



โครงการวิจัยย่อยลำดับที่ 2

เรื่อง การพัฒนาโปรแกรมการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำระยะที่ 2

1. ผู้รับผิดชอบโครงการ รศ. ดร. สมชาย จิตะพันธ์กุล

2. วัตถุประสงค์ของโครงการ

- 2.1 เพื่อพัฒนาอัลกอริทึมสำหรับสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำ (Super-Resolution Image Reconstruction) สำหรับนำไปใช้งานในวิจัยขั้นสูงต่อไป
- 2.2 เขียนบทความทางวิชาการเพื่อเผยแพร่องค์ความรู้

3. ขอบเขตหรือเป้าหมายของโครงการ

- 3.1 เปรียบเทียบและวิเคราะห์ข้อดีและข้อด้อยของวิธีสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำที่วิจัยในปัจจุบัน
- 3.2 เปรียบเทียบและวิเคราะห์ข้อดีและข้อด้อยของกระบวนการรีจิสเตรชันที่ใช้ในสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำในปัจจุบัน
- 3.3 พัฒนาวิธีสำหรับสร้างภาพความละเอียดสูงจากชุดของภาพความละเอียดต่ำหรือสัญญาณวิดีโอ
- 3.4 พัฒนาวิธีสำหรับสร้างสัญญาณวิดีโอที่มีความละเอียดสูงจากสัญญาณวิดีโอที่มีความละเอียดต่ำ
- 3.5 พัฒนากระบวนการรีจิสเตรชันให้มีความแม่นยำสูงขึ้นและมีความเร็วในการคำนวณมากขึ้นเพื่อนำไปใช้ในกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำ

4. ส่วนงานที่ได้ดำเนินการไปแล้ว

4.1 การสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำโดยวิธี RWLS (Recursive Weight Least Square)

4.1.1 คำนำ

ดาวเทียมแบบ SERTS หรือ LANSAT (Several Earth Resources Technology Satellites) ได้ถูกส่งขึ้นไปเพื่อบันทึกภาพทางอากาศซึ่งทำให้เราทราบถึงปรากฏการณ์ทางสิ่งแวดล้อมต่างๆ อย่างเช่นลักษณะการกระจายของพืชหรือลักษณะโครงสร้างของผิวดินเป็นต้น เนื่องจากดาวเทียมแบบ LANSAT แต่ละดวงจะโคจรห่างจากพื้นโลกเป็นระยะทาง 570 ไมล์หรือจะโคจรรอบโลกจำนวน 14 ครั้งต่อหนึ่งวัน โดยแต่ละวันจะโคจรจากทิศเหนือลงใต้เป็นเวลา 18 วันแล้วจึงโคจรตามวงโคจรซ้ำเดิมไปเรื่อยๆ ดังนั้นปัญหาเกี่ยวกับภาพที่ดาวเทียมเหล่านี้บันทึกได้คือภาพที่บันทึกได้จะมีความละเอียดต่ำแต่จะมีจำนวนหลายภาพ

โครงการวิจัยร่วมฯ ปีงบประมาณ 2548 109 จัดทำเมื่อ 31 ตุลาคม 2549

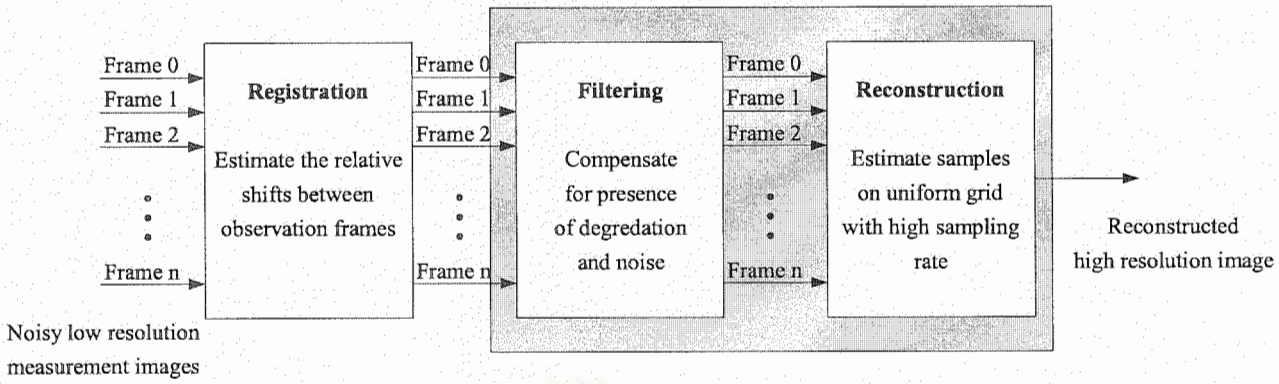
โดยแต่ละภาพจะมีลักษณะเคลื่อนกันเล็กน้อย เนื้อหาในส่วนนี้จึงนำเสนอการสร้างภาพความละเอียดสูงซึ่งสร้างจากภาพความละเอียดต่ำเพื่อใช้สำหรับแก้ปัญหาดังกล่าว ถึงแม้ว่าวัตถุประสงค์หลักของเนื้อหาในส่วนนี้คือการสร้างภาพความละเอียดสูงสำหรับภาพถ่ายทางอากาศแต่อัลกอริทึมที่นำเสนอนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำที่ผ่านกระบวนการ Blur แบบ Space-Invariance และมีสัญญาณรบกวนได้

เนื้อหาในส่วนนี้จะนำเสนอการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำซึ่งจะประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือการเรจิสเตรชัน (Registration), การกรองสัญญาณ (Filtering) และการสร้างภาพความละเอียดสูง (Reconstruction) โดยโครงสร้างของการสร้างภาพความละเอียดสูงจะเป็นไปตามรูปที่ 1 และรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนจะอธิบายดังต่อไปนี้

1. การเรจิสเตรชัน (Registration) คือการเลื่อนภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพให้ตรงกับภาพความละเอียดต่ำที่อ้างอิง เนื่องจากภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพที่บันทึกได้จะไม่ตรงกัน โดยแต่ละภาพอาจจะมีการเคลื่อนกันเล็กน้อยดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการเรียงภาพทั้งหมดให้ตรงกันก่อนที่จะนำไปประมวลผล
2. การกรองสัญญาณ (Filtering) คือการกำจัดสัญญาณรบกวนของภาพความละเอียดต่ำเนื่องจากภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพอาจประกอบด้วยสัญญาณรบกวน โดยสัญญาณรบกวนเหล่านี้จะมีลักษณะเป็นไปตามลักษณะของกระบวนการบันทึกภาพอย่างเช่นกระบวนการบันทึกภาพแบบดิจิทัลจะประกอบด้วยอุปกรณ์สร้างสัญญาณแสง (Illumination Source), ชุดของพื้นผิวที่สะท้อนแสง, ตัวเซ็นเซอร์และอุปกรณ์แปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัล (ADC) โดยอุปกรณ์ทั้งหมดดังกล่าวนี้อาจเป็นอุปกรณ์ที่สร้างสัญญาณรบกวนดังนั้นสัญญาณรบกวนอาจมีลักษณะบวกเข้ากับภาพที่บันทึกได้หรือสัญญาณรบกวนอาจมีลักษณะคูณกับภาพที่บันทึกได้เป็นต้น
3. การสร้างภาพความละเอียดสูง (Reconstruction) คือขั้นตอนสุดท้ายของการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำโดยกระบวนการนี้จะเพิ่มปริมาณข้อมูล โดยรายละเอียดจะกล่าวถึงในส่วนถัดไปโดยการอัลกอริทึมที่เหมาะสมต่อการสร้างภาพความละเอียดสูงจะต้องมีลักษณะการคำนวณซ้ำ

เนื้อหาในส่วนนี้จะนำเสนออัลกอริทึมที่มีลักษณะการคำนวณซ้ำดังนั้นอัลกอริทึมที่นำเสนอจึงรวมการกรองสัญญาณและการสร้างภาพความละเอียดสูงเข้าเป็นขั้นตอนเพียงขั้นตอนเดียว

Combined processing algorithm



รูปที่ 1 โครงสร้างของการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำ

นาย R. Y. Tsai และนาย T. S. Huang นำเสนอการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำที่มีสัญญาณรบกวนและผ่านกระบวนการ Blur [1]

กำหนดให้

- $f(x, y)$ คือภาพความละเอียดสูงต้นแบบ (Continuous Image)
- $f_k(x, y)$ คือภาพความละเอียดสูงลำดับที่ k ที่มีการเลื่อนเมื่อเทียบกับภาพความละเอียดสูงต้นแบบ $f(x, y)$ โดยที่ $k = 1, 2, \dots, p$ (Continuous Image)

ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างภาพ $f_k(x, y)$ และ $f(x, y)$ จะเป็นไปตามสมการที่ (1)

$$f_k(x, y) = f(x + \delta_{xk}, y + \delta_{yk}) \quad (1)$$

เมื่อ δ_{xk} คือระยะทางที่เลื่อนระหว่างภาพ $f_k(x, y)$ และ $f(x, y)$ ในแนวแกน x
 δ_{yk} คือระยะทางที่เลื่อนระหว่างภาพ $f_k(x, y)$ และ $f(x, y)$ ในแนวแกน y

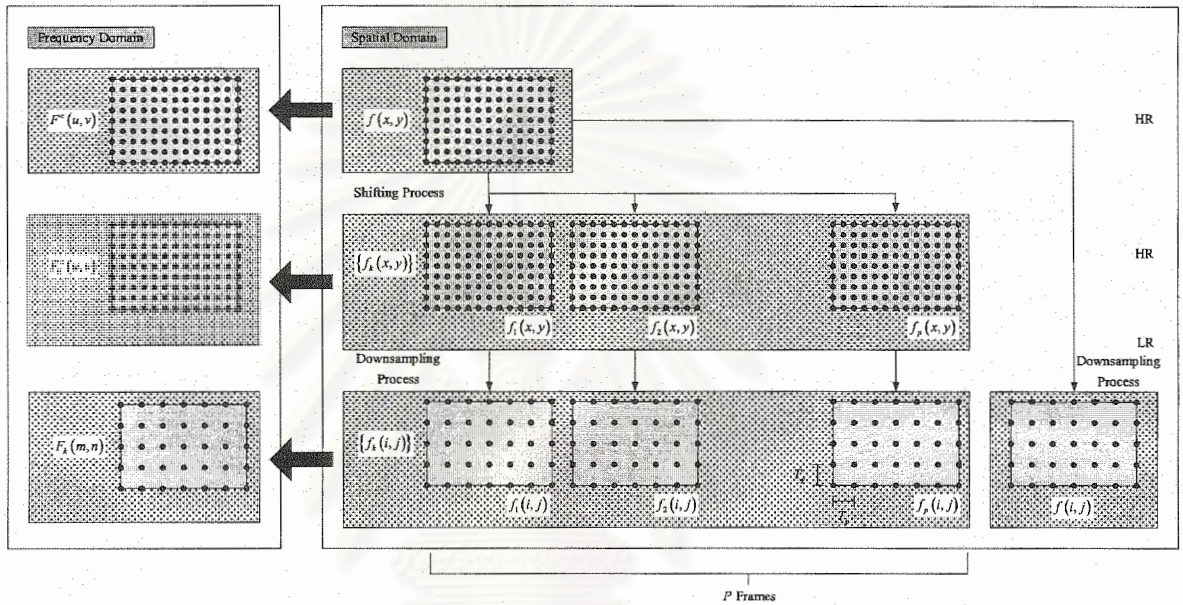
ภาพความละเอียดสูงที่มีการเลื่อนของข้อมูลทั้งหมดคือ $\{f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_p(x, y)\}$
 หรือ $\{f_k(x, y)\}$

- $\{f_k(i, j)\}$ คือภาพความละเอียดสูงซึ่งสุ่มเก็บข้อมูลมาจากภาพความละเอียดสูง $\{f_k(x, y)\}$ ดังนั้นภาพ $\{f_k(i, j)\}$ จึงมีลักษณะเป็นข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete Image) โดยที่ $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1, j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ และ $k = 1, 2, \dots, p$
- กำหนดให้ T_x และ T_y คือความยาวในการสุ่มข้อมูลในแนวแกน x และ y ตามลำดับ

ความสัมพันธ์ระหว่างภาพ $f_k(i, j)$ และ $f(i, j)$ จะเป็นไปตามสมการที่ (2)

$$f_k(i, j) = f(i \cdot T_x + \delta_{xk}, j \cdot T_y + \delta_{yk}) \quad (2)$$

เมื่อ $i = 0, 1, 2, \dots, M-1$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ และ $k = 1, 2, \dots, p$



รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างภาพ $f(x, y)$, $f_k(x, y)$ และ $f_k(i, j)$

ถ้ากำหนดให้ $F^c(u, v)$ คือค่าฟูเรียร์ของ $f(x, y)$ และ $F_k^c(u, v)$ คือค่าฟูเรียร์ของ $f_k(x, y)$ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง $F_k^c(u, v)$ และ $F^c(u, v)$ จะเป็นไปตามสมการที่ (3)

$$F_k^c(u, v) = \exp[j2\pi(\delta_{xk}u + \delta_{yk}v)] \cdot F^c(u, v) \quad (3)$$

ถ้ากำหนดให้ $F_k(m, n)$ คือค่าฟูเรียร์ของ $f_k(i, j)$ แล้วจะสามารถคำนวณได้ตามสมการต่อไปนี้

$$F_k(m, n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} f_k(i, l) \exp\left(-2\pi j \left(\frac{mi}{M} + \frac{nl}{N}\right)\right) \quad (4)$$

เมื่อ $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ และ $k = 1, 2, \dots, p$

เราสามารถคำนวณหาค่า $F_k(m, n)$ ได้จากความสัมพันธ์แบบ Aliasing ของภาพดั่งสมการที่ (5a)

$$F_k(m, n) = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} F_k^c \left(\frac{2\pi m}{MT_x} + i\omega_x, \frac{2\pi n}{NT_y} + l\omega_y \right) \quad (5a)$$

เมื่อ

$$\omega_x = \frac{2\pi}{T_x} \text{ และ } \omega_y = \frac{2\pi}{T_y} \quad (5b)$$

ถ้ากำหนดให้ภาพมีข้อมูลแบบ Band-Limited แล้วจะต้องมีค่า L_x และ L_y ที่จะสอดคล้องสมการที่ (6)

$$|F^c(u, v)| = 0 \quad \text{เมื่อ } |u| > L_x \omega_x \text{ และ } |v| > L_y \omega_y \quad (6)$$

เมื่อนำสมการที่ (6) ไปแทนค่าลงในสมการที่ (5) (ซึ่งเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์แบบ Aliasing ระหว่างข้อมูลในแต่ละภาพ) แล้วเราจะสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างภาพความละเอียดต่ำ $F_k(m, n)$ ในรูปของภาพความละเอียดสูง $F_k^c(u, v)$ ได้ดังต่อไปนี้

$$F_k(m, n) = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{i=-L_x}^{L_x} \sum_{l=-L_y}^{L_y} F_k^c \left(\frac{2\pi m}{MT_x} + i\omega_x, \frac{2\pi n}{NT_y} + l\omega_y \right) \quad \text{เมื่อ } k = 1, 2, \dots, p \quad (7)$$

ถ้าเราเขียนสมการที่ (7) ซึ่งอยู่ในรูปของเมตริกให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} (-L_x, -L_y) & (-L_x + 1, -L_y) & (-L_x + 2, -L_y) & \cdots & (L_x - 1, -L_y) \\ (-L_x, -L_y + 1) & (-L_x + 1, -L_y + 1) & (-L_x + 2, -L_y + 1) & \cdots & (L_x - 1, -L_y + 1) \\ (-L_x, -L_y + 2) & (-L_x + 1, -L_y + 2) & (-L_x + 2, -L_y + 2) & \cdots & (L_x - 1, -L_y + 2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-L_x, L_y - 1) & (-L_x + 1, L_y - 1) & (-L_x + 2, L_y - 1) & \cdots & (L_x - 1, L_y - 1) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (-L_x, -L_y) \\ (-L_x + 1, -L_y) \\ (-L_x + 2, -L_y) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ (L_x - 1, L_y - 1) \end{bmatrix}$$

การ Map ระหว่างเมตริกและเวกเตอร์จาก 2 มิติไปเป็น 1 มิติจะเป็นไปตามสมการที่ (8) และ (9)

$$\left(\frac{2\pi m}{MT_x} + i\omega_x, \frac{2\pi n}{NT_y} + l\omega_y \right) \rightarrow r \quad (8)$$

$$i = (r-1) \bmod (2L_x) - L_x \quad (9a)$$

และ

$$l = \left\lfloor \frac{(r-1)}{(2L_x)} \right\rfloor - L_y \quad \text{เมื่อ} \quad r = 1, 2, \dots, 4L_x L_y \quad (9b)$$

เราสามารถเขียนสมการที่ (7) ในรูปของเมตริกได้ดังต่อไปนี้

$$\underbrace{\begin{bmatrix} F_1(m, n) \\ F_2(m, n) \\ \vdots \\ F_p(m, n) \end{bmatrix}}_{F_p} = \frac{1}{T_x T_y} \underbrace{\begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,4L_x L_y} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,4L_x L_y} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{p,1} & \phi_{p,2} & \cdots & \phi_{p,p} \end{bmatrix}}_{\Phi} \times \underbrace{\begin{bmatrix} F_{mn}^c(1) \\ F_{mn}^c(2) \\ \vdots \\ F_{mn}^c(4L_x L_y) \end{bmatrix}}_{F_c} \quad (10a)$$

$$F_k(m, n) = F^c \left(\frac{2\pi m}{MT_x} + i\omega_x, \frac{2\pi n}{NT_y} + l\omega_y \right) \quad \text{เมื่อ} \quad r = 1, 2, \dots, 4L_x L_y \quad (10b)$$

เราสามารถคำนวณหาค่า $\phi_{k,r}$ ได้จากสมการต่อไปนี้

$$\phi_{k,r} = \exp \left[j2\pi \left(\delta_{sk} \left(\frac{m}{MT_x} - \frac{i}{T_x} \right) \right) \right] \cdot \exp \left[j2\pi \left(\delta_{sk} \left(\frac{n}{NT_y} - \frac{l}{T_y} \right) \right) \right] \quad (10c)$$

เมื่อนำค่า $i = (r-1) \bmod (2L_x) - L_x$ และ $l = \left\lfloor \frac{(r-1)}{(2L_x)} \right\rfloor - L_y$ ไปแทนลงในสมการที่ (10c)

$$\phi_{k,r} = \underbrace{\exp \left[j2\pi \left(\delta_{sk} \left(\frac{m}{MT_x} - \frac{L_x}{T_x} \right) + \delta_{sk} \left(\frac{n}{NT_y} - \frac{L_y}{T_y} \right) \right) \right]}_{a_k} \cdot \underbrace{\exp \left[j2\pi \left\{ \frac{\delta_{sk}(r-1) \bmod (2L_x)}{T_x} + \frac{\delta_{sk}}{T_y} \left(\left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \right) \right\} \right]}_{b_r}$$

(11)

เราสามารถเขียนสมการที่ (10a) ในรูปของเมตริกได้ดังสมการที่ (12)

$$\mathbf{F}_p = \frac{1}{T_x T_y} \cdot \Phi \cdot \mathbf{F}_c \quad (12)$$

$$\Phi = [\phi_{k,r}] = \mathbf{D} \cdot \mathbf{H} \quad (13a)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_p \end{bmatrix} \quad (13b)$$

$$d_k = \exp \left[j2\pi \left(\delta_{xk} \left(\frac{m}{MT_x} - \frac{L_x}{T_x} \right) + \delta_{yk} \left(\frac{n}{NT_y} - \frac{L_y}{T_y} \right) \right) \right] \quad (13c)$$

$$h_{kr} = \exp \left[j2\pi \left\{ \frac{\delta_{xk}}{T_x} (r-1) \bmod(2L_x) + \frac{\delta_{yk}}{T_y} \left(\left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \right) \right\} \right] \quad (13d)$$

$$h_{kr} = \exp \left[j2\pi \left\{ \frac{\delta_{xk}}{T_x} (r-1) \bmod(2L_x) \right\} \right] \cdot \exp \left[j2\pi \left\{ \frac{\delta_{yk}}{T_y} \left(\left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \right) \right\} \right]$$

$$h_{kr} = \exp \left[\frac{j2\pi\delta_{xk}}{T_x} ((r-1) \bmod(2L_x)) \right] \cdot \exp \left[\frac{j2\pi\delta_{yk}}{T_y} \left(\left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \right) \right]$$

$$h_{kr} = \left(\exp \left[\frac{j2\pi\delta_{xk}}{T_x} \right] \right)^{((r-1) \bmod(2L_x))} \cdot \left(\exp \left[\frac{j2\pi\delta_{yk}}{T_y} \right] \right)^{\left(\left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \right)}$$

$$h_{kr} = \underbrace{\left(\exp \left[\frac{j2\pi\delta_{xk}}{T_x} \right] \right)^{((r-1) \bmod(2L_x))}}_{W_{xk}^\alpha} \cdot \underbrace{\left(\exp \left[\frac{j2\pi\delta_{yk}}{T_y} \right] \right)^{\left(\left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \right)}}_{W_{yk}^\beta}$$

$$h_{kr} = W_{xk}^\alpha \cdot W_{yk}^\beta \quad (13d)$$

เมื่อ

$$W_{xk} = \left(\exp \left[\frac{j2\pi\delta_{xk}}{T_x} \right] \right) \quad (13e)$$

$$W_{yk} = \left(\exp \left[\frac{j2\pi\delta_{yk}}{T_y} \right] \right) \quad (13e)$$

$$\alpha = (r-1) \bmod (2L_x) \quad (13f)$$

$$\beta = \left\lfloor \frac{(r-1)}{2L_x} \right\rfloor \quad (13f)$$

ในส่วนถัดไปจะกล่าวถึงการแก้สมการที่ (10) โดยจะพิจารณาในกรณีที่ $p = 4L_xL_y$ อย่างเช่นถ้าเราต้องการขยายภาพ 2x2 เท่าแล้วเราจะต้องใช้ภาพความละเอียดจำนวน $p = 4(1)(1) = 4$ แฟรมหรือถ้าเราต้องการขยายภาพ 4x4 เท่าแล้วเราจะต้องใช้ภาพความละเอียดจำนวน $p = 4(2)(2) = 16$ แฟรม เป็นต้น ส่วนที่ 3 จะกล่าวถึงข้อดีของการคำนวณแบบนี้เพื่อใช้ในการปรับปรุงคุณภาพ SNR เมื่อมีการใช้ภาพความละเอียดจำนวนเพิ่มขึ้น ส่วนที่ 4 จะกล่าวถึงการพัฒนาวิธี RLS ให้สามารถใช้งานได้มากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่เรารายละเอียดเกี่ยวกับค่า SNR ของภาพใดมีค่าสูงและภาพใดมีค่า SNR ต่ำ ส่วนที่ 5 จะแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของอัลกอริทึมเกี่ยวกับการสร้างภาพความละเอียดสูงเมื่อนำมาใช้กับภาพในการทดลองและส่วนที่ 6 จะสรุปผลการทดลองและอัลกอริทึมที่นำเสนอทั้งหมด

4.1.2 เงื่อนไขสำหรับการแก้ชุดของสมการเชิงเส้น (Conditions For Solving the Structured Set of Linear Equation)

เราจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ชุดของสมการมีจำนวนเท่ากับตัวแปรดังนั้นแสดงในสมการที่ (14) หรือหมายความว่าจำนวนภาพความละเอียดที่ต้องใช้ในการคำนวณจะมีจำนวนเท่ากับขนาดของภาพที่เพิ่มขึ้นอย่างเช่นถ้าเราต้องการขยายภาพ 2x2 เท่าแล้วเราจะต้องใช้ภาพความละเอียดจำนวน 4 แฟรมหรือถ้าเราต้องการขยายภาพ 4x4 เท่าแล้วเราจะต้องใช้ภาพความละเอียดจำนวน 16 แฟรม เป็นต้น เนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึงเงื่อนไขที่จำเป็นในการสร้างภาพความละเอียดสูงเพื่อใช้ภาพเริ่มต้นสำหรับการคำนวณซ้ำอย่างเช่นถ้าเราต้องการขยายภาพ 2x2 เท่าแล้วเราจะต้องใช้ภาพความละเอียดจำนวน 16 แฟรมแล้วเราจำเป็นต้องเลือกภาพจำนวน 4 แฟรมเพื่อใช้สร้างภาพความละเอียดสูงเริ่มต้นแล้วจึงค่อยนำภาพอีก 12 แฟรมที่เหลือมาคำนวณซ้ำเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูงให้มีความคมชัดมากขึ้น แต่ถ้าภาพความละเอียดต่ำ 4 แฟรมดังกล่าวมีลักษณะการเลื่อนไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขแล้วก็จะทำให้เมตริก \mathbf{H} มีลักษณะเป็นเมตริกแบบ Singular และจะทำให้ไม่สามารถคำนวณหาค่า Inverse

$$p = 4L_xL_y \quad (14)$$

ถ้าตัวแปร มีลักษณะเป็น 1 มิติแล้วเมตริก H จะต้องมีโครงสร้างแบบ “Vandermonde” และเมตริก Φ จะต้อง มีลักษณะเป็น Nonsingular (หรือสามารถคำนวณหาค่า Φ^{-1} ได้)

ถ้าตัวแปร มีลักษณะเป็น 2 มิติและกำหนดให้ $p = 4L_xL_y$ โดยภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพจะมีการเลื่อนเป็น δ_{xk} และ δ_{yk} เมื่อ $k = 1, 2, \dots, p$ แล้วเมตริก Φ อาจจะมีลักษณะเป็น Singular ได้ ดังนั้น เนื้อหาในส่วนนี้จะศึกษาเฉพาะในกรณีที่ Φ มีลักษณะเป็น Nonsingular

ทฤษฎีที่ 1 เมตริก Φ ในสมการที่ (12) จะมีลักษณะเป็นเมตริก Singular ก็ต่อเมื่อเงื่อนไขต่อไปนี้ เป็นจริง

1. ภาพความละเอียดต่ำจำนวนมากกว่า $2L_y$ แฟรมที่มีการเลื่อนขนาดกับแกน y อย่างเช่นถ้าสร้าง ภาพความละเอียดสูงขนาด 2×2 แล้วเรามีภาพความละเอียดต่ำที่มีการเลื่อนของข้อมูลขนาด กับแกน y มากกว่า 2 แฟรมแล้วจะทำให้เมตริก Φ มีลักษณะเป็นเมตริก Singular
2. ภาพความละเอียดต่ำจำนวน $q = (2L_y)(4L_x - 2L_y - 1)/2$ คู่ที่มีการเลื่อนเป็นค่า $(\delta_{xk}/T_x, \delta_{yk}/T_y)$ ตามแนวแกน $y = x$

4.1.3. การสร้างภาพความละเอียดสูงจากชุดของภาพความละเอียดต่ำที่มีสัญญาณรบกวน (Recursive Reconstruction of High Resolution Image From Noisy Frames)

เนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึงการสร้างภาพความละเอียดสูงโดยการคำนวณซ้ำอย่างเช่นถ้าเราจะต้อง ใช้ภาพความละเอียดต่ำจำนวน 16 แฟรมแล้วเราจำเป็นต้องเลือกภาพจำนวน 4 แฟรมเพื่อใช้สร้างภาพความ ละเอียดสูงเริ่มต้นแล้วจึงค่อยนำภาพอีก 12 แฟรมที่เหลือมาคำนวณซ้ำเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูง ดังนั้น เนื้อหาในส่วนนี้จะนำเสนอการนำภาพอีก 12 แฟรมที่เหลือมาคำนวณซ้ำ

กำหนดให้ $p > 4L_xL_y$ (หรือเรามีภาพความละเอียดต่ำจำนวนเพียงพอ) ภาพความละเอียดต่ำที่มี สัญญาณรบกวน โดยสัญญาณรบกวนดังกล่าวอาจถูกรบกวนใน Frequency Domain ดังแสดงในสมการที่ (15)

$$Z_i(m, n) = F_i(m, n) + N_i(m, n) \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \dots, k \quad (15)$$

เมื่อ

$Z_i(m, n)$ คือภาพความละเอียดต่ำที่มีสัญญาณรบกวน (Frequency Domain)

$N_i(m, n)$ คือสัญญาณรบกวน (Frequency Domain)

เนื่องจากกระบวนการเพิ่มความละเอียดของข้อมูลแบบ Interpolation จะไม่ได้เพิ่มข้อมูลเชิงความถี่ให้กับภาพความละเอียดที่ถูกสร้างขึ้นดังนั้นเราสามารถจัดรูปสมการที่ (10) ได้เป็น

$$F_i = Y_i' F^c \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \dots, k \quad (16a)$$

เมื่อ

$$Y_i = \frac{1}{T_x T_y} X_i \quad (16b)$$

กำหนดให้ F^c คือภาพความละเอียดสูงต้นแบบและ X_i' คือสมาชิกทั้งหมดของแถวที่ k ของเมตริก Φ ดังแสดงในสมการต่อไปนี้

$$\Phi_k = \frac{1}{T_x T_y} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_k \end{bmatrix}$$

ระบบสมการที่ (10) ในกรณีที่มีสัญญาณรบกวนจะสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

$$Z_i = Y_i' F^c + N_k \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \dots, k \quad (17)$$

$$Z_k = \Phi_k F^c + N_k \quad (18a)$$

เมื่อ

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_k \end{bmatrix} \quad (18b)$$

$$Z_k = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_k \end{bmatrix} \quad (18c)$$

$$N_k = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_k \end{bmatrix} \quad (18d)$$

วัตถุประสงค์หลักคือเราต้องการคำนวณหาค่า $\hat{\mathbf{F}}^{(k)}$ ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดต่อไปนี้มีค่าน้อยที่สุด

$$\|\mathbf{E}_k\|^2 = (\mathbf{Z}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{F}}^{(k)})^* (\mathbf{Z}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{F}}^{(k)}) \quad (19)$$

เมื่อ $k \geq p$ และ $p = 4L_x L_y$, โดยที่เครื่องหมาย “*” คือการแปลง Complex Conjugate Transpose เนื่องจากคุณสมบัติการตั้งฉาก (Orthogonality) เราจะสามารถจัดรูปสมการที่ (19) ได้เป็น

$$(\Phi_k \hat{\mathbf{F}}^{(k)})^* (\mathbf{Z}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{F}}^{(k)}) = 0 \quad (20)$$

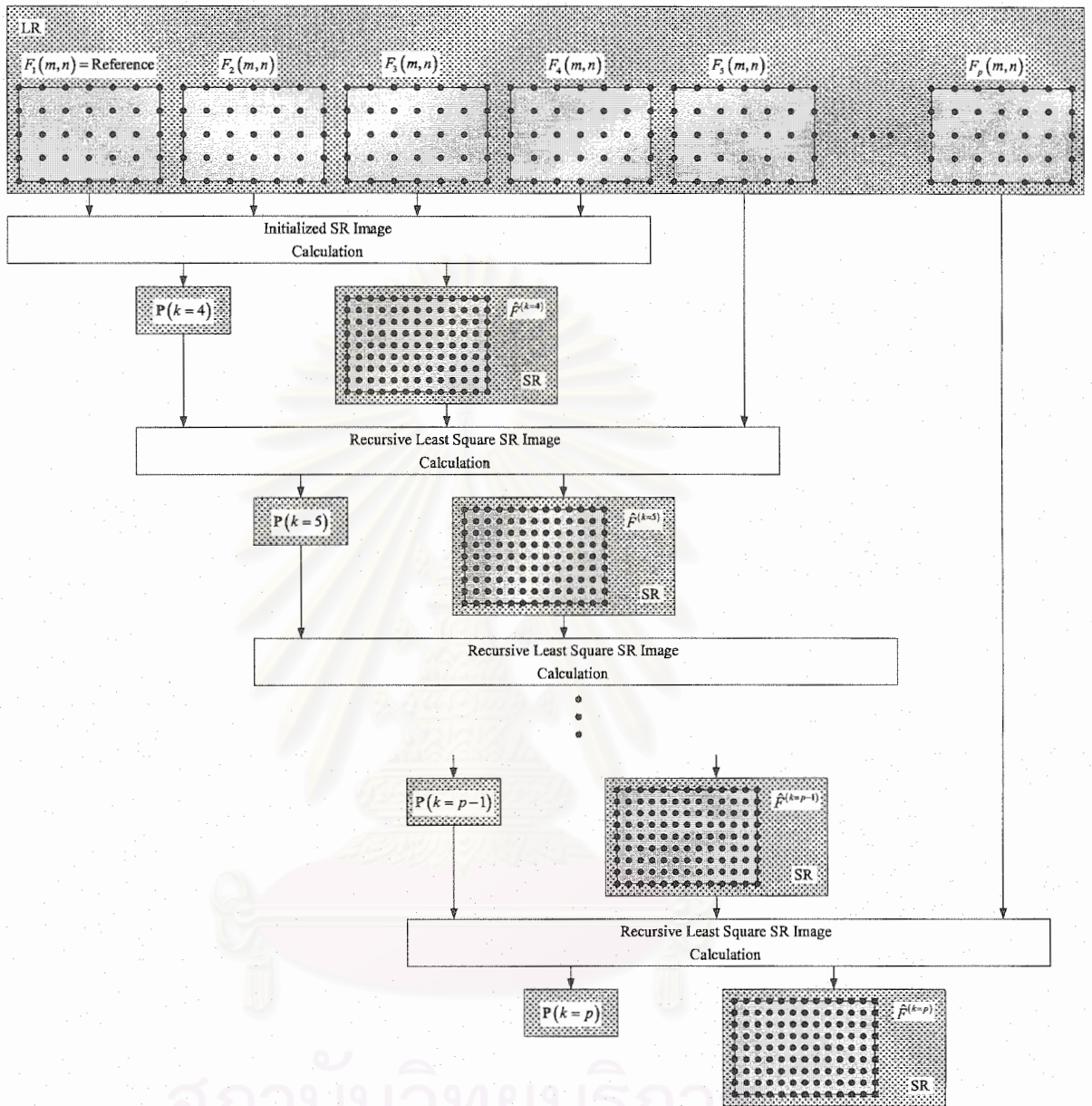
ดังนั้น

$$\hat{\mathbf{F}}^{(k)} = (\Phi_k^* \Phi_k)^{-1} (\Phi_k^* \mathbf{Z}_k) \quad (21)$$

ถ้ากำหนดให้ $k = p = 4L_x L_y$, แล้วเราสามารถคำนวณภาพความละเอียดสูง $\hat{\mathbf{F}}^{(p)}$ จากภาพความละเอียดต่ำ \mathbf{Z}_p ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\hat{\mathbf{F}}^{(p)} = (\Phi_p^* \Phi_p)^{-1} (\Phi_p^* \mathbf{Z}_p) \quad (22)$$

เมื่อกำหนดให้ค่า δ (หรือระยะเวลาการเลื่อนระหว่างแฟรม) ทำให้เมตริก Φ มีลักษณะเป็น Nonsingular ซึ่งเราจะสามารถทำได้โดยการเลือกภาพเฉพาะแฟรมที่ทำให้เมตริก Φ มีลักษณะเป็น Nonsingular อย่างเช่นถ้าเราจะใช้ภาพความละเอียดต่ำจำนวน 16 รูปเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูงที่มีขนาด 2x2 เท่าแล้วเราสามารถเลือกนำภาพจำนวน 4 แฟรมใดๆ ในภาพ 16 แฟรมที่ทำให้เมตริก Φ มีลักษณะเป็น Nonsingular และถึงแม้ว่าการคำนวณค่า Φ^{-1} จะเป็นปัญหาแบบ ill-Condition แต่อัลกอริทึม RLS ที่นำเสนอจะทำการคำนวณค่า Φ^{-1} เพียงครั้งเดียวในขั้นตอนการคำนวณค่า $\hat{\mathbf{F}}^{(p)}$ เริ่มต้นและเมตริก $\mathbf{P}(k)$ และถ้าเราเลือกภาพความละเอียดต่ำที่เหมาะสมจำนวน $4L_x L_y$ แฟรมแล้วความผิดพลาดในการคำนวณค่า Φ^{-1} ก็จะลดลงอย่างมาก วัตถุประสงค์หลักของเนื้อหาในส่วนนี้คือการแสดงสมการที่ใช้สำหรับคำนวณตามอัลกอริทึมแบบ RLS ในกรณีที่ $k > p$ อย่างเช่นถ้าเราต้องการสร้างภาพความละเอียดสูงขนาด 2x2 เท่าและเรามีความละเอียดต่ำจำนวน 16 แฟรมแล้วเนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการคำนวณในแฟรมที่ 5 ถึง 16 เท่านั้น โดยการคำนวณจะเป็นไปตามรูปที่ 3



รูปที่ 3 หลักการคำนวณของ RLS

กระบวนการคำนวณจะอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีการประมาณค่าแบบ LS ดังนั้นกำหนดให้

$$\mathbf{R}(k) = \Phi_k^* \Phi_k \quad (23a)$$

$$\mathbf{r}(k) = \Phi_k^* \mathbf{Z}_k \quad (23a)$$

เมื่อนำค่า $\mathbf{R}(k)$ และ $\mathbf{r}(k)$ แทนค่าลงในสมการที่ (21) แล้วเราจะได้ว่า

$$\hat{\mathbf{F}}^{(k)} = \mathbf{R}^{-1}(k) \mathbf{r}(k) \quad (24)$$

โดย

$$\mathbf{R}(k+1) = \mathbf{R}(k) + \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1} \quad (25a)$$

$$\mathbf{r}(k+1) = \mathbf{r}(k) + \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Z}_{k+1} \quad (15b)$$

เครื่องหมาย “ $\bar{}$ ” ในสมการที่ (25) คือ Complex Conjugation และเมื่อแทนค่า $\mathbf{R}(k+1)$ จากสมการที่ (25a) ลงในสมการที่ (24) แล้วเราจะสามารถคำนวณหาค่า $\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$ ได้ดังต่อไปนี้

$$\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)} = (\mathbf{R}(k) + \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1})^{-1} \mathbf{r}(k+1) \quad (26)$$

เราสามารถใช้คุณสมบัติของสมการที่ (27) ในการจัดพจน์ $\mathbf{R}^{-1}(k+1)$ หรือ $(\mathbf{R}(k) + \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1})^{-1}$ รูปสมการที่ (26) โดยกำหนดให้ $A = \mathbf{R}(k)$, $B = \bar{\mathbf{Y}}_{k+1}$, $C = 1$ และ $D = \mathbf{Y}'_{k+1}$

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(DA^{-1}B + C^{-1})^{-1}DA^{-1} \quad (27)$$

เราจะสามารถคำนวณหาค่า $\mathbf{R}^{-1}(k+1)$ ได้ดังต่อไปนี้

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = (\mathbf{R}(k) + \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1})^{-1}$$

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = \left(\underbrace{\mathbf{R}(k)}_A + \underbrace{\bar{\mathbf{Y}}_{k+1}}_B \cdot \underbrace{1}_C \cdot \underbrace{\mathbf{Y}'_{k+1}}_D \right)^{-1}$$

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = (\mathbf{R}(k))^{-1} - (\mathbf{R}(k))^{-1} \cdot \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \cdot \left\{ \mathbf{Y}'_{k+1} \cdot (\mathbf{R}(k))^{-1} \cdot \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} + 1 \right\}^{-1} \cdot \mathbf{Y}'_{k+1} \cdot (\mathbf{R}(k))^{-1}$$

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = \mathbf{R}(k)^{-1} - \mathbf{R}(k)^{-1} \cdot \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \cdot \left\{ \mathbf{Y}'_{k+1} \cdot \mathbf{R}(k)^{-1} \cdot \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} + 1 \right\}^{-1} \cdot \mathbf{Y}'_{k+1} \cdot \mathbf{R}(k)^{-1}$$

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = \mathbf{R}^{-1}(k) - \frac{\mathbf{R}^{-1}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{R}^{-1}(k)}{\left\{ \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{R}^{-1}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} + 1 \right\}}$$

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = \mathbf{R}^{-1}(k) - \left(\frac{\mathbf{R}^{-1}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{R}^{-1}(k)}{1 + \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{R}^{-1}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1}} \right) \quad (28)$$

กำหนดให้

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{R}^{-1}(k) \quad (29a)$$

$$\mathbf{Q}(k+1) = \mathbf{P}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \quad (29b)$$

และ

$$\alpha(k+1) = 1 + \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{P}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \quad (29c)$$

ดังนั้น

$$\mathbf{R}^{-1}(k+1) = \mathbf{R}^{-1}(k) - \left(\frac{\mathbf{R}^{-1}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{R}^{-1}(k)}{1 + \mathbf{Y}'_{k+1} \mathbf{R}^{-1}(k) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1}} \right) \quad (28)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{P}(k) - \frac{\mathbf{Q}(k+1) \mathbf{Q}^*(k+1)}{\alpha(k+1)} \quad (30b)$$

เราจะสามารถคำนวณหาภาพความละเอียดสูงคืนแบบ $\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$ ได้จากสมการที่ (24), (28) และ (29)

$$\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)} = \mathbf{P}(k+1) r(k+1) \quad (30a)$$

เมื่อ

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{P}(k) - \frac{\mathbf{Q}(k+1) \mathbf{Q}^*(k+1)}{\alpha(k+1)} \quad (30b)$$

โดยเราสามารถคำนวณหาค่า $r(k+1)$ ได้จากสมการที่ (25b), ค่า $\mathbf{P}(k)$ ได้จากสมการที่ (29a) และค่า $\alpha(k+1)$ ได้จากสมการที่ (29c) ตามลำดับโดยค่าทั้งหมดดังกล่าวจะเป็นจำนวนจริงแต่ค่า $\mathbf{Q}(k+1)$ ที่คำนวณจากสมการที่ (29b) จะมีค่าเป็นจำนวนเชิงซ้อน (Complex) ดังนั้นเราจะสามารถจัดรูปสมการที่ (30a) ได้เป็น

$$\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{F}}^{(k)} + \mathbf{P}(k+1) \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Y}'_{k+1} \hat{\mathbf{F}}^{(k)}) \quad (31)$$

เมื่อค่า $\mathbf{P}(k+1)$ คำนวณได้จากค่า $\mathbf{P}(k)$ ดังแสดงในสมการที่ (30b) และจากสมการที่ (24) เราจะได้ว่า

$$\mathbf{R}(k)\hat{\mathbf{F}}^{(k)} = r(k) \quad (32a)$$

$$\mathbf{R}(k+1)\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)} = r(k+1) \quad (32b)$$

กำหนดให้

$$\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{F}}^{(k)} + \mathbf{E}^{(k+1)} \quad (33)$$

เมื่อแทนค่า $\mathbf{R}(k+1)$ จากสมการที่ (25a), $r(k+1)$ จากสมการที่ (25b) และ $\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$ จากสมการที่ (33) ลงในสมการที่ (32b) แล้วเราจะคำนวณค่าความผิดพลาด $\mathbf{E}^{(k+1)}$ ได้ดังสมการที่ (34)

$$\mathbf{E}^{(k+1)} = \mathbf{P}(k+1)\bar{\mathbf{Y}}_{k+1}(\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Y}'_{k+1}\hat{\mathbf{F}}^{(k)}) \quad (34)$$

เราจะเห็นได้จากสมการที่ (31) ว่าเราสามารถคำนวณหาภาพความละเอียดสูง $\hat{\mathbf{F}}^{(k+1)}$ จากภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้ก่อนหน้านี้ $\hat{\mathbf{F}}^{(k)}$ ร่วมกับภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้ \mathbf{Z}_{k+1} และเราสามารถคำนวณหาค่าเมตริก $\mathbf{P}(k+1)$ จากเมตริก $\mathbf{P}(k)$ ตามสมการที่ (30b) โดยไม่ต้องคำนวณหาค่า Inverse เลย

4.1.4. อัลกอริทึม WLS (Weighted Least Square Algorithm)

ถ้าเราทราบข้อมูลเกี่ยวกับภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้แล้วเราจะสามารถนำข้อมูลเหล่านี้ไปรวมกับอัลกอริทึม RLS ที่ใช้สำหรับสร้างภาพความละเอียดสูงเพื่อทำให้อัลกอริทึม RLS สามารถสร้างภาพความละเอียดสูงที่มีความถูกต้องมากขึ้นอย่างเช่นถ้าเราทราบว่าภาพความละเอียดต่ำที่จะใช้คำนวณมีค่า SNR สูงแล้วเราจะให้ความสำคัญกับภาพดังกล่าวมากกว่าภาพความละเอียดต่ำที่มีค่า SNR ต่ำเป็นต้น

กำหนดให้ \mathbf{W} คือเมตริกค่าคงที่ (Weight Matrix) ที่ใช้กำหนดลักษณะความสำคัญของภาพความละเอียดต่ำแล้วความผิดพลาดของภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้จะเป็นไปตามสมการที่ (35a)

$$\|\mathbf{E}_k\|^2 = (\mathbf{Z}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{F}}^{(k)})^* \mathbf{W} (\mathbf{Z}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{F}}^{(k)}) \quad (35a)$$

เมื่อ

$$\mathbf{W} = \text{diag}(w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_k) \quad (35b)$$

หรือ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_k \end{bmatrix} \quad (35b)$$

เมื่อ $w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_k$ จะมีค่าเป็นไปตามลักษณะของข้อมูลเกี่ยวกับภาพความละเอียดต่ำ (Z_k) ที่เราทราบ

เราจะสามารถคำนวณหาภาพความละเอียดสูง $\hat{F}^{(k)}$ จากภาพความละเอียดต่ำ Z_k ได้จากสมการความผิดพลาด (35a) ได้ในลักษณะเดียวกับส่วนก่อนหน้านี้นี้ โดยเราจะได้เป็น

$$\hat{F}^{(k+1)} = \mathbf{P}(k+1)r(k+1) \quad (36a)$$

เมื่อ

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{P}(k) - \frac{\mathbf{Q}(k+1)\mathbf{Q}^*(k+1)}{\alpha(k+1)} \quad (36b)$$

เราจะสามารถคำนวณหาค่า $r(k+1)$ ได้จากสมการที่ (25b), ค่า $\mathbf{Q}(k+1)$ ได้จากสมการที่ (27a) และ $\alpha(k+1)$ ได้จากสมการที่ (37b)

$$\mathbf{Q}(k+1) = \mathbf{P}(k)\bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \quad (37a)$$

และ

$$\alpha(k+1) = w_{k+1}^{-1} + \mathbf{Y}_{k+1}'\mathbf{P}(k)\bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \quad (37b)$$

เราจะสามารถคำนวณหาภาพความละเอียดสูง $\hat{F}^{(k+1)}$ ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\hat{F}^{(k+1)} = \hat{F}^{(k)} + \mathbf{P}(k+1)\bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \left(\mathbf{Z}_{k+1} - w_{k+1}\mathbf{Y}_{k+1}'\hat{F}^{(k)} \right) \quad (38)$$

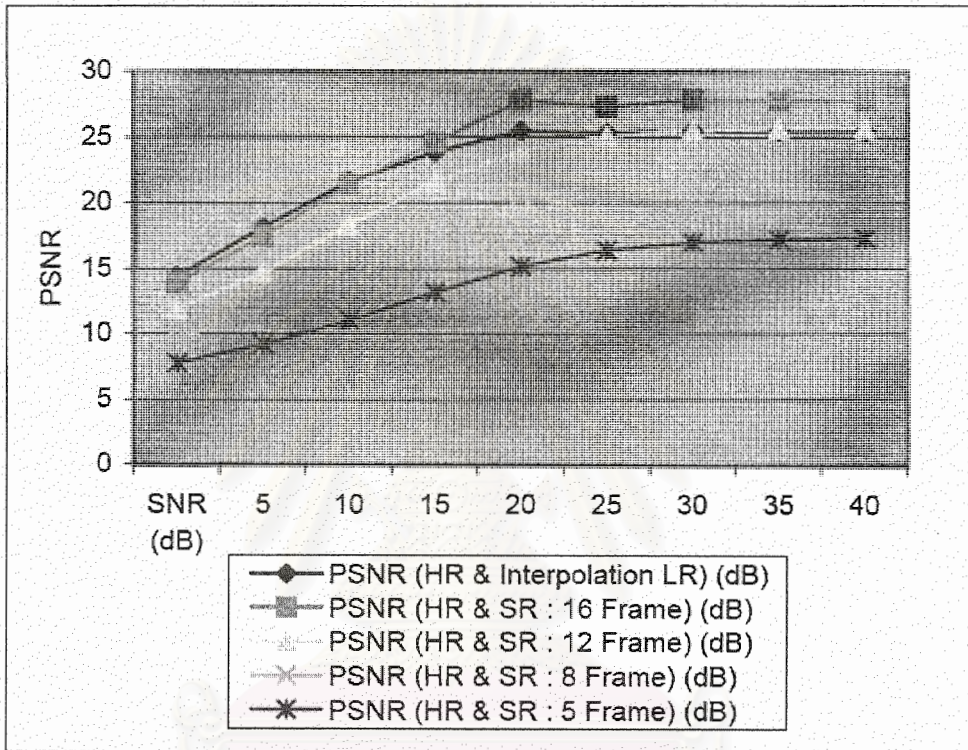
โดยเราสามารถคำนวณหาค่า $\mathbf{P}(k+1)$ ได้ตามสมการที่ (36b), (37a) และ (37b)

4.1.5. ผลการทดลอง

4.1.5.1 ภาพ Lena

| SNR (dB) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | INF |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| PSNR (HR & Interpolation LR) (dB) | 14.3803 | 18.1594 | 21.6223 | 23.8788 | 25.4791 | 25.2775 | 25.4791 | 25.4536 | 25.4791 |
| PSNR (HR & SR : 16 Frame) (dB) | 13.867 | 17.4499 | 21.4082 | 24.6349 | 27.8201 | 27.3569 | 27.8201 | 27.7848 | 27.8201 |
| PSNR (HR & SR : 12 Frame) (dB) | 11.8911 | 14.6784 | 18.3247 | 21.6719 | 23.9683 | 25.0895 | 25.5367 | 25.6781 | 25.7519 |
| PSNR (HR & SR : 8 Frame) (dB) | 9.6815 | 11.7346 | 14.2593 | 17.0275 | 19.4302 | 20.7827 | 21.3875 | 21.598 | 21.6879 |
| PSNR (HR & SR : 5 Frame) (dB) | 7.7636 | 9.1931 | 11.0289 | 13.1937 | 15.1696 | 16.4161 | 17.0062 | 17.2511 | 17.3441 |

ตารางที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า PSNR ของภาพความละเอียดสูงที่สร้างได้, ค่า SNR ของสัญญาณ
รบกวน
และจำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า PSNR ของภาพความละเอียดสูงที่สร้างได้, ค่า SNR ของสัญญาณรบกวน
และจำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้ในการคำนวณ



(a) SR (5 Frames)



(b) SR (8 Frames)



(c) SR (12 Frames)



(d) SR (16 Frames)



(e) Interpolated LR



(f) Original HR

รูปที่ 4.2 ผลการทดลอง : ภาพ Lena (เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวน)



รูปที่ 4.3 ผลการทดลอง : ภาพ Lena (เมื่อสัญญาณรบกวนมีขนาด SNR = 10 dB)

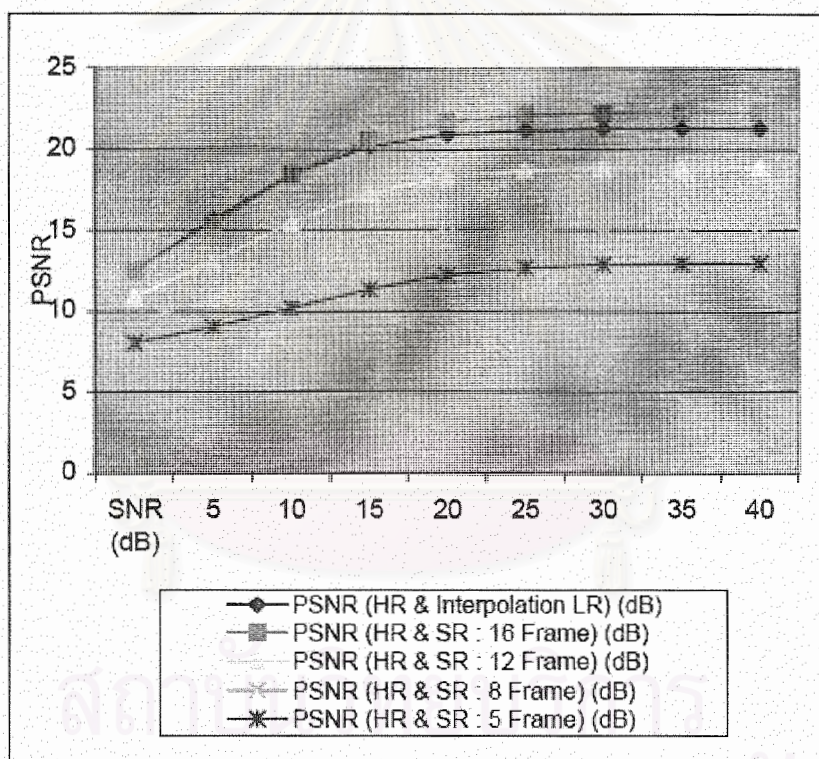
4.1.5.2 ภาพ Baboon

| SNR (dB) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | INF |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| PSNR (HR & Interpolation LR) (dB) | 12.5085 | 15.663 | 18.4602 | 20.1292 | 20.8915 | 21.1277 | 21.2359 | 21.2606 | 21.2725 |
| PSNR (HR & SR : 16 Frame) (dB) | 12.5071 | 15.3572 | 18.4631 | 20.586 | 21.6413 | 22.0845 | 22.2358 | 22.2908 | 22.3077 |
| PSNR (HR & SR : 12 Frame) (dB) | 10.898 | 13.0716 | 15.5068 | 17.3511 | 18.3336 | 18.7402 | 18.8617 | 18.9158 | 18.9234 |
| PSNR (HR & SR : 8 Frame) (dB) | 9.428 | 10.7541 | 12.3648 | 13.7861 | 14.6661 | 15.0695 | 15.2237 | 15.2731 | 15.293 |
| PSNR (HR & SR : 5 Frame) (dB) | 8.0286 | 8.9989 | 10.1837 | 11.3528 | 12.2145 | 12.6781 | 12.8797 | 12.9296 | 12.9581 |

ตารางที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า PSNR ของภาพความละเอียดสูงที่สร้างได้, ค่า SNR ของสัญญาณ

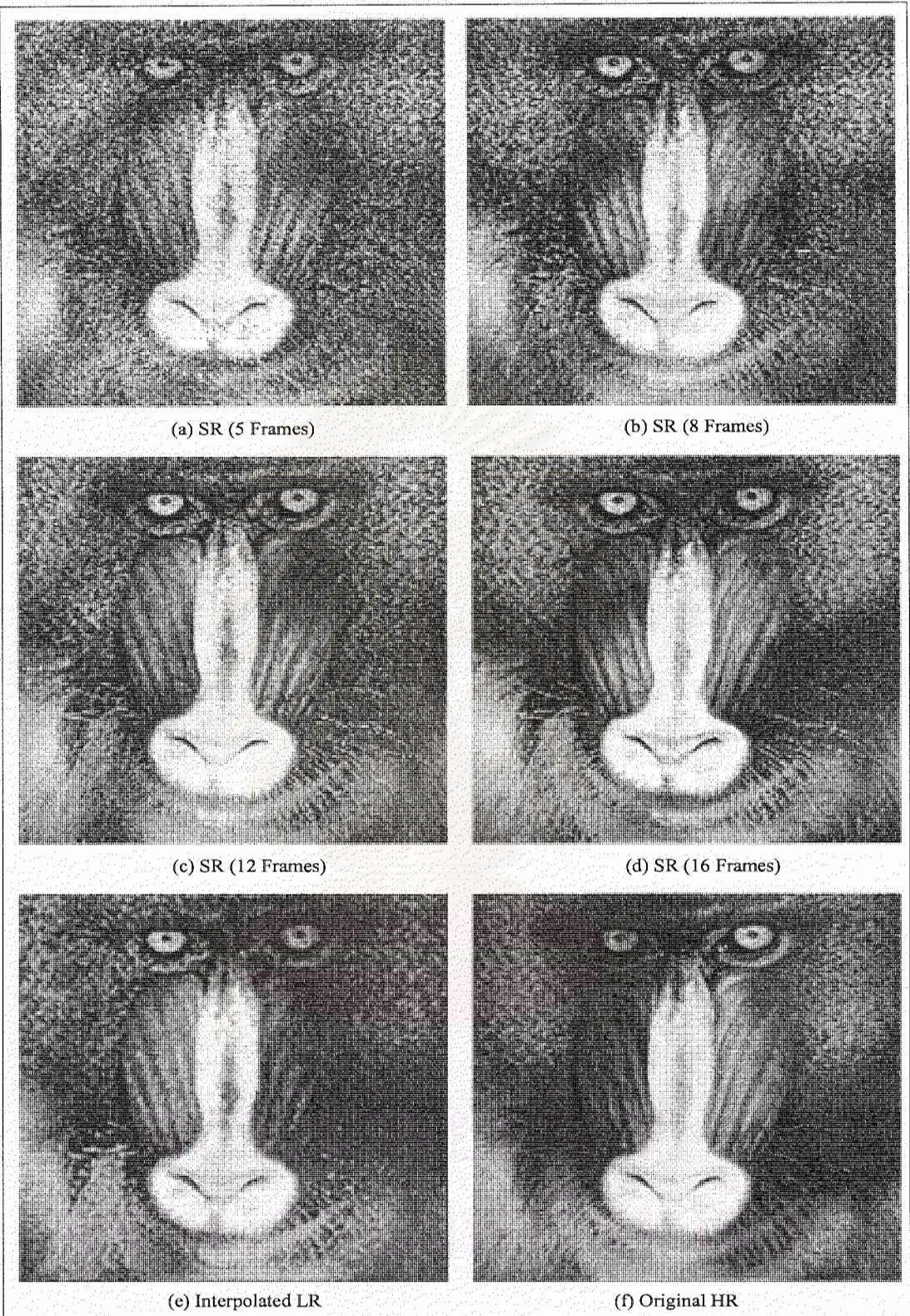
รบกวน

และจำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้ในการคำนวณ

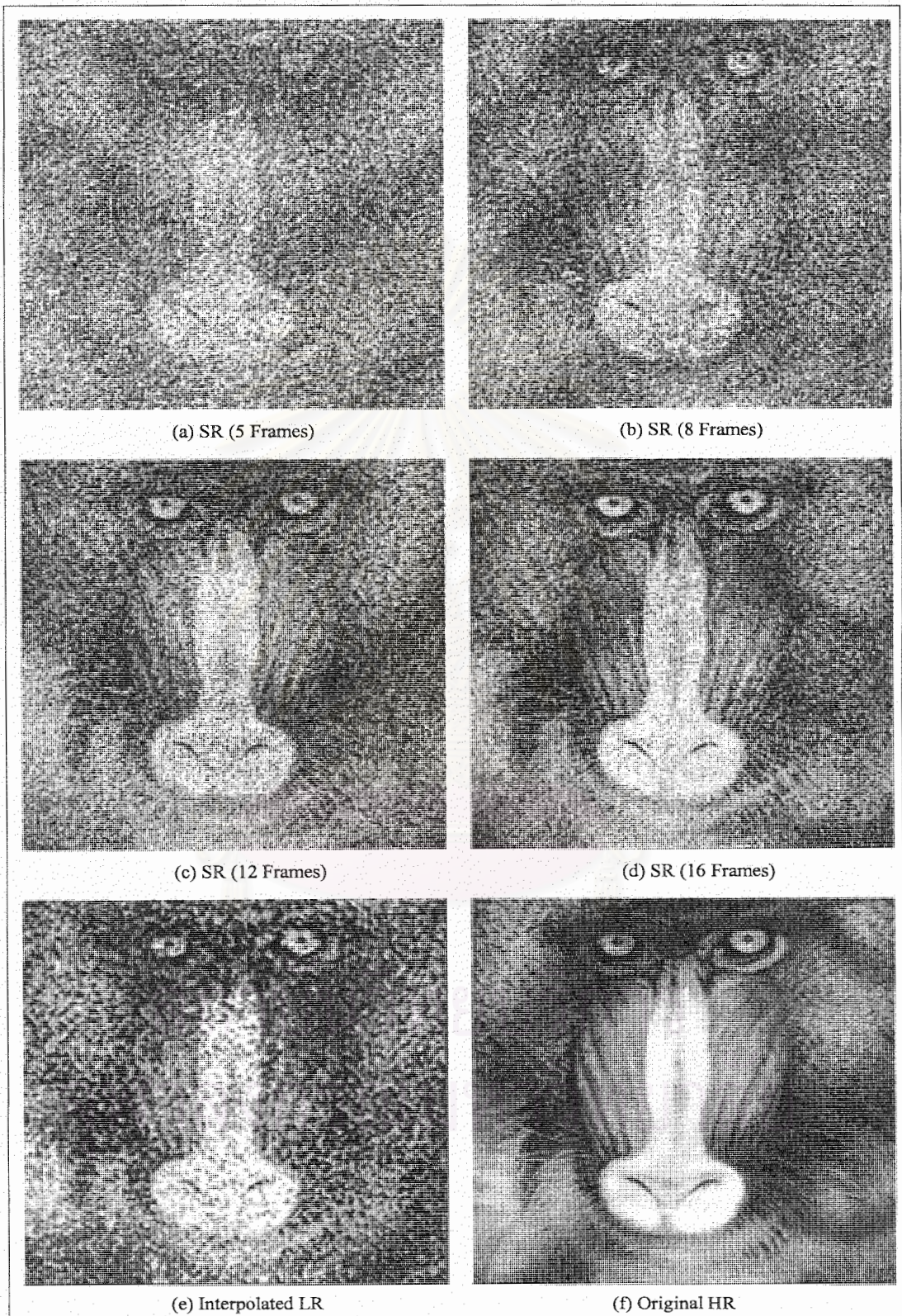


รูปที่ 5.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า PSNR ของภาพความละเอียดสูงที่สร้างได้, ค่า SNR ของสัญญาณรบกวน

และจำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 5.2 ผลการทดลอง : ภาพ Baboon (เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวน)

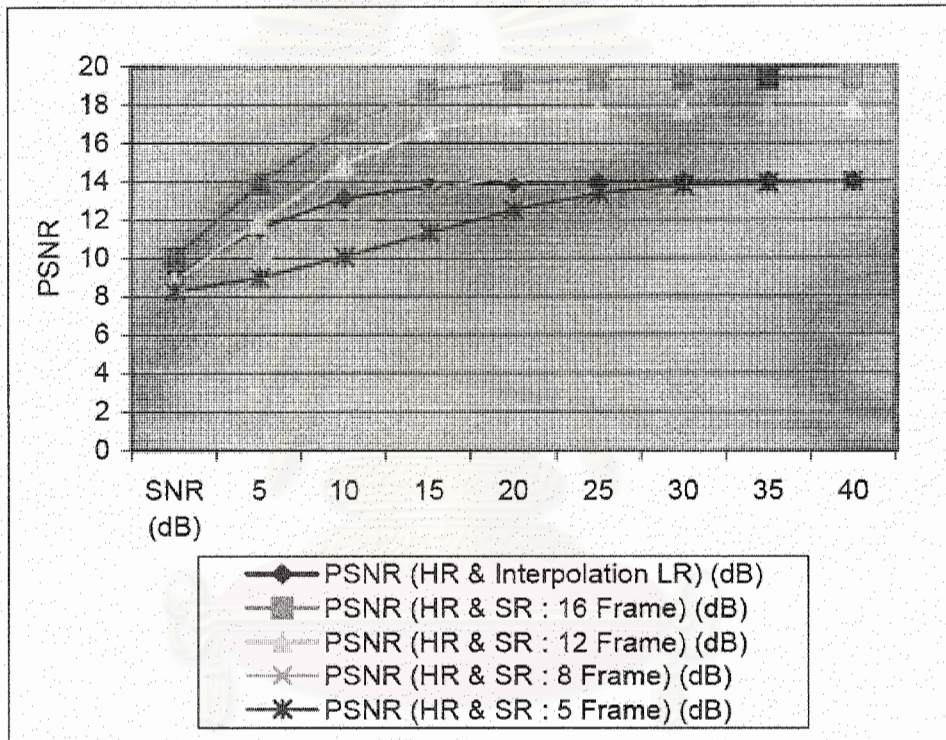


รูปที่ 5.3 ผลการทดลอง : ภาพ Baboon (เมื่อสัญญาณรบกวนมีขนาด SNR = 10 dB)

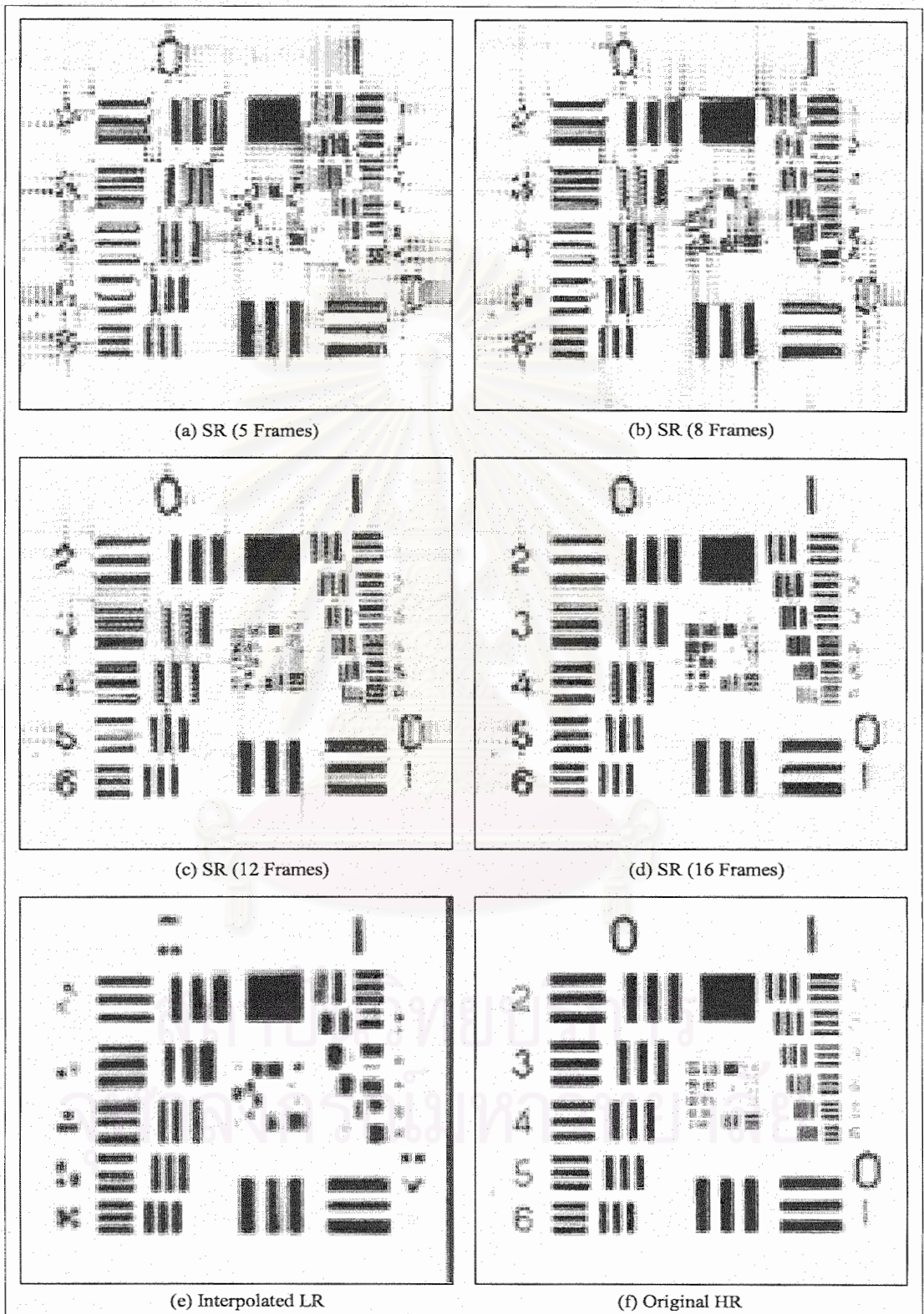
4.1.5.3 ภาพ Resolution Chart

| SNR (dB) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| PSNR (HR & Interpolation LR) (dB) | 9.0761 | 11.5491 | 13.133 | 13.7322 | 13.9103 | 13.9814 | 13.9918 | 13.9957 | 14.0077 |
| PSNR (HR & SR : 16 Frame) (dB) | 10.0184 | 13.8489 | 16.9739 | 18.7403 | 19.2283 | 19.3054 | 19.3352 | 19.3475 | 19.3654 |
| PSNR (HR & SR : 12 Frame) (dB) | 8.7941 | 11.8808 | 14.9068 | 16.7581 | 17.4136 | 17.6831 | 17.7497 | 17.7799 | 17.8178 |
| PSNR (HR & SR : 8 Frame) (dB) | 8.6421 | 9.8520 | 11.5798 | 13.4238 | 14.4739 | 14.8306 | 14.9554 | 15.0118 | 15.0584 |
| PSNR (HR & SR : 5 Frame) (dB) | 8.2533 | 8.9561 | 10.0807 | 11.2667 | 12.5168 | 13.3655 | 13.809 | 13.9221 | 13.9656 |

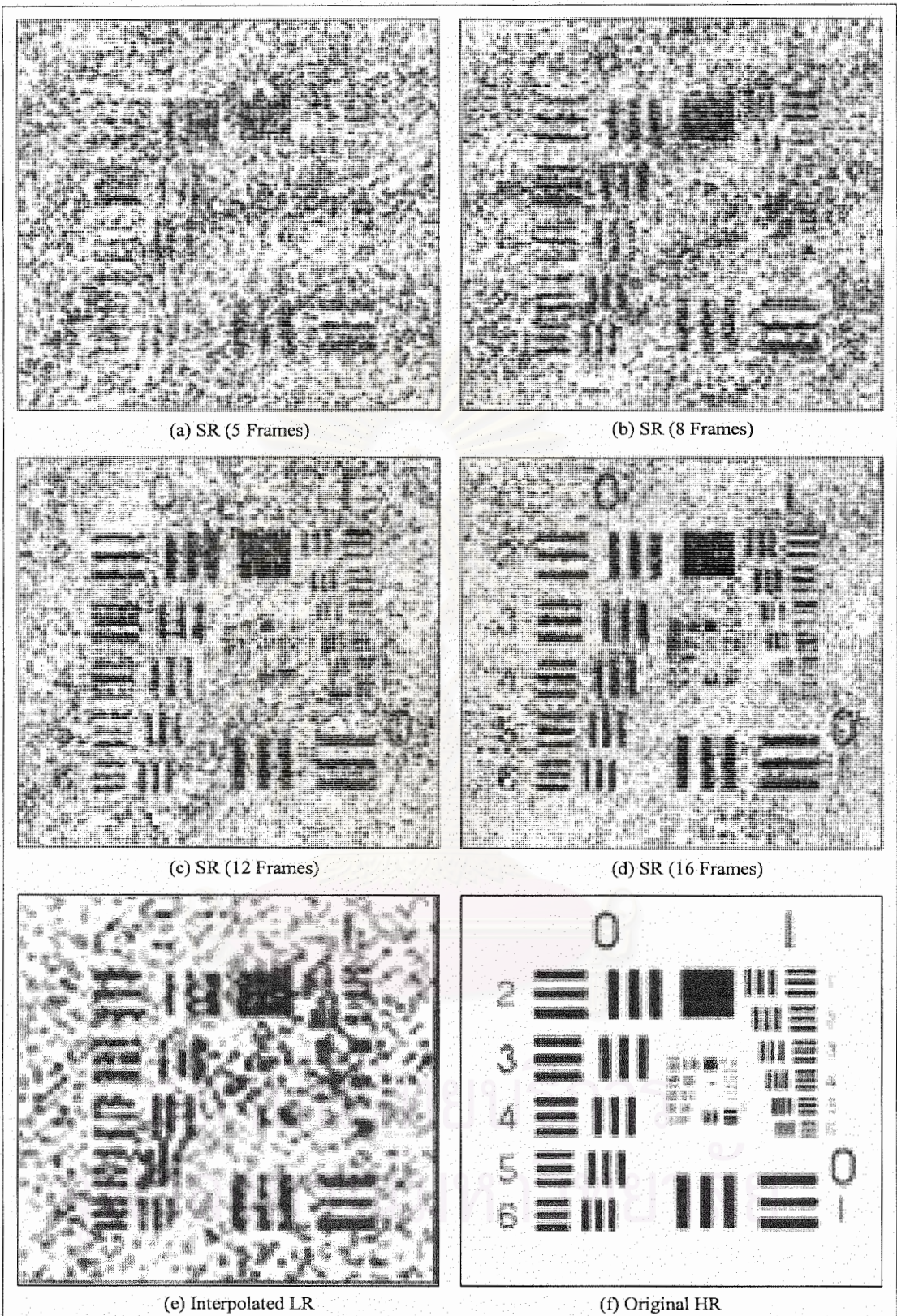
ตารางที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า PSNR ของภาพความละเอียดสูงที่สร้างได้, ค่า SNR ของสัญญาณ
รบกวน
และจำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 6.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า PSNR ของภาพความละเอียดสูงที่สร้างได้, ค่า SNR ของสัญญาณรบกวน
และจำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 6.2 ผลการทดลอง : ภาพ Resolution Chart (เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวน)



รูปที่ 6.3 ผลการทดลอง : ภาพ Resolution Chart (เมื่อสัญญาณรบกวนมีขนาด SNR = 10 dB)

4.2 การสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำโดยวิธี ML โดยใช้ Regularization แบบ BTV

4.2.1 การสร้างภาพความละเอียดสูงแบบ SR แบบ Robust

กำหนดให้

- $\{\underline{Y}_k\}_{k=1}^N$: ภาพความละเอียดต่ำจำนวน N ภาพ
- \underline{X} : ภาพความละเอียดสูงต้นแบบ
- $\hat{\underline{X}}$: ภาพความละเอียดสูงที่สร้างโดยกระบวนการ SR จากภาพความละเอียดต่ำ $\{\underline{Y}_k\}_{k=1}^N$
- F_k : กระบวนการ Wrap
- H_k : กระบวนการที่ทำให้ภาพไม่คมชัดซึ่งจะมีลักษณะเป็นไปตามฟังก์ชัน PSF ของกล้อง
- D_k : กระบวนการลดปริมาณข้อมูล (Down Sampling)
- $\{\underline{V}_k\}_{k=1}^N$: สัญญาณรบกวน

แล้วแบบจำลองของการบันทึกภาพจะเป็นไปตามสมการที่ (39)

$$\underline{Y}_k = D_k H_k F_k \underline{X} + \underline{V}_k \text{ เมื่อ } k = 1, \dots, N \quad (39)$$

วัตถุประสงค์หลักของการสร้างภาพความละเอียดสูงแบบ SR คือถ้าเราทราบภาพความละเอียดต่ำจำนวน N ภาพ (หรือ $\{\underline{Y}_k\}_{k=1}^N$) แล้วเราจะต้องพยายามจำนวนหาภาพความละเอียดสูง (หรือ $\hat{\underline{X}}$)

4.2.1.1 การประมาณแบบ Robust

ความถูกต้องและแม่นยำของการคำนวณภาพความละเอียดสูงจะขึ้นอยู่กับความถูกต้องและแม่นยำของการกำหนดลักษณะแบบจำลองของภาพความละเอียดสูง (\underline{X}) และสัญญาณรบกวน ($\{\underline{V}_k\}_{k=1}^N$) ดังนั้นถ้าภาพความละเอียดสูง (\underline{X}) และสัญญาณรบกวน ($\{\underline{V}_k\}_{k=1}^N$) มีลักษณะแตกต่างกับแบบจำลองที่กำหนดไว้แล้วภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้ (หรือ $\hat{\underline{X}}$) จะมีความผิดพลาดสูงดังนั้นบทความนี้จะนำเสนอการประมาณที่สามารถทนต่อความผิดพลาดดังกล่าวได้มากหรือถึงแม้ว่าภาพความละเอียดสูง (\underline{X}) และสัญญาณรบกวน ($\{\underline{V}_k\}_{k=1}^N$) มีลักษณะแตกต่างกับแบบจำลองที่กำหนดไว้อย่างมากแต่การประมาณดังกล่าวก็ยังจะสามารถคำนวณหาภาพความละเอียดสูงที่มีความถูกต้องได้

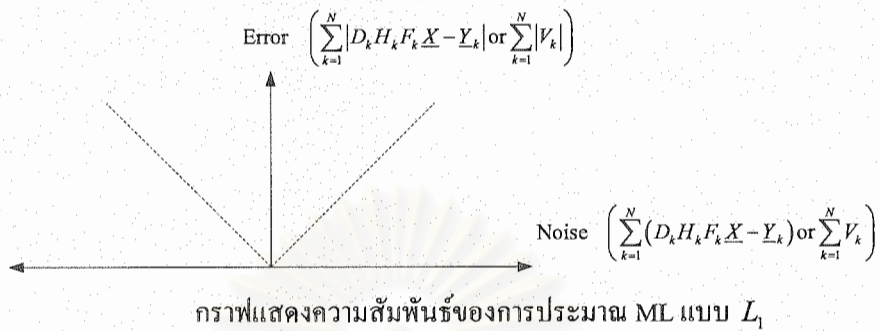
4.2.1.1.1 การประมาณ ML (Maximum Likelihood) แบบ L_1

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N \rho(\underline{Y}_k, D_k H_k F_k \underline{X}) \right\} \quad (40)$$

หรือ

$$\sum_k \Psi(\underline{Y}_k, D_k H_k F_k \underline{X}) = 0 \quad (41)$$

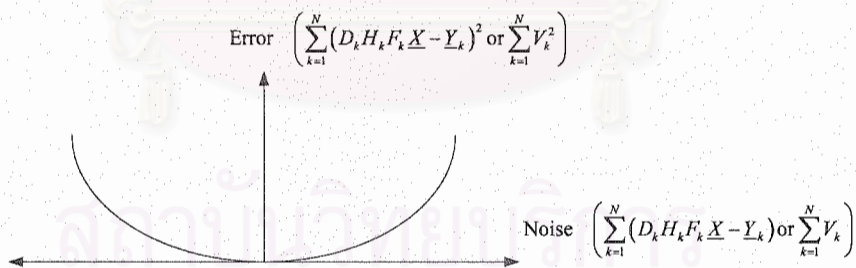
เมื่อฟังก์ชัน $\rho(\)$ คือฟังก์ชันความผิดพลาดระหว่างภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้กับภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้



4.2.1.1.2 การประมาณ ML (Maximum Likelihood) แบบ L_2

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N \|D_k H_k F_k \underline{X} - \underline{Y}_k\|_2^2 \right\} \quad (42)$$

ข้อเสียของวิธีประมาณ ML แบบ L_2 คือวิธีนี้จะไม่ทนต่อสัญญาณรบกวนหรือความผิดพลาดในการกำหนดแบบจำลองและจากสมการที่ (42) ดังแสดงให้เห็นจากกราฟคือถ้าสัญญาณรบกวนมีค่าสูงแล้วค่าความผิดพลาดจะยิ่งสูงมากทำให้ความแม่นยำในการประมาณค่าลดลงดังนั้นวิธีแบบ L_2 จะเหมาะสมสำหรับกรณีที่ความผิดพลาดของแบบจำลองหรือสัญญาณรบกวนมีค่าไม่มาก



เราจะสามารถคำนวณหาภาพความละเอียดสูง \hat{X} ได้ดังต่อไปนี้

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N [\underline{Y}_k - D_k H_k F_k \underline{X}]^T W_k^{-1} [\underline{Y}_k - D_k H_k F_k \underline{X}] \right\} \quad (43)$$

คำนวณหาจุดต่ำสุดของสมการที่ (43) โดยการหาอนุพันธ์ของสมการที่ (43) เทียบกับตัวแปร \underline{X}

$$\frac{\partial}{\partial \underline{X}} \left\{ \sum_{k=1}^N [\underline{Y}_k - D_k H_k F_k \underline{X}]^T W_k^{-1} [\underline{Y}_k - D_k H_k F_k \underline{X}] \right\} = 0$$

$$\sum_{k=1}^N [D_k H_k F_k]^T W_k^{-1} [\underline{Y}_k - D_k H_k F_k \underline{X}] = 0$$

$$\sum_{k=1}^N [D_k H_k F_k]^T W_k^{-1} \underline{Y}_k - \sum_{k=1}^N [D_k H_k F_k]^T W_k^{-1} D_k H_k F_k \underline{X} = 0$$

$$\underbrace{\sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} \underline{Y}_k}_{\underline{P}} - \underbrace{\sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} D_k H_k F_k \underline{X}}_{\underline{R}} = 0$$

$$\underline{P} - \underline{R} \hat{\underline{X}} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad \underline{P} = \sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} \underline{Y}_k \quad \text{และ} \quad \underline{R} = \sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} D_k H_k F_k$$

เราจะสามารถคำนวณหา $\hat{\underline{X}}$ ในสมการข้างบน ($\underline{P} - \underline{R} \hat{\underline{X}} = 0$) ได้โดยวิธี SD (Steepest Descent)

$$\hat{\underline{X}}_{j+1} = \hat{\underline{X}}_j + \mu [\underline{P} - \underline{R} \hat{\underline{X}}_j]$$

นำพจน์ $\underline{P} = \sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} \underline{Y}_k$ และ $\underline{R} = \sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} D_k H_k F_k$ แทนลงในสมการข้างบนจะ
ได้ดังต่อไปนี้

$$\hat{\underline{X}}_{j+1} = \hat{\underline{X}}_j + \beta \cdot \sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T W_k^{-1} [\underline{Y}_k - D_k H_k F_k \hat{\underline{X}}_j]$$

- $\hat{\underline{X}}_0$: เวกเตอร์เริ่มต้นหรือภาพความละเอียดสูงที่ใช้เริ่มต้นการคำนวณซึ่งโดยทั่วไปแล้วจะหาได้จากการนำภาพความละเอียดต่ำมาผ่านกระบวนการ interpolation
- β : ค่า Weight ซึ่งจะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์และมีค่าเล็กพอ (เพื่อความเสถียร)

4.2.1.2 การรวมภาพแบบ Robust Data Fusion

การประมาณ ML แบบ L_p จะคำนวณได้ตามสมการที่ (44) เมื่อกำหนดให้ $1 \leq p \leq 2$

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N \|D_k H_k F_k \underline{X} - \underline{Y}_k\|_p^p \right\} \quad (44)$$

เนื่องจากเมตริก $H_k = H$ และ $D_k = D$ และเมตริก H และ F_k เป็นเมตริก Block-Circulant ดังนั้นเมตริกทั้งสองจึงเป็นไปตามกฎการสลับที่ของการคูณหรือ $F_k H = H F_k$ ดังนั้นเราจะสามารถจัดสมการที่ (44) ได้เป็น

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N \left\| DF_k \frac{H \underline{X}}{\underline{Z}} - \underline{Y}_k \right\|_p^p \right\} \quad (45)$$

เนื่องจากเมตริก $\underline{Z} = H \underline{X}$ หรือเมตริก \underline{Z} คือภาพความละเอียดสูงที่ Blur ดังนั้นเราจะสามารถจัดสมการที่ (45) ได้เป็น

$$\underline{Z} = \underset{\underline{Z}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N \|DF_k \underline{Z} - \underline{Y}_k\|_p^p \right\} \quad (46)$$

เราจะสรุปได้ว่าการคำนวณหาภาพความละเอียดสูง \underline{X} จากภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้ $\{\underline{Y}_k\}_{k=1}^N$ จะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนคือ

- การคำนวณหาภาพความละเอียดสูง \underline{Z} จากภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้ $\{\underline{Y}_k\}_{k=1}^N$
 - การคำนวณหาภาพความละเอียดสูงที่คมชัด \underline{X} จากภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้ \underline{Z}
- ค่าเกรเดียนต์หรืออนุพันธ์ของสมการที่ (46) เทียบกับตัวแปร \underline{X} คือ

$$\underline{G}_p = \frac{\partial}{\partial \underline{Z}} \left\{ \sum_{k=1}^N \|DF_k \underline{Z} - \underline{Y}_k\|_p^p \right\} = \sum_{k=1}^N F_k^T D^T \text{sign}(DF_k \underline{Z} - \underline{Y}_k) \square |DF_k \underline{Z} - \underline{Y}_k|^{p-1} \quad (47)$$

เมื่อ \square คือการคูณแบบสมาชิกตัวต่อตัวระหว่างเวกเตอร์

ถ้า $p = 2$ แล้วเราจะคำนวณค่า \underline{G}_2 ได้ตามสมการที่ (48)

$$G_2 = \frac{\partial}{\partial \underline{Z}} \left\{ \sum_{k=1}^N \|DF_k \underline{Z} - \underline{Y}_k\|^2 \right\} = \sum_{k=1}^N F_k^T D^T (DF_k \hat{\underline{Z}} - \underline{Y}_k) = 0 \quad (48)$$

ถ้า $p=1$ แล้วเราจะคำนวณค่า G_2 ได้ตามสมการที่ (49)

$$G_1 = \frac{\partial}{\partial \underline{Z}} \left\{ \sum_{k=1}^N \|DF_k \underline{Z} - \underline{Y}_k\| \right\} = \sum_{k=1}^N F_k^T D^T \text{sign}(DF_k \hat{\underline{Z}} - \underline{Y}_k) = 0 \quad (49)$$

เราจะเห็นได้ว่า $F_k^T D^T$ จะเป็นการเม็บบจากภาพความละเอียดต่ำไปเป็นภาพความละเอียดสูงและ DF_k จะเป็นการเม็บบจากภาพความละเอียดสูงไปเป็นภาพความละเอียดต่ำ

4.2.1.3 ฟังก์ชัน Regularization แบบ Robust

เนื่องจากการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งแบบ SR เป็นปัญหาแบบ ill-posed ดังนั้นผลเฉลยหรือภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้ (\hat{X}) จะมีจำนวนที่เป็นไปได้มากมาย การกำหนดฟังก์ชัน Regularization จึงเป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับการจำกัดผลเฉลยหรือภาพความละเอียดสูงที่คำนวณได้ (\hat{X}) ที่เป็นไปได้ ดังนั้นเราสามารถคำนวณภาพความละเอียดสูง (\hat{X}) ได้เป็น

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \sum_{k=1}^N \rho(\underline{Y}_k, D_k H_k F_k \underline{X}) + \lambda \Upsilon(\underline{X}) \right\} \quad (50)$$

- λ : Regularization Parameter
- $\Upsilon(\)$: ฟังก์ชัน Regularization

4.2.1.3.1 ฟังก์ชัน Regularization แบบ Tikhonov

$\Upsilon(\underline{X}) = \|\Gamma \underline{X}\|_2^2$ เมื่อ Γ คือ Highpass Operator อย่างเช่นสมการที่ (51)

$$\Gamma_{\text{kernel}} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Laplacian Kernel}) \quad (51)$$

4.2.1.3.2 ฟังก์ชัน Regularization แบบ BTM (Bilateral Total Variance)

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \sum_{l=-P}^P \sum_{m=0}^P \alpha^{|m|+|l|} \|\underline{X} - S_x^l S_y^m \underline{X}\|_1 \quad \text{เมื่อ } l+m \geq 0 \quad (52)$$

- P : รัศมีของ Neighborhood Pixel ($P = 1, \dots, 5$)
- S_x^l : การเลื่อนแนวนอนไปจำนวน l พิกเซลและ S_y^m : การเลื่อนแนวตั้งไปจำนวน m พิกเซล
- α : Scalar Weight โดย $0 < \alpha < 1$

ถ้า $P = 1$ แล้วเราสามารถจัดรูปของสมการที่ (52) ได้เป็น

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=0}^1 \alpha^{|m|+|l|} \|\underline{X} - S_x^l S_y^m \underline{X}\|_1$$

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \begin{cases} \alpha^{0+0} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^0 \underline{X}\|_1 + \alpha^{0+1} \|\underline{X} - S_x^1 S_y^0 \underline{X}\|_1 \\ + \alpha^{1+1} \|\underline{X} - S_x^{-1} S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^{1+0} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^{1+1} \|\underline{X} - S_x^1 S_y^1 \underline{X}\|_1 \end{cases}$$

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \begin{cases} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^0 \underline{X}\|_1 + \alpha \|\underline{X} - S_x^1 S_y^0 \underline{X}\|_1 \\ + \alpha^2 \|\underline{X} - S_x^{-1} S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^1 \|\underline{X} - S_x^0 S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^2 \|\underline{X} - S_x^1 S_y^1 \underline{X}\|_1 \end{cases}$$

ถ้า $P = 2$ แล้วเราสามารถจัดรูปของสมการที่ (52) ได้เป็น

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \sum_{l=-2}^2 \sum_{m=0}^2 \alpha^{|m|+|l|} \|\underline{X} - S_x^l S_y^m \underline{X}\|_1$$

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \begin{cases} \alpha^{0+0} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^0 \underline{X}\|_1 + \alpha^{0+1} \|\underline{X} - S_x^1 S_y^0 \underline{X}\|_1 + \alpha^{0+2} \|\underline{X} - S_x^2 S_y^0 \underline{X}\|_1 \\ + \alpha^{1+1} \|\underline{X} - S_x^{-1} S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^{1+2} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^{1+1} \|\underline{X} - S_x^1 S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^{1+2} \|\underline{X} - S_x^2 S_y^1 \underline{X}\|_1 \\ + \alpha^{2+2} \|\underline{X} - S_x^{-2} S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^{2+1} \|\underline{X} - S_x^{-1} S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^{2+0} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^{2+1} \|\underline{X} - S_x^1 S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^{2+2} \|\underline{X} - S_x^2 S_y^2 \underline{X}\|_1 \end{cases}$$

$$Y_{BTV}(\underline{X}) = \begin{cases} \|\underline{X} - S_x^0 S_y^0 \underline{X}\|_1 + \alpha \|\underline{X} - S_x^1 S_y^0 \underline{X}\|_1 + \alpha^2 \|\underline{X} - S_x^2 S_y^0 \underline{X}\|_1 \\ + \alpha^2 \|\underline{X} - S_x^{-1} S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^1 \|\underline{X} - S_x^0 S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^2 \|\underline{X} - S_x^1 S_y^1 \underline{X}\|_1 + \alpha^3 \|\underline{X} - S_x^2 S_y^1 \underline{X}\|_1 \\ + \alpha^4 \|\underline{X} - S_x^{-2} S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^3 \|\underline{X} - S_x^{-1} S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^2 \|\underline{X} - S_x^0 S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^3 \|\underline{X} - S_x^1 S_y^2 \underline{X}\|_1 + \alpha^4 \|\underline{X} - S_x^2 S_y^2 \underline{X}\|_1 \end{cases}$$

4.2.1.4 การประยุกต์ใช้งานการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งแบบ Robust

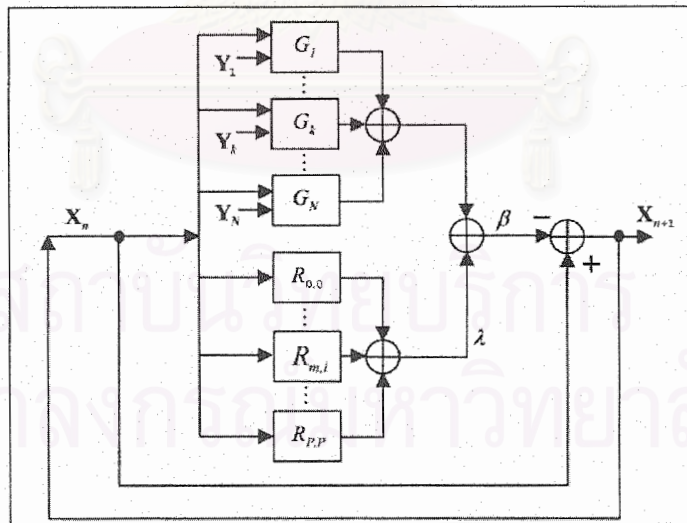
เราสามารถใช่วิธีประมาณ ML แบบ L_1 ในการคำนวณภาพความละเอียดสูงยิ่ง (\hat{X}) ได้ดังสมการที่ (53)

$$\underline{X} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \left(\sum_{k=1}^N \|D_k H_k F_k \underline{X} - \underline{Y}_k\|_1 \right) + \left(\sum_{l=-P}^P \sum_{m=0}^P \alpha^{|m|+|l|} \|\underline{X} - S_x^l S_y^m \underline{X}\|_1 \right) \right\} \quad (53)$$

เราสามารถคำนวณหาผลเฉลยของสมการที่ (21) ได้โดยวิธี Steepest Descent ได้ดังสมการที่ (54)

$$\hat{X}_{n+1} = \hat{X}_n + \beta \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left(\sum_{k=1}^N F_k^T H_k^T D_k^T \text{sign}(D_k H_k F_k \hat{X}_n - \underline{Y}_k) \right) \\ & + \left(\lambda \sum_{l=-P}^P \sum_{m=0}^P \alpha^{|m|+|l|} [I - S_x^{-l} S_y^{-m}] \text{sign}(\hat{X}_n - S_x^l S_y^m \hat{X}_n) \right) \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

- β : ค่า Weight ซึ่งจะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์และมีค่าเล็กพอ (เพื่อความเสถียร)
- S_x^{-l} และ S_y^{-m} คือเมตริก $(S_x^l)^T$ และ $(S_y^m)^T$



รูปที่ 6 โครงสร้างการคำนวณของสมการที่ (54)

4.2.1.5 การประยุกต์ใช้งานการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งแบบ Robust แบบความเร็วสูง

ถึงแม้ว่าการคำนวณของสมการที่ (21) จะมีความเร็วสูงแล้วก็ตามแต่เราต้องการวิธีการคำนวณที่มีความเร็วมากกว่าวิธีดังกล่าวอีกดังนั้นเนื้อหาในส่วนนี้จะนำเสนอการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งแบบ Robust แบบความเร็วสูงซึ่งจะมีการคำนวณดังต่อไปนี้

4.2.1.5.1 Noniterative Data Fusion

การคำนวณหาภาพความละเอียดสูง \underline{Z} จากภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้ $\{\underline{Y}_k\}_{k=1}^N$ ตามสมการที่ (55)

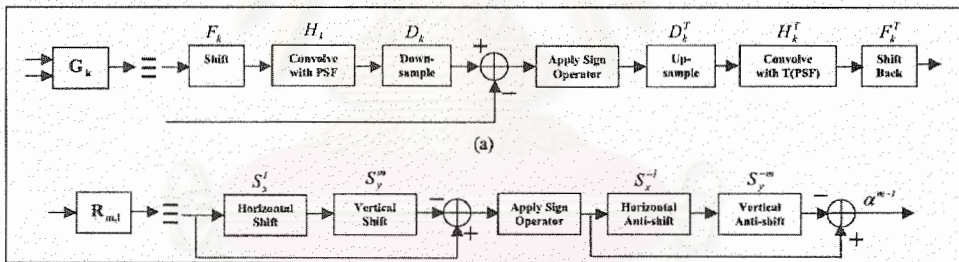
4.2.1.5.2 Iterative Deblurring-Interpolation

การคำนวณหาภาพความละเอียดสูงที่คมชัด $\hat{\underline{X}}$ จากภาพความละเอียดสูงที่บันทึกได้ \underline{Z} ตามสมการที่ (55)

$$\hat{\underline{X}} = \underset{\underline{X}}{\text{ArgMin}} \left\{ \left(\left\| A(H\underline{X} - \underline{Z}) \right\|_1 \right) + \lambda' \left(\sum_{l=-P}^P \sum_{m=0}^P \alpha^{|m|+|l|} \left\| \underline{X} - S_x^l S_y^m \underline{X} \right\|_1 \right) \right\} \quad (55)$$

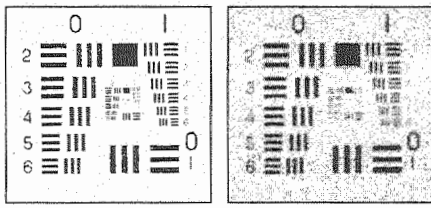
เมื่อเมตริก A คือเมตริก Diagonal ที่มีค่า \sqrt{n} (n คือจำนวนภาพความละเอียดต่ำ) ดังนั้นเราจะได้ผลเฉลยทั้งหมดเป็น

$$\hat{\underline{X}}_{n+1} = \hat{\underline{X}}_n + \beta \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left(H^T A^T \text{sign} \left(A H_k \hat{\underline{X}}_n - A \hat{\underline{Z}}_k \right) \right) \\ & + \left(\lambda \sum_{l=-P}^P \sum_{m=0}^P \alpha^{|m|+|l|} \left[I - S_x^{-l} S_y^{-m} \right] \text{sign} \left(\hat{\underline{X}}_n - S_x^l S_y^m \hat{\underline{X}}_n \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (56)$$



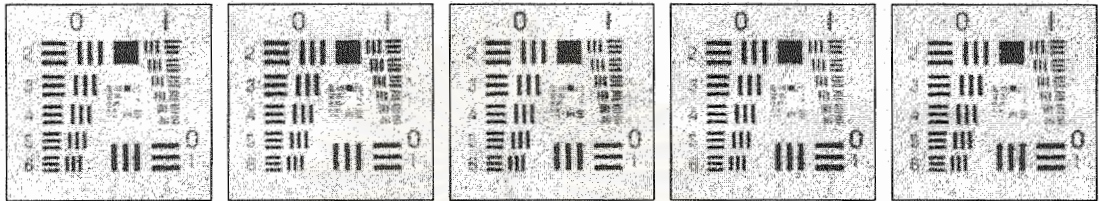
รูปที่ 7 โครงสร้างการคำนวณของสมการที่ (56)

4.2.2 ผลการทดลอง



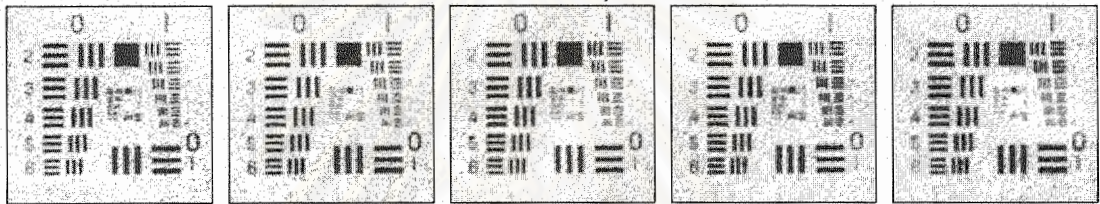
(a) Original HR Image

(b) Blurred and Noisy LR Image ($v=0.01$)



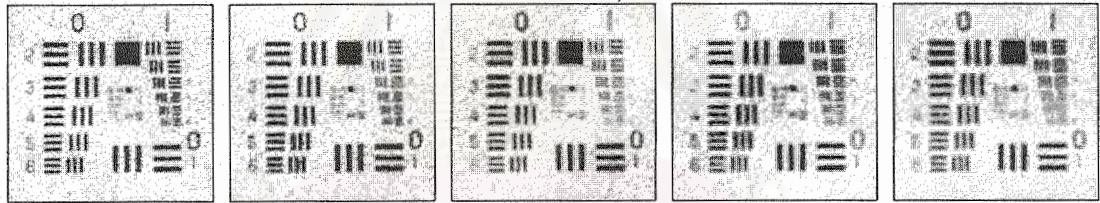
(c) SR Image (L1 Norm without Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0$ and $\beta=1$



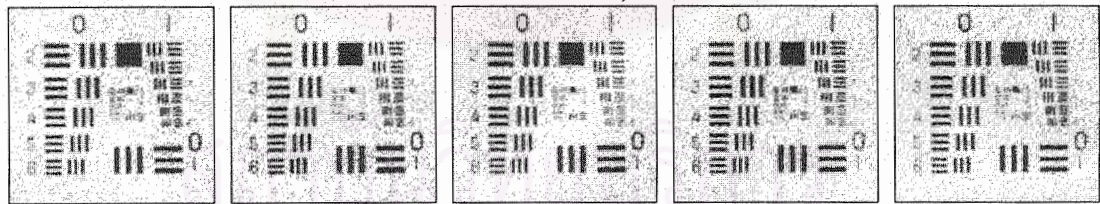
(d) SR Image (L1 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.25$ and $\beta=1$



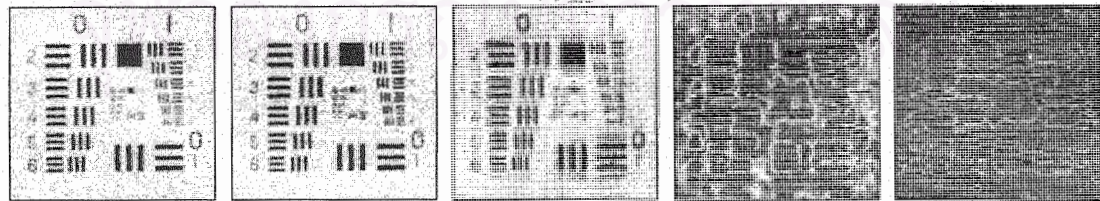
(e) SR Image (L1 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.75$ and $\beta=1$



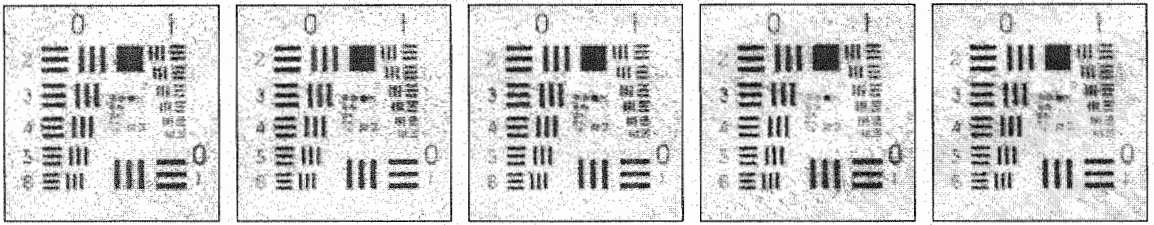
(f) SR Image (L1 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.001$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$

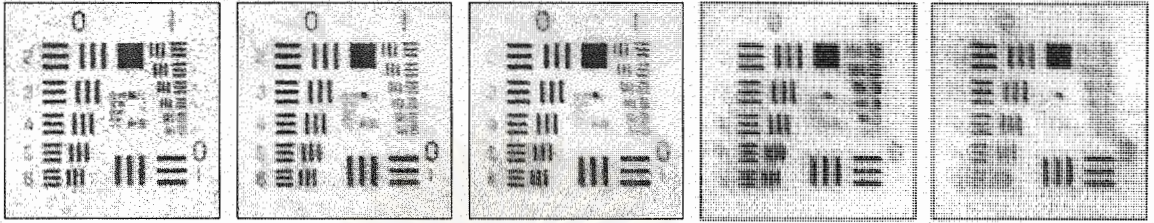


(g) SR Image (L1 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

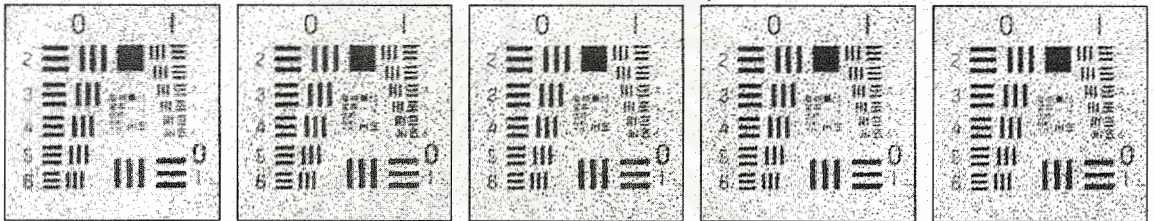
where $\lambda=0.005$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



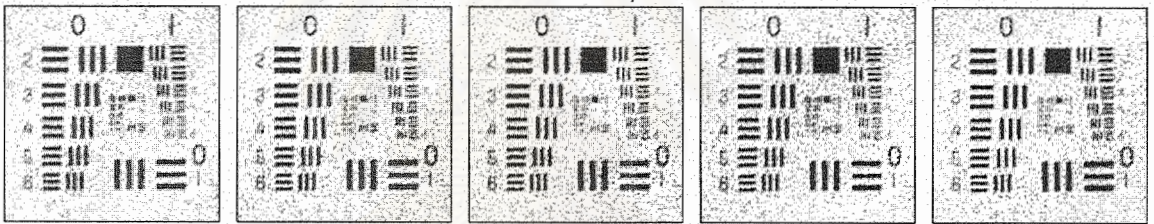
(h) SR Image (L1 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 3th, 6th, 9th and 12th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.1$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



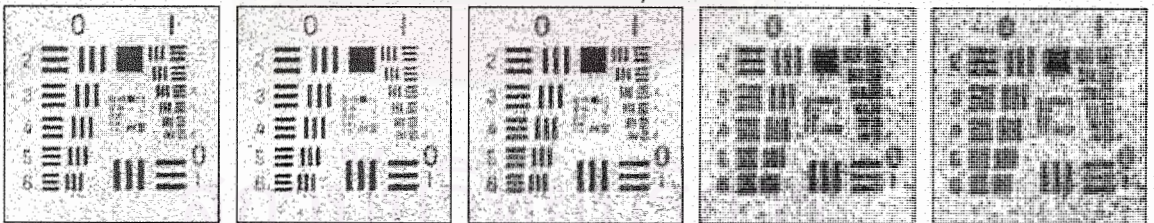
(i) SR Image (L1 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 4th, 8th, 12th and 16th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.5$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



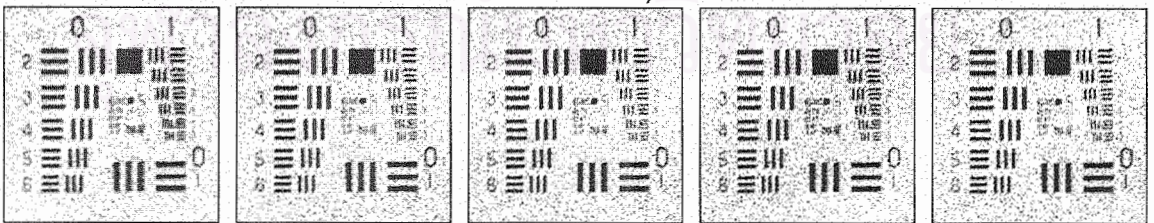
(j) SR Image (L2 Norm without Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0$ and $\beta=1$



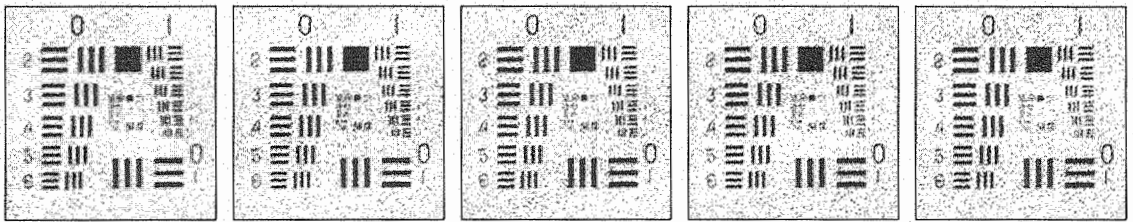
(k) SR Image (L2 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.5$ and $\beta=1$



(l) SR Image (L2 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=1.25$ and $\beta=1$

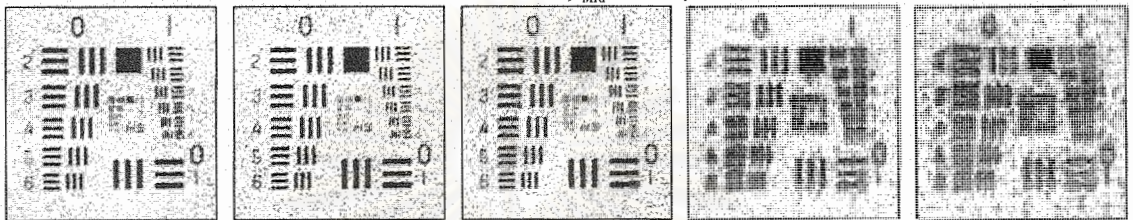


(m) SR Image (L2 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.001$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



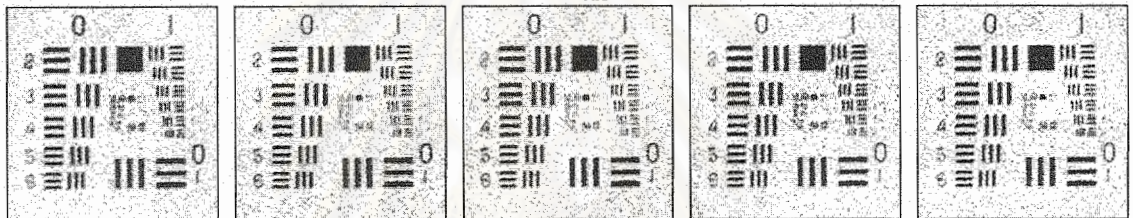
(n) SR Image (L2 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.002$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



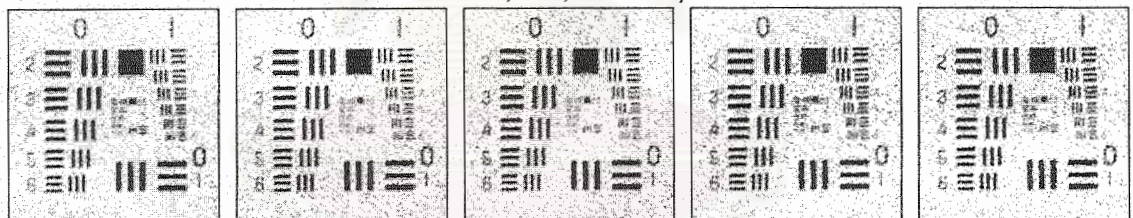
(o) SR Image (L2 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.005$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



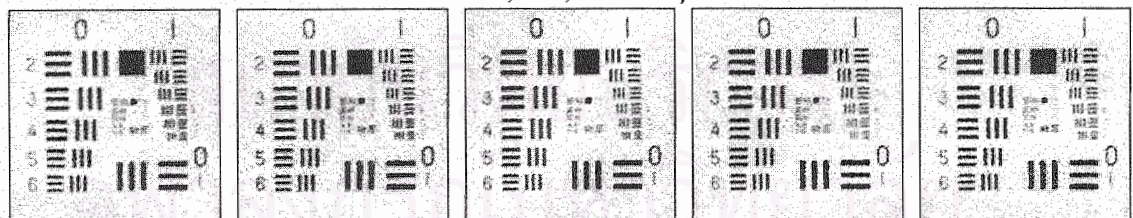
(p) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 2th, 3th, 4th and 5th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.2$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



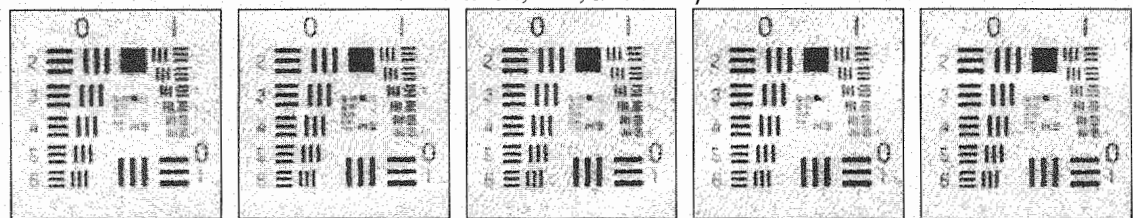
(q) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 2th, 3th, 4th and 5th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.3$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



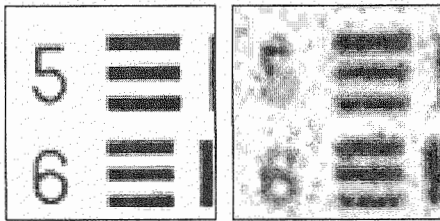
(r) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 3th, 6th, 9th and 12th (Iterative Calculation)

where $\lambda=0.4$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$

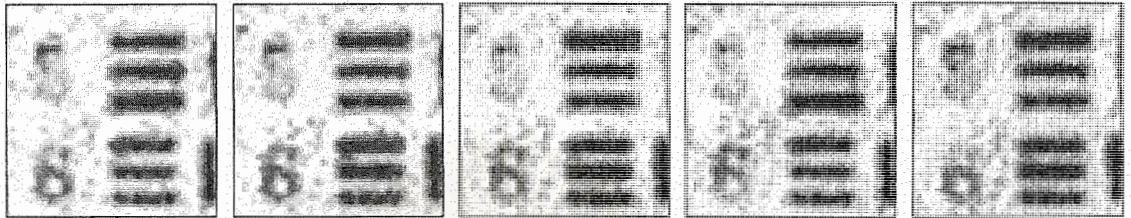


(s) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 4th, 8th, 12th and 16th (Iterative Calculation)

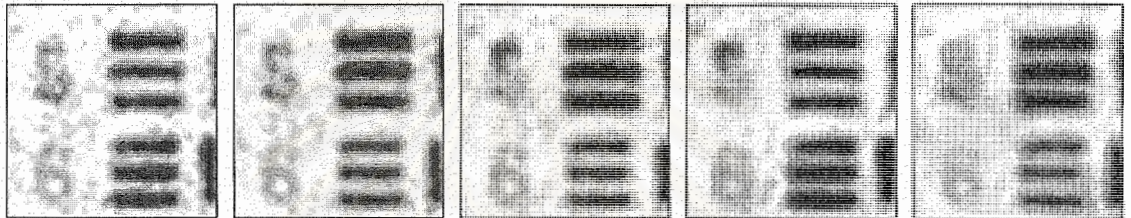
where $\lambda=1.25$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



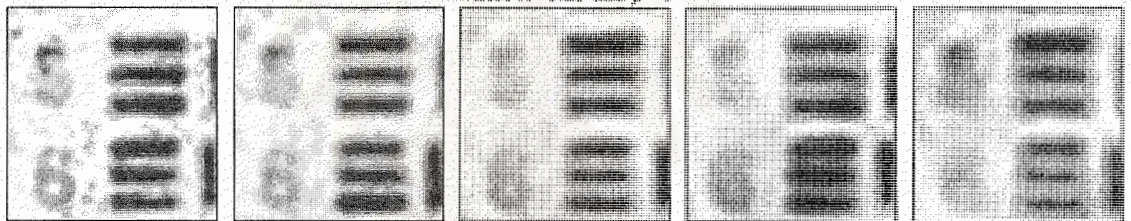
(a) Original HR Image (b) Blurred and Noisy LR Image ($v=0.01$)



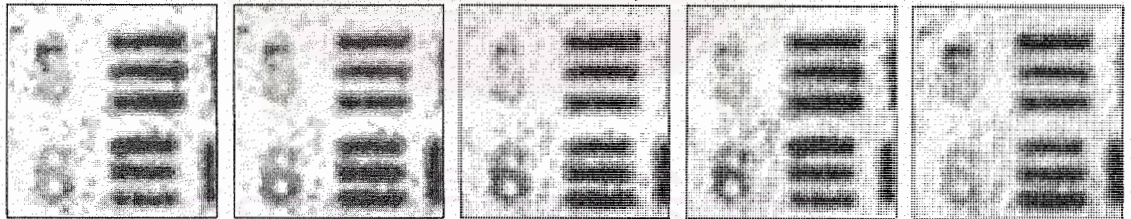
(c) SR Image (L1 Norm without Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation) where $\lambda=0$ and $\beta=1$



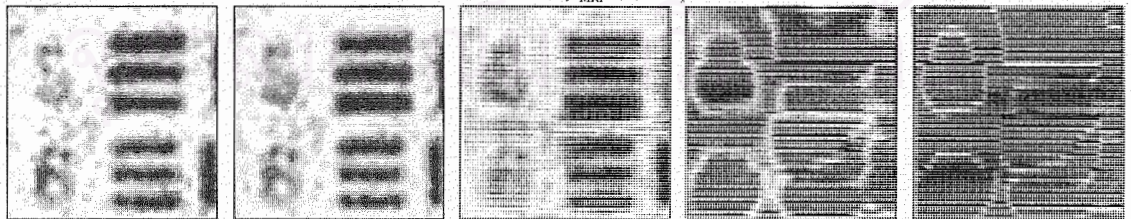
(d) SR Image (L1 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation) where $\lambda=0.25$ and $\beta=1$



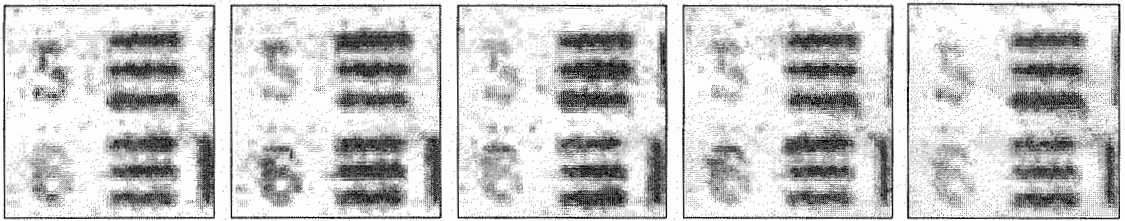
(e) SR Image (L1 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation) where $\lambda=0.75$ and $\beta=1$



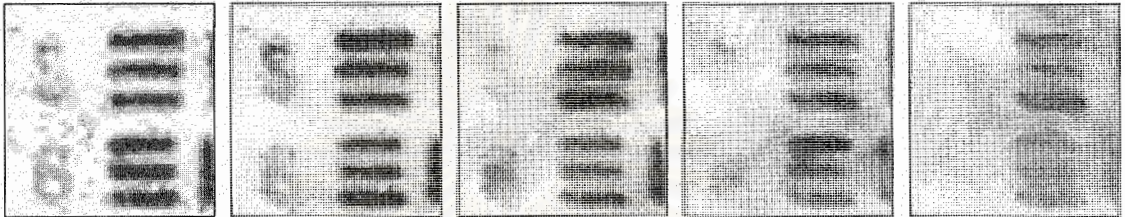
(f) SR Image (L1 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation) where $\lambda=0.001$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



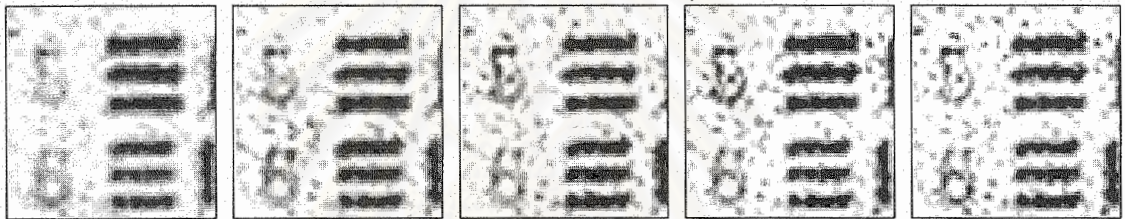
(g) SR Image (L1 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation) where $\lambda=0.005$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



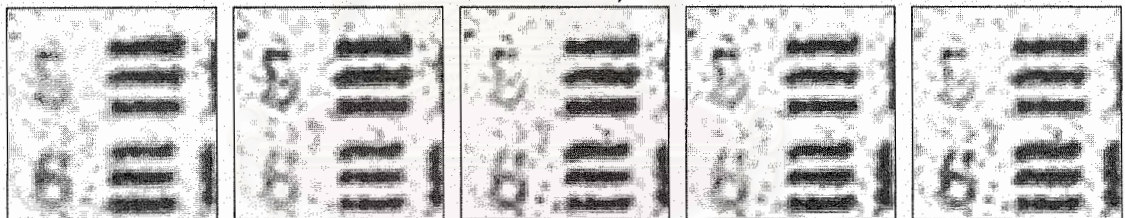
(h) SR Image (L1 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 3th, 6th, 9th and 12th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.1$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



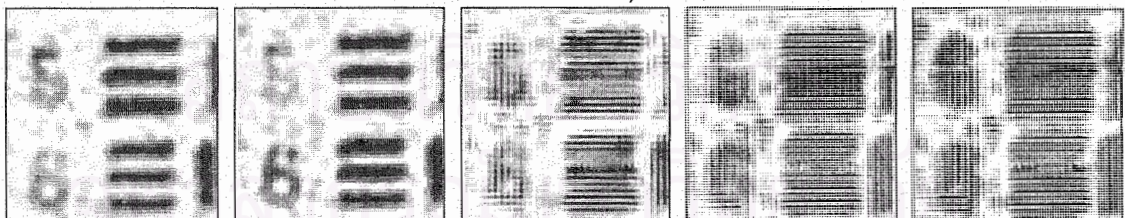
(i) SR Image (L1 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 4th, 8th, 12th and 16th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.5$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



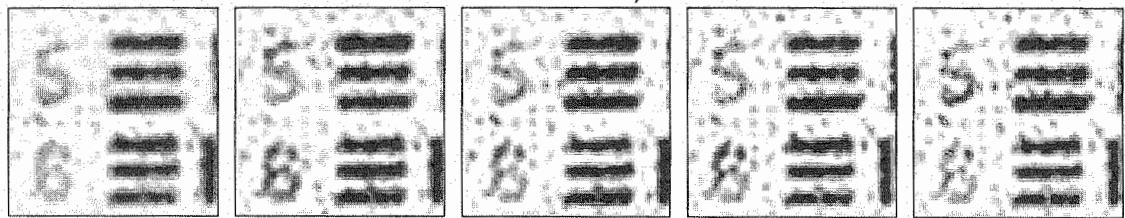
(j) SR Image (L2 Norm without Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0$ and $\beta=1$



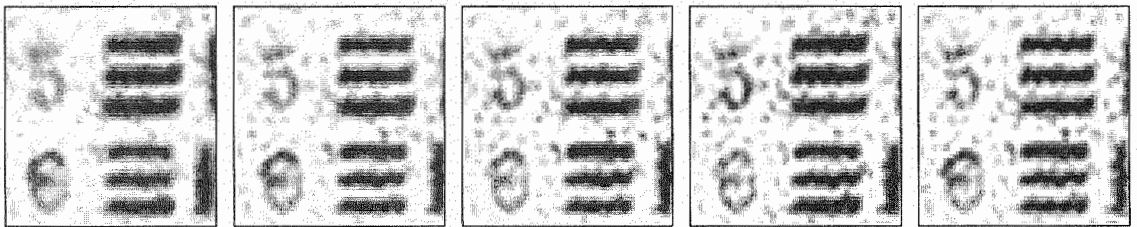
(k) SR Image (L2 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.5$ and $\beta=1$



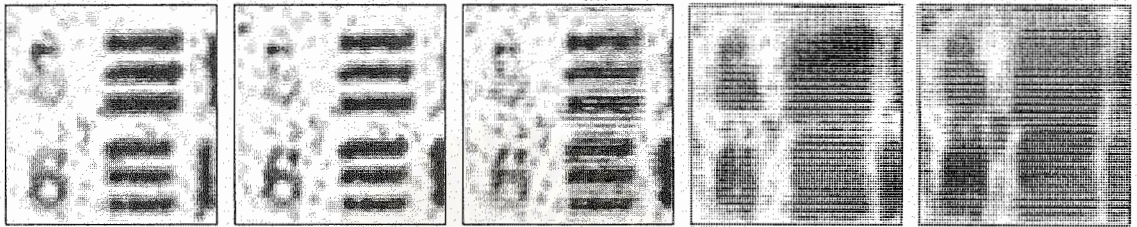
(l) SR Image (L2 Norm with Laplacian Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=1.25$ and $\beta=1$



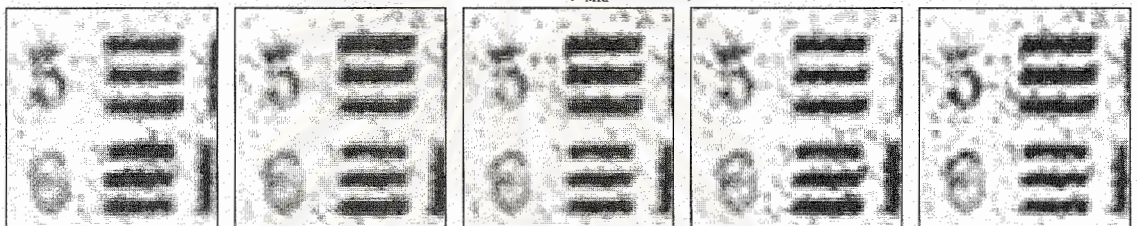
(m) SR Image (L2 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.001$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



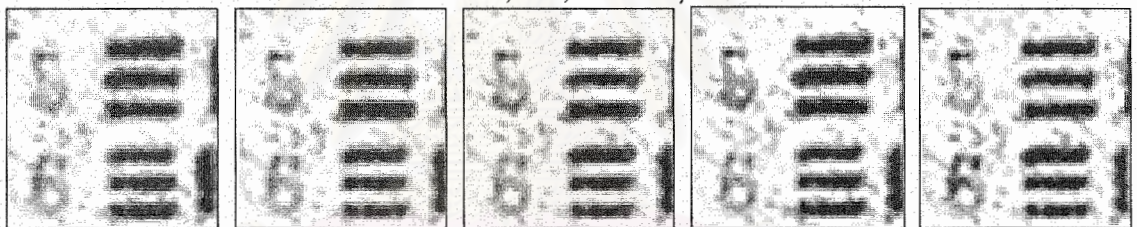
(n) SR Image (L2 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.002$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



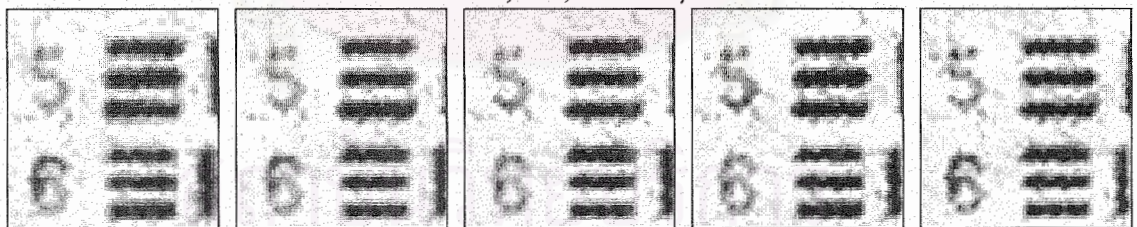
(o) SR Image (L2 Norm with MRF Regularization Function) for 1st, 5th, 10th, 15th and 20th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.005$, $\beta_{MRF}=1$ and $\beta=1$



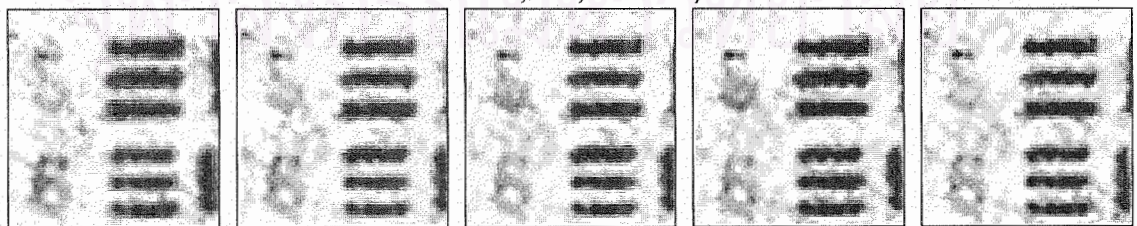
(p) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 2th, 3th, 4th and 5th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.2$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



(q) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 2th, 3th, 4th and 5th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.3$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



(r) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 3th, 6th, 9th and 12th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=0.4$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$



(s) SR Image (L2 Norm with BTV Regularization Function) for 1st, 4th, 8th, 12th and 16th (Iterative Calculation)
 where $\lambda=1.25$, $P=2$, $\alpha=0.7$ and $\beta=1$

5. ส่วนงานที่จะดำเนินการต่อไป

- 5.1 ศึกษาและเปรียบเทียบอัลกอริทึมของวิธีการที่ใช้ในกระบวนการ Registration
- 5.2 การพัฒนาอัลกอริทึมและ โปรแกรมของกระบวนการ Registration ที่มีความแม่นยำสูง
- 5.3 ศึกษาและเปรียบเทียบอัลกอริทึมของวิธีการที่ใช้ในกระบวนการ Fusion
- 5.4 การพัฒนาอัลกอริทึมและ โปรแกรมของกระบวนการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำที่มีความแม่นยำสูง
- 5.5 สรุปและรวบรวมขั้นตอนวิธีเพื่อพัฒนางานวิจัย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย