บทที่ 5

สรุป

การวิเคราะห์ปัญหาแผ่นหนาตามทฤษฎีของมินด์ลินด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์แบบผสมนั้น สามารถหาผลเฉลยด้านความเค้นได้ถูกต้องมากกว่าระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ปกติที่มีสนามการกระจัดเป็นตัวแปรเพียงสนามเดียว โดยเปรียบเทียบชิ้นส่วนไฟไนต์เอเลเมนต์ผสมกับชิ้นส่วน IPBQQ ของโปรแกรม GTSTRUDL ซึ่งเป็นชิ้นส่วน 8 จุดต่อใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ปกติ นอกจากนี้แต่ละชิ้นส่วนได้แก้ปัญหาการยึดเนื่องจากแรงเฉือนด้วยวิธีต่างๆกัน ชิ้นส่วน HMPL5 BUBBLE4 และ BUBBLE9 ใช้วิธีเพิ่มการกระจัดภายใน ชิ้นส่วน MiSP4 ใช้วิธีถ่ายทอดความเครียดเฉือน ส่วนชิ้นส่วน PLAT8 และ PLAT8H ถ้าใช้จำนวนพจน์ของฟังก์ชันความเครียดเฉือนแนวดิ่งมาก เช่น PLAT8-8α และ PLAT8H-8α จะเกิดปัญหาการยึดเนื่องจากแรงเฉือน แต่จะไม่เกิดปัญหาลักษณะนี้ถ้าใช้จำนวนพจน์ต่ำ เช่น PLAT8-5α PLAT8-6α PLAT8H-5α และ PLAT8H-6α

สำหรับปัญหาการเกิดรูปแบบการเคลื่อนที่ปลอมของการกระจัด หรือการกระจัดแบบไร้พลังงาน ซึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ง่ายในการสร้างเมตริกซ์สติฟเนสด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์แบบผสม ทั้งนี้เนื่องจากจำนวนพจน์และลักษณะของฟังก์ชันพหุนามที่ใช้ในแต่ละสนามของตัวแปร อาจทำให้ค่าอันดับ (rank) ของเมตริกซ์สติฟเนสต่ำกว่าจำนวนระดับขั้นความเสรีรวมของชิ้นส่วนลบด้วยรูปแบบการเคลื่อนที่แบบวัตถุเกร็งทั้งสามรูปแบบ ในชิ้นส่วนที่ศึกษาคือ HMPL5 BUBBLE4 และ MiSP4 ได้ป้องกันปัญหานี้โดยเมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วนที่สร้างขึ้นจะมีค่าอันดับครบตามที่ต้องการ ส่วนชิ้นส่วน PLAT8-8α และ PLAT8H-8α มีค่าอันดับเพียงพอที่จะป้องกันปัญหาดังกล่าว แต่ชิ้นส่วน PLAT8-5α PLAT8-6α PLAT8H-5α และ PLAT8H-6α สามารถเกิดรูปแบบการเคลื่อนที่ปลอมของการกระจัดได้สองรูปแบบ

จากการทดสอบประสิทธิภาพของแต่ละชิ้นส่วนสามารถสรุปได้ดังนี้

ผลเฉลยการกระจัดที่ได้จากแต่ละชิ้นส่วนมีค่าใกล้เคียงค่าแม่นตรงและมีค่าความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ปกติที่มีสนามการกระจัดเป็นสนามของตัวแปร ในที่นี้คือชิ้นส่วน IPBQQ ส่วนผลเฉลยด้านความเค้น ชิ้นส่วน HMPL5 , BUBBLE4 , BUBBLE9 และ MiSP4 ให้ความถูกต้องได้สูงกว่าชิ้นส่วน IPBQQ

จากการทดสอบเพื่อดูผลเนื่องจากการลดความหนาของแผ่นพื้นพบว่าชิ้นส่วนไฟไนต์เอเลเมนต์ผสมส่วนใหญ่ไม่เกิดปัญหาการยึดเนื่องจากแรงเฉือน ยกเว้นชิ้นส่วน PLAT8-8α และ PLAT8H-8α เมื่อชิ้นส่วนมีค่า L/t ประมาณ 100 ผลเฉลยที่ได้จากการวิเคราะห์จะเข้าใกล้ผลเฉลยตามทฤษฎีแผ่นบาง และจะให้ผลเฉลยใกล้เคียงกับผลเฉลยตามทฤษฎีของมินด์ลินเมื่อค่า L/t ประมาณ 10

เมื่อใช้ชิ้นส่วนที่เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะทำให้ชิ้นส่วนนั้นๆ มีสติฟเนสมากทำให้ได้ค่าผลเฉลยของการกระจัดต่ำกว่าความเป็นจริง เช่นเดียวกับผลเนื่องจากการใช้ชิ้นส่วนที่มีความบิดเบี้ยว สำหรับชิ้นส่วนแบบที่มีจุดต่อโดยรอบ(serendipity element) เช่นชิ้นส่วน 8 และ 12 จุดต่อกับชิ้นส่วนลากรองจ์(Lagrangian element) คือชิ้นส่วนที่มีจุดต่อภายใน เช่น ชิ้นส่วน 9 และ 16 จุดต่อ การที่จุดต่อภายในชิ้นส่วนมีตำแหน่งเยื้องไปจากศูนย์กลางดัง เช่นแผ่นพื้นในรูป 4.5.1(ข) ทำให้โมเมนต์และแรงเฉือนมีค่าความคลาดเคลื่อนสูง แต่มีผลน้อยกับคำตอบของการกระจัด

ชิ้นส่วนแบบผสมโดยปกติถ้าในการสมมติฟังก์ชันสำหรับแต่ละสนามของตัวแปรใช้ฟังก์ชันในพิกัดธรรมชาติจะทำให้ชิ้นส่วนมีความยืนยงคือลักษณะการวางแผ่นพื้นบนระนาบไม่มีผลกระทบต่อผลเฉลยที่ได้

สำหรับประสิทธิภาพทางคอมพิวเตอร์ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนครั้งในการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการสร้างเมตริกซ์สติฟเนสและส่วนของการขจัดแบบเกาส์ ในส่วนของการสร้างเมตริกซ์สติฟเนสชิ้นส่วนที่มีฟังก์ชันในอันดับต่ำจะมีจำนวนครั้งในการคำนวณที่ต่ำกว่าเนื่องจากใช้จำนวนจุดเกาส์น้อย และในส่วนของการขจัดแบบเกาส์ชิ้นส่วนที่มีจำนวนจุดต่อน้อยจะใช้เวลาน้อยกว่าชิ้นส่วนที่มีจำนวนจุดต่อมาก ชิ้นส่วนที่มีจำนวนครั้งในการปฏิบัติการคำนวณต่ำ คือ ชิ้นส่วน HMPL5

ดังนั้นสรุปได้ว่าในการวิเคราะห์ปัญหาแผ่นหนาตามทฤษฎีของมินด์ลินด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์แบบผสมจะให้ผลเฉลยด้านความเค้นที่ถูกต้องกว่าชิ้นส่วนไฟไนต์เอเลเมนต์ปกติ ซึ่งเหมาะในการพิจารณาปัญหาแผ่นหนา ส่วนประสิทธิภาพด้านอื่นๆจะใกล้เคียงกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ปกติ กล่าวโดยรวมแล้วชิ้นส่วน HMPL5 เป็นชิ้นส่วนที่มีประสิทธิภาพในด้านต่างๆ สูง จึงเหมาะสมในการใช้วิเคราะห์แผ่นหนา