีความแตกต่างกันสูงสุด ดังนั้นในที่นี้เราจะทำการแบ่งกลุ่มค่าเกรเดียนต์ในช่วง ดังกล่าวออกเป็น  $K$  ระดับโดยในแต่ละระดับเราจะทำการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรอง RSG ด้วยค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์  $\lambda$  ที่ค่าต่างๆ กันด้วยแนวคิดที่ว่าถ้าขนาดของ ค่าเกรเดียนต์ตำแหน่งใดๆ มีค่าสูงเราเราจะประมาณว่า ณ ตำแหน่งนั้นๆ เป็นตำแหน่งของ ขอบภาพ ดังนั้นเราจะเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกูลาร์ไรซ์  $\lambda$  ที่ค่าต่ำๆ เพื่อควบคุมให้ระดับ ความราบเรียบของวงจรรองอยู่ในระดับที่จะสามารถคงสภาพเส้นขอบ ณ ตำแหน่งนั้นๆ ได้เป็น อย่างดีในทางกลับกันถ้าขนาดของค่าเกรเดียนต์ตำแหน่งใดๆ มีค่าต่ำเราจะประมาณว่าโครงสร้าง ภาพ ณ ตำแหน่งนั้นๆ มีลักษณะที่แบนราบ (flat) ดังนั้นเราจะเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์ในการเร็กกู ลาร์ไรซ์  $\lambda$  ที่ค่าสูงๆ เพื่อควบคุมให้ระดับความราบเรียบของวงจรรองอยู่ในระดับที่สูงตาม ซึ่งจะ ทำให้สามารถขจัดสัญญาณรบกวน ณ ตำแหน่งนั้นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยจะเห็นได้ว่าค่า สัมประสิทธิ์ของวงจรรอง RSG ทั้งหมดนั้นสามารถคำนวณไว้ได้ในกรรมวิธีล่วงหน้า ส่งผลให้ วงจรรองดังกล่าวมีประสิทธิภาพทางเวลาที่ดี และเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการลดทอนสัญญาณ รบกวนในเชิงเวลาจริง

## 6. แบบจำลองของภาพอัลตราซาวนด์

ในการสร้างภาพอัลตราซาวนด์สังเคราะห์นั้น เราจะสมมติว่าสัญญาณ RF ที่สะท้อนกลับ จากตัวสะท้อนเล็ก ๆ (scatterers) บนเนื้อเยื่อหรืออวัยวะภายในร่างกาย เป็นสัญญาณที่สะท้อน กลับมาจากหลายทิศทาง และเกิดสัญญาณรบกวนที่มีแบบจำลองดังสมการ [12]

$$T(x, y) = t(x, y) \cdot G(x, y) \quad (42)$$

โดย  $T(x, y)$  เป็นฟังก์ชันการสะท้อนของคลื่นอัลตราซาวนด์,  $t(x, y)$  เป็นแบบจำลองภาพตัดขวางทดสอบและ  $G(x, y)$  เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบคูณ (multiplicative white Gaussian noise)

นอกจากนั้นการพัวของภาพอัลตราซาวนด์เราจะสมมติให้ PSF (Point Spread Function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของการทำให้เกิดความพัวลักษณะไม่แปรเปลี่ยนตามพื้นที่ (space-invariant) ดังสมการ

$$V(x, y) = h(x, y) * T(x, y) \quad (43)$$

โดย  $V(x, y)$  เป็นสัญญาณ pass band ของลำคลื่นที่สะท้อนกลับ และ  $h(x, y)$  เป็น PSF ของภาพอัลตราซาวนด์ ซึ่งสามารถแยกพิจารณาได้ดังสมการ

$$h(x, y) = h_1(x) \cdot h_2(y) \quad (44)$$

$h_1(x)$  เป็นฟังก์ชันขายนีที่ถูกถ่วงน้ำหนักด้วยฟังก์ชันเกาส์เซียน ซึ่งใช้แทนการพัวของสัญญาณในทิศทางการเคลื่อนที่โดยสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$h_1(x) = \sin(k_0 x) \exp[-x^2 / (2\sigma_x^2)] \quad (45)$$

ส่วน  $h_2(y)$  เป็นฟังก์ชันใช้แทนผลตอบสนองเชิงพื้นที่ (spatial response) ของคลื่นเสียงที่ตกกระทบตัวกลางหรือเนื้อเยื่อซึ่งเป็นผลทำให้เกิดการพัวในทิศทางของพื้นผิว โดยสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$h_2(y) = \exp[-y^2 / (2\sigma_y^2)] \quad (46)$$

ดังนั้นเราสามารถรวมความสัมพันธ์ของสมการข้างต้น โดยเขียนใหม่ได้เป็น

$$V(x, y) = h_2(y) * h_1(x) * T(x, y) \quad (47)$$

ดังที่เคยกล่าวไว้ในข้างต้นที่ว่าสัญญาณ  $V(x, y)$  ของเรานั้นยังเป็นสัญญาณ pass band ดังนั้นเราจะต้องทำการตรวจจับแอมพลิจูดของสัญญาณ (envelop detection) ดังกล่าวลงมาอยู่ที่ base band โดยประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีของการแปลงฮิลเบิร์ต (Hilbert Transform) เข้ามาช่วย ดังสมการ

$$V_a(x, y) = V(x, y) + j\hat{V}(x, y) \quad (48)$$

$\hat{V}(x, y)$  เป็นการแปลงฮิลเบิร์ตของ  $V(x, y)$  ในแกน  $x$  หรือในทิศทางของการเคลื่อนที่ โดยขนาดของ  $V_a(x, y)$  ที่หาได้จะเป็นค่าความเข้มของภาพอัลตราซาวนด์ที่สังเคราะห์ขึ้น และเนื่องจากสัญญาณที่ตรวจจับได้หลังกระบวนการ envelop detection นั้นจะมีขนาดที่ใหญ่ ดังนั้น เพื่อให้สามารถแสดงผลได้พอดีกับจอแสดงผล สัญญาณดังกล่าวจะถูกบีบอัดแบบลอการิทึม (log-compressed) ดังสมการ

$$A(x, y) = \log |V_a(x, y)| \quad (49)$$

$A(x, y)$  เป็นความเข้ม (intensity) ของภาพซึ่งจะใช้เป็นตัวแทนในการสร้างแบบจำลองภาพอัลตราซาวนด์สำหรับนำไปทดสอบต่อไป

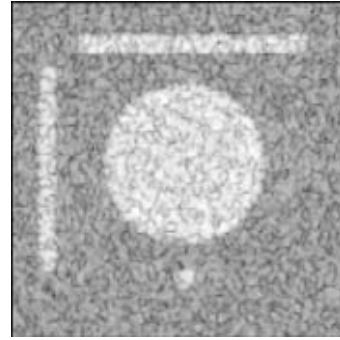
## 7. ผลการจำลอง

เนื่องจากในงานวิจัยที่นำเสนอการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์นั้น ได้นำภาพก่อนและหลังการผ่านวงจรรองมาเปรียบเทียบกันซึ่งทำให้ยากในการตัดสินใจว่าภาพหลังการผ่านจากรองจากวงจรรองใดๆ นั้นดีกว่ากัน ในหัวข้อนี้เราจะทำการเปรียบเทียบการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพสังเคราะห์และภาพอัลตราซาวนด์จริงด้วยวงจรรองที่ได้นำเสนอไว้ในหัวข้อที่ผ่านมา และเพื่อที่จะทดสอบประสิทธิภาพในการรักษาขอบภาพ โดยเราจะใช้วงจรรองตรวจสอบภาพของแคนนี่ [13] มาตรวจจับขอบภาพหลังจากผ่านวงจรรองแบบต่างๆ ในรูปที่ 2 (ก) และ (ข) แสดงภาพสังเคราะห์ที่จะนำมาทดสอบขนาด 200x200 พิกเซล โดย  $i = 1, \dots, 200$  และ  $j = 1, \dots, 200$  และภาพอัลตราซาวนด์สังเคราะห์ที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อที่ 6 ตามลำดับ

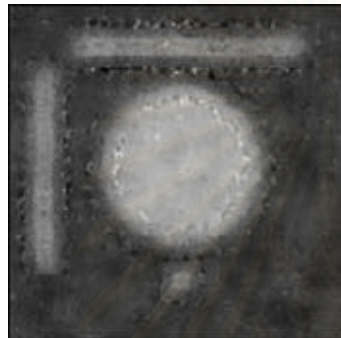
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



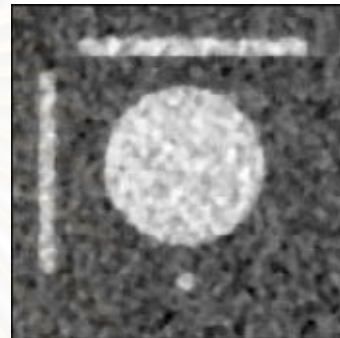
(ก) ภาพสีเกราะห้



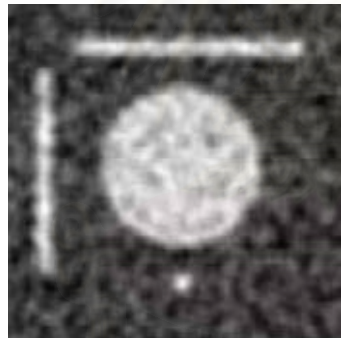
(ข) ภาพอัลตราซาวนด์  
สีเกราะห้



(ค) วงจรกรอง ASR



(ง) วงจรกรอง AWM



(จ) วงจรกรอง SG



(ฉ) วงจรกรอง RSG

**รูปที่ 2** ภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจกรองแต่ละชนิด

(ก) ภาพสีเกราะห้

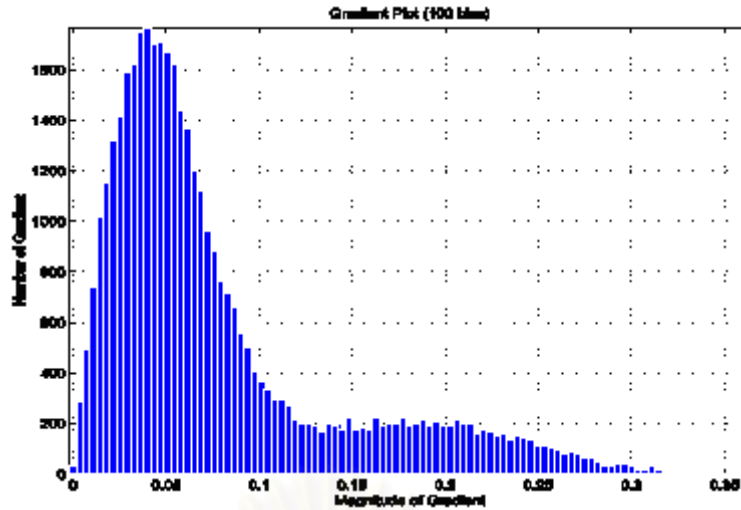
(ข) เส้นขอบภาพสีเกราะห้ในรูป (ก)

(ค) ภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจกรองด้วยวงจกรอง ASR

(ง) ภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจกรองด้วยวงจกรอง AWM

(จ) ภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจกรองด้วยวงจกรอง SG

(ฉ) ภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจกรองด้วยวงจกรอง RSG



รูปที่ 3 ฮิสโตแกรมของขนาดเกรเดียนต์แบบกำลังสองน้อยสุดบนภาพอัลตราซาวนด์  
สังเคราะห์

เมื่อใช้ขนาดหน้าต่างวงจรรองเท่ากัน โดยเลือกใช้ที่ขนาดเท่ากับ  $15 \times 15$  พิกเซลเป็นตัวแทนการกรองเชิงพื้นที่แล้วเปรียบเทียบผลจากวงจรรองทั้งสี่แบบ ดังรูปที่ 2 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ในย่านข้อมูลความถี่ต่ำซึ่งเป็นบริเวณที่โครงสร้างภาพมีลักษณะที่แบนราบ สัญญาณที่ผ่านการกรองจากวงจรรอง ASR และ RSG ในรูปที่ 2 (ค) และ (ง) ตามลำดับนั้นมีความราบเรียบที่ดีเมื่อเปรียบเทียบกับภาพต้นแบบ ทั้งนี้เนื่องจากวงจรรอง ASR มีโครงสร้างของวงจรรองแบบเฉลี่ยจึงลดผลของสัญญาณความถี่สูงได้ดีในย่านนี้ ส่วนวงจรรอง RSG นั้นในย่านโครงสร้างแบบแบนราบนี้จะถูกควบคุมด้วยระดับความราบเรียบที่สูงซึ่งเปรียบเสมือนการใช้หน้าต่างวงจรรองขนาดใหญ่ทำให้การพิตเส้นโค้งมีระดับความราบเรียบที่สูงตามไปด้วย ซึ่งต่างจากวงจรรอง AWM และ SG ดังแสดงในรูปที่ 2 (ง) และ (จ) ตามลำดับนั้น ผลการกรองในย่านความถี่ต่ำนี้แม้จะให้ผลที่ดีขึ้นแต่ยังปรากฏค่าความเข้มสีขาวซึ่งเป็นผลมาจากสัญญาณรบกวนหลงเหลืออยู่ ส่วนในย่านของข้อมูลที่มีความถี่สูงหรือที่บริเวณขอบภาพนั้น หากสังเกตให้ดีแล้วจะพบว่าวงจรรอง AWM ในรูปที่ 2 (ง) ให้ผลที่ดีที่สุดเนื่องจากโครงสร้างของวงจรรองแบบมัธยฐานนั้นสามารถกำจัดผลกระทบของสัญญาณรบกวนที่มีค่าสูงหรือต่ำมากๆ ออกไป ทำให้ค่าที่อยู่ระหว่างรอยต่อของขอบภาพมีความคมชัดที่ดีกว่าวงจรรองแบบอื่นอีกทั้งค่าความเข้มขอบภาพที่ได้ยังไม่ถูกลดทอนไปเนื่องจากผลของการกรองอีกด้วย ส่วนวงจรรอง ASR, SG และ RSG ที่ได้ในรูปที่ 2 (ค) (จ) และ (ง) นั้นให้ผลการกรองบริเวณขอบภาพออกมาในลักษณะที่ค่อนข้างจะพร่าเนื่องจากในวงจรรอง ASR นั้นแม้ว่าจะมีการปรับตัวให้สามารถติดตามผลของค่าเดิมในย่านบริเวณนี้ แต่จากการทดลองพบว่าการประมาณค่า SNR จากค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of Variation) ในบริเวณขอบภาพที่มีกำลังของสัญญาณรบกวนที่สูงนี้จะทำให้การประมาณค่า SNR มีความผิดพลาดและทำให้ตัดสินใจผิดพลาดว่าควรจะเป็นบริเวณขอบภาพหรือพื้นที่ที่มีลักษณะราบเรียบ

ส่วนในวงจรรอง SG และ RSG นั้นจะให้ผลของขอบภาพออกมาในลักษณะเดียวกัน โดยวงจรรอง RSG นั้นจะถูกลดค่าในการเร็กกูลาร์ไรซีให้เข้าใกล้ศูนย์ซึ่งทำให้วงจรรอง RSG ปรับเปลี่ยนสถานะเข้าสู่วงจรรอง SG เดิมโดยผลการกรองที่มีลักษณะพว้านี้เป็นผลจากการปิดเส้นโค้งบริเวณขอบภาพซึ่งจะทำให้ค่าความเข้มของขอบภาพเฉลี่ยลดลงไป ดังนั้นในขั้นตอนต่อไปจึงจะได้ประเมินผลของเส้นขอบภาพหลังผ่านการกรองในแต่ละวงจรรองเพื่อยืนยันผลการคงสภาพเส้นขอบและการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพด้วย ในรูปที่ 3 ได้แสดงตัวอย่างรูปภาพฮิสโตแกรมของภาพอัลตราซาวด์ทดสอบเพื่อนำไปใช้ในการปรับค่าในการเร็กกูลาร์ไรซีในวงจรรอง RSG โดยจะเห็นได้ว่าที่ขนาดเกรเดียนต์มีค่าต่ำจะแสดงให้เห็นว่าโครงสร้างภาพ ณ ตำแหน่งนั้นๆ มีลักษณะที่แบนราบมีปริมาณข้อมูลที่สูงจะใช้การควบคุมระดับความราบเรียบของวงจรรอง RSG ให้มีค่ามาก ในทางกลับกันที่ขนาดเกรเดียนต์มีค่าสูงจะแสดงให้เห็นถึงโครงสร้างภาพ ณ ตำแหน่งนั้นๆ มีลักษณะที่เปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วและเป็นบริเวณขอบภาพที่เราสนใจ เราจะให้ระดับความราบเรียบของวงจรรอง RSG ให้มีค่าต่ำเพื่อให้การติดตามเส้นขอบภาพไม่ถูกลดทอนมากเกินไป

#### -การประเมินเส้นขอบภาพ

สิ่งที่เรามักจะสนใจในภาพหลังผ่านกระบวนการลดทอนสัญญาณรบกวน หรือในกระบวนการสร้างคืน (restoration) รูปภาพดิจิทัลนั้นคือ เส้นขอบภาพ เนื่องจากเป็นสิ่งที่ทำให้เราสามารถตีความหมาย รูปร่าง และคุณลักษณะของภาพนั้นๆ ได้ แต่ทว่าการตรวจจับเส้นขอบภาพหลังผ่านกระบวนการต่างๆ มักจะทำให้เส้นขอบภาพมีลักษณะที่ผิดเพี้ยนไปจากเส้นขอบเดิม เช่น เส้นขอบที่หาได้มีบางส่วนที่ขาดหายไป หรือ เส้นขอบที่หาได้มีผลกระทบจากสัญญาณรบกวนปะปนอยู่ และในหลายๆ กรณี เส้นขอบที่หาได้มักจะอยู่ผิดไปจากตำแหน่งของเส้นขอบเดิม ดังนั้น Pratt จึงได้นำเสนอวิธีการประเมินเส้นขอบภาพ Pratt's Figure of Merit (PFOM) [14] เพื่อเปรียบเทียบว่า ระเบียบวิธีต่างๆ ที่ใช้ในการลดทอนสัญญาณรบกวนหรือในกระบวนการสร้างคืนภาพดิจิทัลนั้นจะสามารถคงสภาพเส้นขอบของภาพในแง่ของ objective evaluation ได้ดีกว่ากันเพียงใด วิธีดังกล่าวนี้เป็นวิธีที่เป็นที่นิยมใช้กันโดยทั่วไปสำหรับการประเมินเส้นขอบภาพโดยทั่วไป โดยมีวิธีการคำนวณค่า PFOM ดังสมการ

$$PFOM = \frac{1}{\max\{\bar{N}, N_{ideal}\}} \sum_{i=1}^{\bar{N}} \frac{1}{1 + d_i^2 / \beta} \quad (50)$$

โดยที่  $\bar{N}$  เป็นจำนวนพิกเซลของภาพที่ตรวจจับได้หลังผ่านกระบวนการต่างๆ,  $N_{ideal}$  เป็นจำนวนพิกเซลของภาพอุดมคติที่นำมาทดสอบ,  $d_i$  เป็นระยะห่างระหว่างพิกเซลของขอบภาพหลังผ่านกระบวนการใดๆ ณ ตำแหน่ง  $i$  กับพิกเซลของขอบภาพอุดมคติที่อยู่ใกล้ที่สุด และ  $\beta$  เป็น

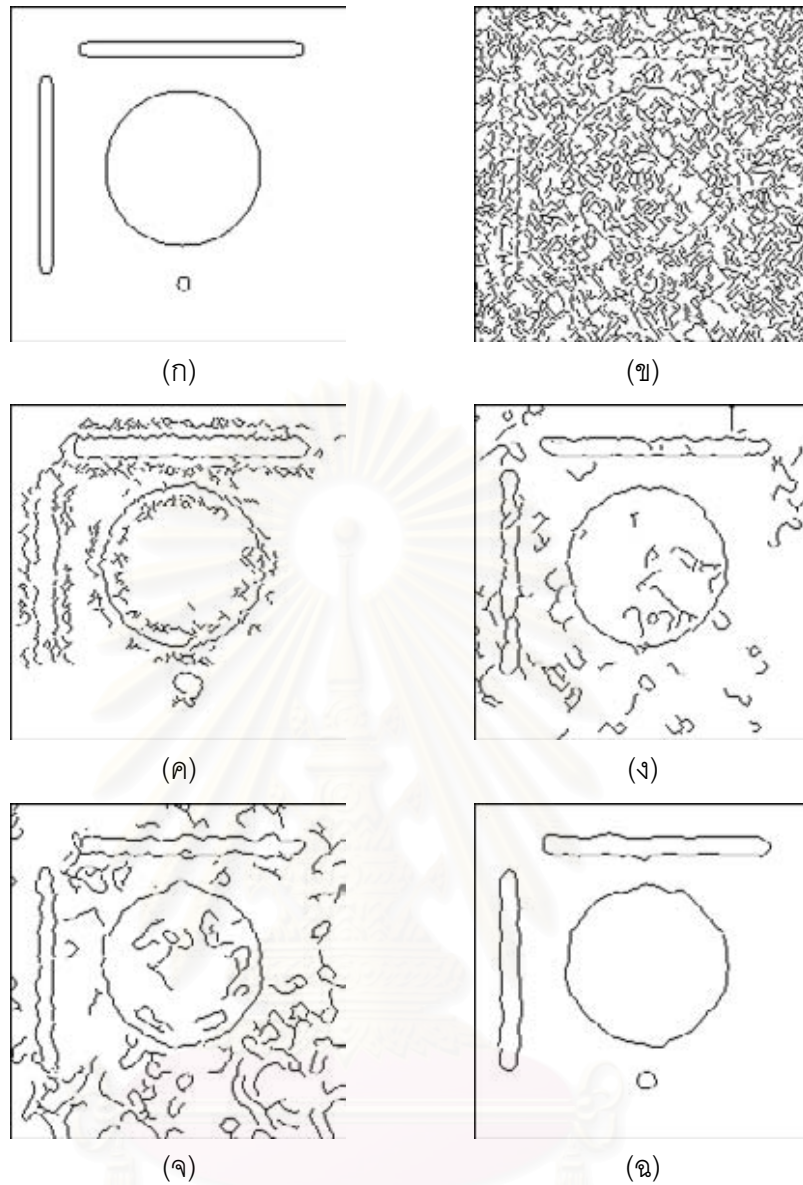
ค่าคงที่การถ่วงดุลระหว่างขอบภาพทั้งสองซึ่งโดยปกติจะให้มีความเท่ากัน 9, ค่า PFOM นี้จะมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ซึ่งถ้ามีค่า 0 หมายความว่าเส้นขอบภาพที่หาได้เปรียบเทียบกับเส้นขอบภาพอุดมคติมีความแตกต่างกันอย่างสิ้นเชิง แต่หากมีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่าเส้นขอบภาพที่หาได้ตรงกับเส้นขอบภาพอุดมคติทุกประการ การประเมินประสิทธิภาพด้วยวิธีนี้จะครอบคลุมไปถึงทั้งในกรณีที่ขอบภาพที่หาได้มีลักษณะไม่ดีต่างๆ ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น ดังนั้นจึงเป็นวิธีมาตรฐานวิธีหนึ่งในการตัดสินประสิทธิภาพของเส้นขอบที่หาได้ ผลการจำลองรูปภาพและการประเมินเส้นขอบภาพที่หาได้แสดงในรูปที่ 4

**ตารางที่ 1** ค่า PFOM ของภาพทดสอบที่ 1 ที่คำนวณได้ในแต่ละวงจรรอง

	Unfiltered	ASR filter	AWM filter	Original SG filter	RSG filter
PFOM	0.4952	0.6516	0.6004	0.5227	0.8705

เส้นขอบภาพที่ได้ในรูปที่ 4 เมื่อนำมาประเมินประสิทธิภาพเส้นขอบด้วยวิธีการ PFOM ได้ผลดังตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่าค่า PFOM ของเส้นขอบภาพที่ผ่านวงจรรอง RSG มีค่าสูงกว่าเส้นขอบภาพที่ผ่านวงจรรอง ASR, AWM และ SG ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวงจรรอง RSG มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าในแง่ของ objective evaluation และตรงกับผลของภาพหลังผ่านการกรองในรูปที่ 2 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงเส้นขอบภาพที่ดีกว่าในแง่ของ subjective evaluation ดังนั้นค่า PFOM ที่ได้จึงสอดคล้องกับผลการทดลองดังกล่าว

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



**รูปที่ 4** เส้นขอบภาพทดสอบหลังจากวงจรรองต่างๆ

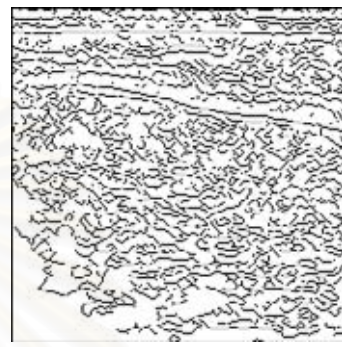
- (ก) เส้นภาพสังเคราะห์
- (ข) เส้นขอบภาพอัลตราซาวนด์สังเคราะห์
- (ค) เส้นขอบภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจรรองด้วยวงจรรอง ASR
- (ง) เส้นภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจรรองด้วยวงจรรอง AWM
- (จ) เส้นภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจรรองด้วยวงจรรอง SG
- (ฉ) เส้นภาพหลังผ่านการกรองด้วยวงจรรองด้วยวงจรรอง RSG



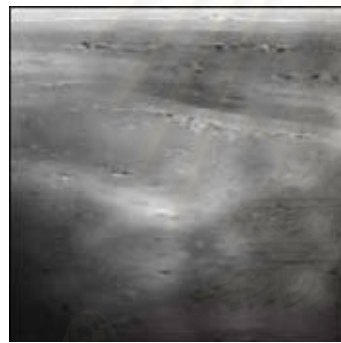
จากนั้นเราจะนำภาพอัลตราซาวนด์จริงดังแสดงในรูปที่ 5(ก) มาทำการกรองสัญญาณรบกวนด้วยวงจร กรองแบบต่างๆ ที่ได้นำเสนอไว้แล้ว ในรูปที่ 5(ข) แสดงเส้นขอบภาพของภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์โดยไม่ผ่านการกรองด้วยวงจรกรองใดๆ จะเห็นว่ามีเส้นขอบของสัญญาณรบกวนเกิดขึ้นมากมายและไม่สามารถจำแนกแยกแยะองค์ประกอบใดๆ ในภาพได้เลย



(ก)



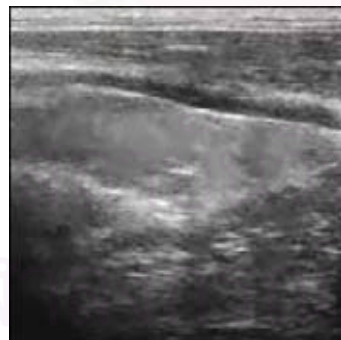
(ข)



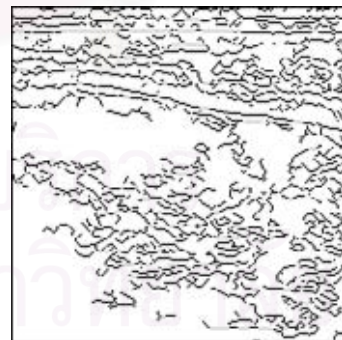
(ค)



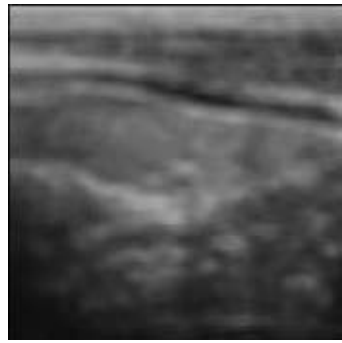
(ง)



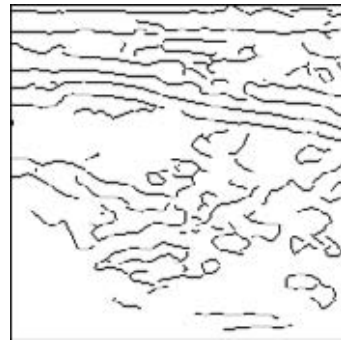
(จ)



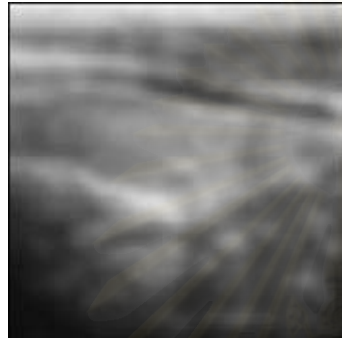
(ฉ)



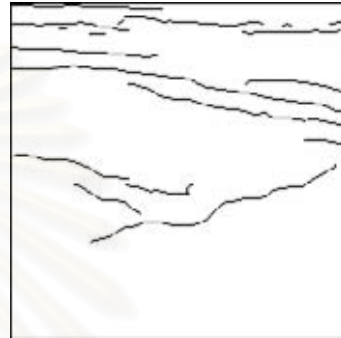
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

**รูปที่ 5** ภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์ที่ได้เมื่อนำมาตรวจด้วยวงจรถอดขอบและ

นำมาตรวจจับขอบภาพด้วยวงจรถอดจับขอบภาพของแค่นี้

- (ก) ภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด AWM
- (ข) เส้นขอบภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด AWM
- (ค) ภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด ASR
- (ง) เส้นขอบภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด ASR
- (จ) ภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด SG
- (ฉ) เส้นขอบภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด SG
- (ช) ภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด ASG
- (ซ) เส้นขอบภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์หลังจากผ่านวงจรถอด ASG

จากรูปที่ 6 เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ของเส้นขอบภาพที่ได้จากภาพสังเคราะห์และภาพอัลตราซาวนด์เมื่อใช้วงจรรองแบบต่าง ๆ ก่อนนำมาตรวจจับขอบภาพด้วยวงจรรองจับขอบภาพแบบแค่นี้ จะเห็นได้วงจรรอง AWM และวงจรรอง ASR นั้นไม่ทำให้ภาพร่วงลงไปแต่ก็ยังให้ผลที่ไม่น่าพอใจนักเนื่องจากยังมีองค์ประกอบของเส้นขอบของสัญญาณรบกวนปนอยู่มาก เมื่อนำวงจรรอง SG มาทดสอบ จะเห็นได้ว่าให้ผลที่น่าพอใจขึ้นสังเกตจากเส้นขอบภาพที่ได้มีองค์ประกอบของเส้นขอบสัญญาณรบกวนน้อยลงและสามารถแยกองค์ประกอบของภาพได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรรอง RSG ที่ได้พัฒนาขึ้นให้ผลการแสดงเส้นขอบภาพที่ดีกว่าวงจรรองแบบต่าง ๆ โดยเส้นขอบภาพอัลตราซาวนด์ของต่อมไทรอยด์ที่ได้มีการต่อเนื่องที่ดีมีองค์ประกอบของเส้นขอบสัญญาณรบกวนน้อย สามารถแยกแยะองค์ประกอบของภาพได้ชัดเจน และสามารถแสดงเส้นขอบที่ตามที่คุณเชี่ยวชาญได้เขียนนำไว้ด้วยเส้นสีขาวในรูปที่ 5 (ก) ในที่นี่ได้มีการกำหนดพารามิเตอร์ที่เกิดขึ้นโดยผู้ใช้ได้เลือกใช้ค่าตามเอกสารอ้างอิงและตามความเหมาะสมในการลดทอนสัญญาณรบกวนและรักษาโครงสร้างของภาพ

## 8. สรุปผลการวิจัย

จุดประสงค์หลักของงานวิจัยฉบับนี้ เพื่อศึกษาและพัฒนาการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์ทางการแพทย์ และให้สามารถทำงานให้เข้ากันได้กับวงจรรองจับเส้นขอบของแค่นี้ เนื่องจากสัญญาณรบกวนดังกล่าวทำให้การตีความหมายภาพเพื่อนำไปวินิจฉัยในทางการแพทย์เป็นไปอย่างลำบาก ดังนั้นการลดทอนสัญญาณรบกวนดังกล่าวจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งก่อนที่จะนำภาพไปตรวจจับเส้นขอบเพื่อเป็นแนวทางในการนำไปวินิจฉัย และให้เห็นสัญญาณของอวัยวะได้ชัดเจนขึ้น โดยวงจรรองที่นิยมใช้ในการลดทอนสัญญาณรบกวนในภาพอัลตราซาวนด์นั้น ประกอบไปด้วยวงจรรอง ASR และวงจรรอง AWM โดยวงจรรอง ASR นั้นให้ผลที่ไม่ค่อยดีนักเนื่องจากวงจรรองนี้ใช้หลักการทำให้ภาพราบเรียบด้วยการหาค่าเฉลี่ยแบบปรับตัวได้ของข้อมูลในแต่ละย่าน ภาพที่ได้จึงมีลักษณะที่พรางและเส้นขอบของภาพก็ถูกเฉลี่ยไปเช่นกัน เป็นเหตุให้การตรวจจับเส้นขอบภาพเป็นไปอย่างไม่มีประสิทธิภาพ ส่วนวงจรรองมัธยฐานถ่วงน้ำหนักแบบปรับตัวได้นั้นเป็นวงจรรองที่ถือได้ว่ามีประสิทธิภาพที่ดีในระดับหนึ่งเนื่องจากประมาณค่าเอาต์พุตจากค่ามัธยฐานของข้อมูลซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่คำนวณได้ในแต่ละตำแหน่ง ทำให้ค่าของข้อมูลที่มากเกินไปหรือน้อยเกินไปถูกกำจัดออกไป จึงไม่ส่งผลกระทบต่อการคงสภาพเส้นขอบมากนัก แต่วงจรรองดังกล่าวมีข้อเสียอย่างยิ่งในเรื่องของเวลาที่ใช้ในการคำนวณเนื่องจากจะต้องคำนวณฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักในทุก ๆ ครั้ง อีกทั้งยังต้องหาค่ามัธยฐานของข้อมูลตามค่าถ่วงน้ำหนักที่คำนวณได้ ซึ่งในหลาย ๆ กรณีค่าที่คำนวณได้เป็นค่าที่สูงมากส่งผลให้เกิดการคำนวณอันมหาศาลจึงไม่เหมาะที่จะเป็นวงจรรองที่ใช้ในเชิงเวลาจริง ส่วนวงจรรอง

ซาวีสกี-โกเลย์สองมิติที่ผู้วิจัยเลือกนำมาใช้ในการพัฒนานั้นใช้หลักการแทนที่ระนาบพหุนามกับความเข้มของข้อมูลในย่านที่เราสนใจโดยให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองมีค่าน้อยสุด มีความยืดหยุ่นในการปรับอันดับของฟังก์ชันพหุนามและการปรับขนาดหน้าต่างวงจรรอง อีกทั้งค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองสามารถคำนวณได้ล่วงหน้าจึงเป็นวงจรรองที่มีประสิทธิภาพในด้านเวลาที่ดี แต่วงจรรองนี้มีข้อจำกัดในเรื่องของการควบคุมระดับความราบเรียบในการกรอง เนื่องจากการกรองสัญญาณรบกวนในบริเวณพื้นที่ส่วนใหญ่ของภาพจะมีลักษณะที่ราบเรียบ ดังนั้นการใช้ขนาดหน้าต่างวงจรรองที่เล็กเกินไปจะทำให้ไม่สามารถกำจัดผลของสัญญาณรบกวนออกไปได้ ในทางกลับกันหากหน้าต่างวงจรรองมีขนาดใหญ่เกินไปจะทำให้ข้อมูลความถี่สูงซึ่งเป็นบริเวณขอบภาพถูกลดทอนออกไปหมด

ดังนั้นจึงได้พัฒนางจรรองดังกล่าวเป็นวงจรรองซาวีสกี-โกเลย์แบบเร็กกูลาร์ไรซ์ โดยใช้หลักการในการควบคุมระดับความราบเรียบในการกรองตามโครงสร้างของภาพแบบกำลังสองน้อยสุด โดยจะเห็นได้ว่าเมื่อนำวงจรรองที่ได้พัฒนาขึ้นมาทดสอบกับภาพทดสอบและภาพอัลตราซาวนด์จริงในการลดทอนสัญญาณรบกวนและการคงสภาพเส้นขอบเมื่อนำมาตรวจจับเส้นขอบนั้น ในภาพรวมแล้วให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าวงจรรองอื่น ๆ อีกทั้งยังสามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองไว้ได้ล่วงหน้าโดยการควอนไทซ์ระดับความราบเรียบของโครงสร้างภาพ จึงทำให้มีประสิทธิภาพทางด้านเวลาที่ดีและเหมาะสมจะนำไปใช้ในเชิงเวลาจริง

## 9. ผลิตผลและหรือความสัมฤทธิ์ผลของงานที่ได้ดำเนินการไปแล้ว

1. พสุ บุญวิสุทธิ์ สำเร็จหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วศม. ไฟฟ้า) วิทยานิพนธ์เรื่อง การศึกษาเทคนิคการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งยวดในภาพที่สัญญาณรบกวนชนิดเรย์ลีแบบคุณ ปีการศึกษา 2549

## เอกสารอ้างอิง

- [1] A. N. Evan and M. S. Nixon "Biased motion-adaptive temporal filtering for speckle reduction in echocardiography," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15:39-50, February 1996.
- [2] J.C. Bamber and C. Daft, "Adaptive filtering for reduction of speckle in ultrasound pulse-echo images," *Ultrasonics*, pp. 41-44, Jan 1986.
- [3] T. Loupas, W.N. McDicken, and P.L. Allen, "An adaptive weighted median filter for speckle suppression in medical ultrasound images," *IEEE Trans. Circuit and Systems*, vol. 36, no. 1, pp. 129-135, Jan 1989.
- [4] C. Chinrungrueng and A. Suvichakorn, "Fast edge preserving noise reduction for ultrasound images," *IEEE Trans. Nuclear Science*, vol. 48, no. 3, pp. 849-854, 2001.
- [5] Tikhonov AN and Arsenin VA, 1977, *Solution of Ill-posed Problems*, Winston & Sons, Washington.
- [6] A. Neumaier, Solving ill-conditioned and singular linear systems: A tutorial on regularization, *SIAM Review*, 40 (1998), 636-666.
- [7] P.C. Hansen, "Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve," *SIAM Rev.*, vol. 34, no. 4, pp. 561-580, December 1992.
- [8] P.C. Hansen and D.P. O'Leary, "The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM J. Sci.Comput.*, vol. 14, no. 6, pp. 1487-1503, November 1993.
- [9] G. Golub and C. van Loan. *Matrix Computations*. The John Hopkins University Press, Baltimore, MD, 2<sup>nd</sup> edition, 1989.
- [10] N. Nguyen, *Numerical Algorithms for Image Superresolution*. Ph.d. thesis, Stanford University, Stanford, CA, July 2000.
- [11] A. Savitzky and M.J.E. Golay, "Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedure," *Analytical Chemistry*, vol. 36, pp. 1627-1639, 1964.

- [12] Y. Yu and S.T. Acton, "Speckle reducing anisotropic diffusion," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 11, pp. 1260-1270, 2002.
- [13] J. Canny, "A computational approach to edge detector," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-8, pp. 679-697, June 1986.
- [14] W. K. Pratt, *Digital Image Processing*, Wiley, New York, 1977.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย