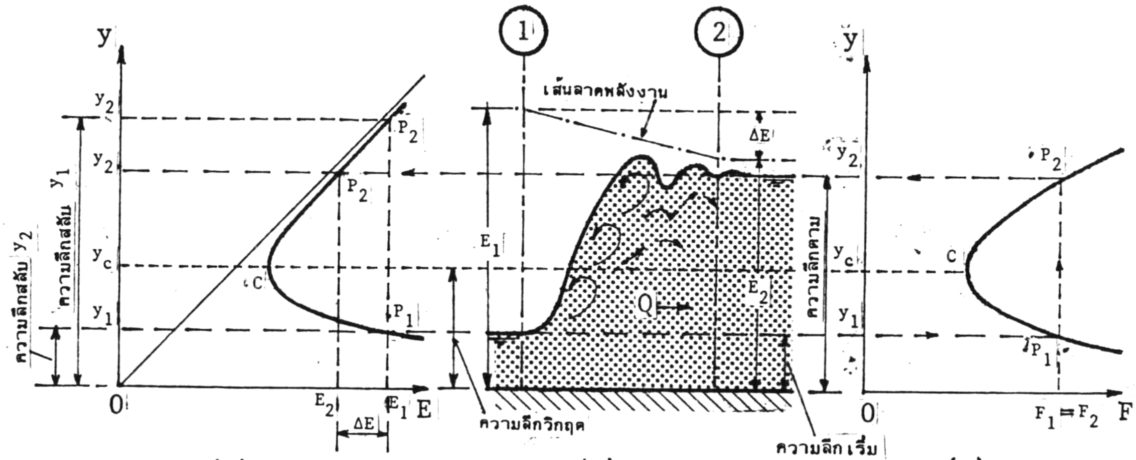
บทที่ 2

ทฤษฎีบท

2.1 น้ำกระโดด (Hydraulic Jump)

น้ำกระโดด (hydraulic jump) คือปรากฏการณ์ของน้ำที่เปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วจากสภาวะขั้นต่ำใต้จุดวิกฤต (critical depth) เป็นสภาวะขั้นสูงเหนือจุดความลึกวิกฤต หรืออาจกล่าวได้ว่า "เป็นปรากฏการณ์ที่มวลน้ำซึ่งไหลด้วยความเร็วสูงแล้วเปลี่ยนเป็นความเร็วต่ำอย่างกระทันหัน ทำให้เกิดพื้นที่หน้าตัดที่ตั้งฉากกับทิศทางของการไหลใหญ่ขึ้นและระดับน้ำสูงขึ้น"[1] ซึ่งปรากฏการณ์ดังกล่าวทำให้มีการเปลี่ยนแปลงพลังงานเกิดขึ้น คือ จากพลังงานจลน์ (kinetic energy) มาเป็นพลังงานศักย์ (potential energy) และทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานขึ้น



(a) เส้นโค้งพลังงานจำเพาะ (b) น้ำกระโดด (c) เส้นโค้งแรงจำเพาะ

รูป 2-1 การวิเคราะห์ปรากฏการณ์น้ำกระโดดด้วยพลังงานจำเพาะและแรงจำเพาะ

รูป 2-1 (b) เป็นรูปน้ำกระโดด (hydraulic jump) ที่เกิดบนพื้นแนวราบ

รูป 2-1 (a) เป็นผลของการเกิดน้ำกระโดด (hydraulic jump) โดยการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ (specific energy) กับความลึกของการไหล จะเห็นว่ามีการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้น

---

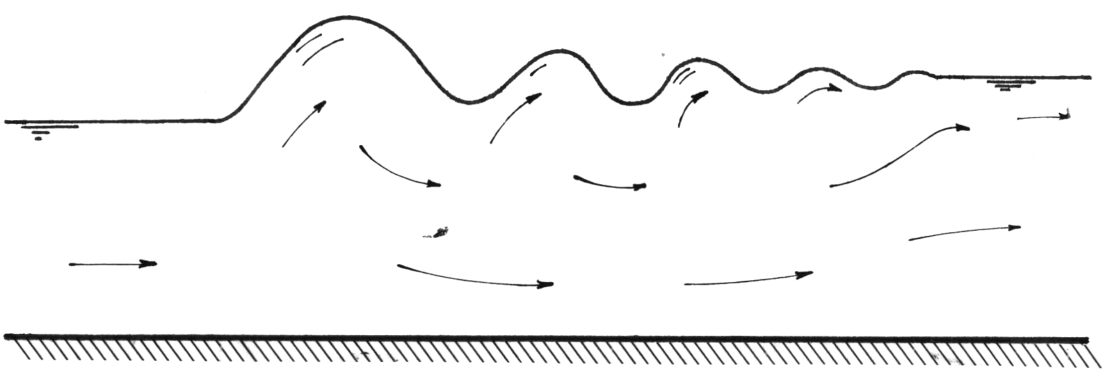
1. รองศาสตราจารย์ วรุณ คุณวาสี "ทางน้ำล้น (Spillway)" 2519

2.2 ชนิดของน้ำกระโดด (Types of Hydraulic Jump)

น้ำกระโดด[1] (hydraulic jump) ที่เกิดบนพื้นราบจะมีหลายรูปแบบ แบ่งรูปแบบตาม froude number (F_r) ซึ่ง USBR ได้ศึกษาค้นคว้าและเรียกชื่อการกระโดด (jump) ตามรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้คือ

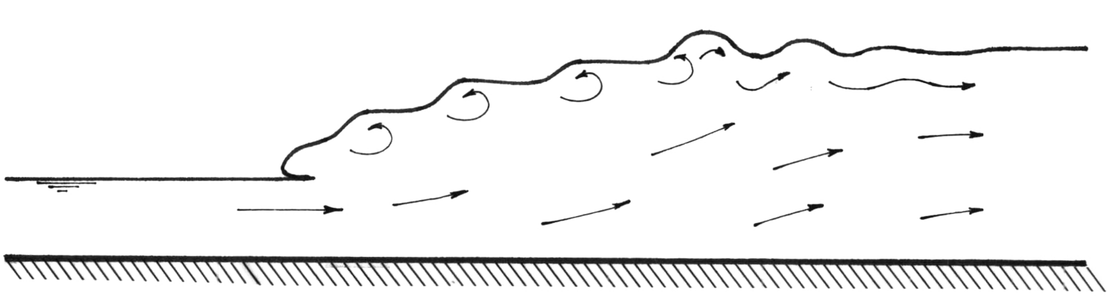
เมื่อ $F_r = 1$ การไหลของน้ำจะอยู่ที่ความลึกวิกฤต (critical depth) ซึ่งไม่เกิดรูปแบบน้ำกระโดด (hydraulic jump) เปรียบการไหลเหมือนอยู่ที่จุด C ตามแผนภาพพลังงานจำเพาะ (specific energy) รูป 2-1 (a)

เมื่อ $F_r = 1$ ถึง 1.7 ความลึกของ y_1 และ y_2 จะแตกต่างกันเล็กน้อย ความปั่นป่วนบนผิวน้ำจะมีบ้าง เป็นเพียงปรากฏการณ์บอกให้ทราบว่า การไหลพ้นจุดวิกฤต เรียกการกระโดด (jump) ชนิดนี้ว่า Undular Jump



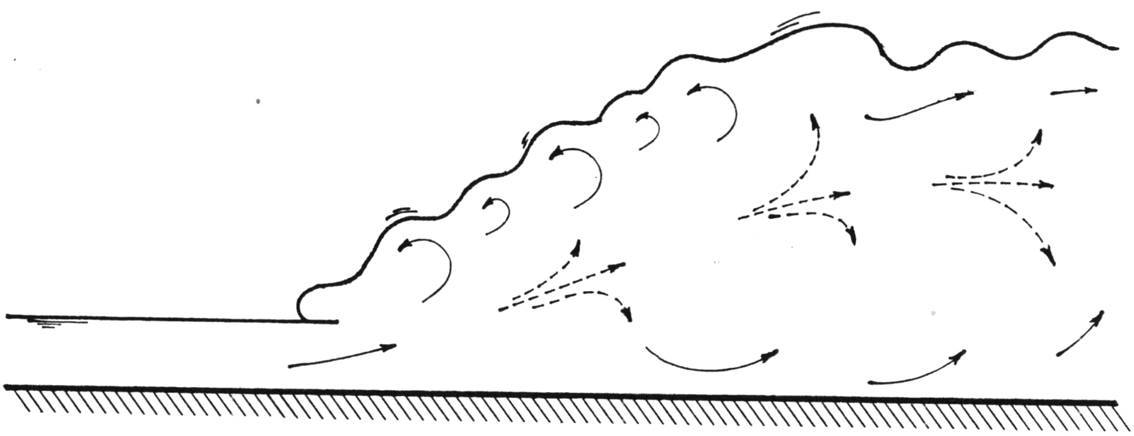
รูป 2-2 Undular Jump

เมื่อ $F_r = 1.7$ ถึง 2.5 ผิวน้ำจะราบเรียบขึ้นและหน้าตัดความเร็วของน้ำมีความเร็วสม่ำเสมอ เรียกการกระโดด (jump) ชนิดนี้ว่า Weak Jump



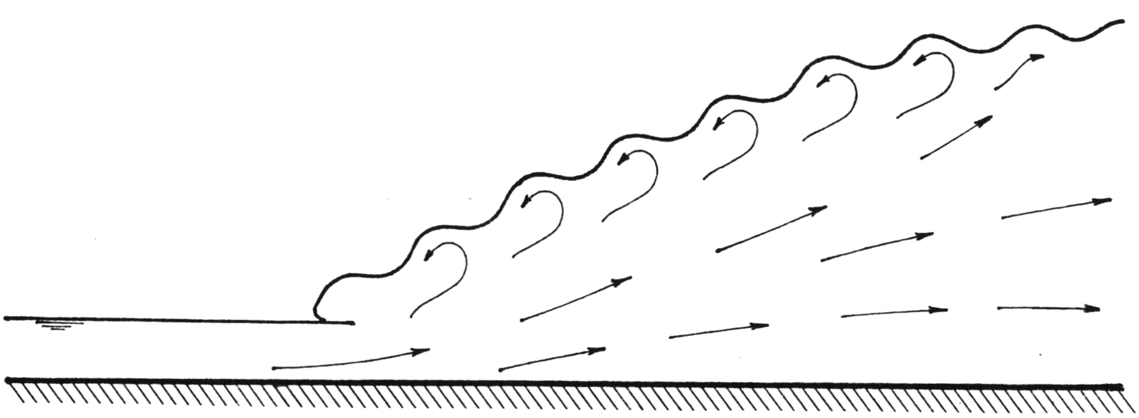
รูป 2-3 Weak Jump

เมื่อ F_r = 2.5 ถึง 4.5 จะเกิด Jet Oscillates กลับและพุ่งจากข้างใต้ขึ้นถึงผิวน้ำแล้ววกกลับลงไปอีก ในบางครั้งจะเกิดขึ้นเป็นระยะทางยาวมากไปตามลำคลอง ซึ่งทำความเสียหายให้กับชายฝั่ง เรียกการกระโดด (jump) ชนิดนี้ว่า Oscillating Jump



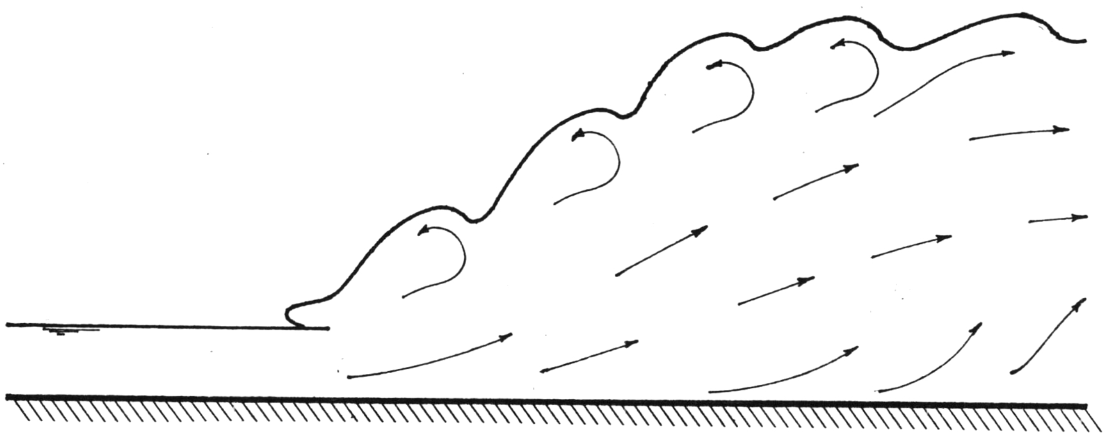
รูป 2-4 Oscillating Jump

เมื่อ F_r = 4.5 ถึง 9.0 จะเกิด Steady Jump ซึ่งการกระโดด (jump)รูปแบบนี้สามารถจะทำให้เกิดการสูญเสียของพลังงานของน้ำได้ 40-70 %



รูป 2-5 Steady Jump

เมื่อ $F_r > 9.0$ จะเกิด Strong Jump หรือบางทีเรียกว่า Shoppy Jump ซึ่งมีลำน้ำพุ่งด้วยความเร็วสูงไหลต่อเนื่องไปตลอดความยาวของท้ายน้ำ ผิวน้ำมีลักษณะเป็นฝอยขรุขระเมื่อเกิดการกระโดด (jump) ชนิดนี้ ควรสร้างแอ่งน้ำสิ่งให้ลึกพอ ทั้งนี้เนื่องจากค่า y_2 มีค่ามากนั่นเอง



รูป 2-6 Strong Jump

2.3 การคงสภาพของพลังพล (Conservation of Momentum)

ความสำคัญขั้นมูลฐานของการเปลี่ยนความเร็วในทุกกรณี เป็นการักษาหรือการคงสภาพของพลังพล (momentum) ที่ซึ่งจะไม่เปลี่ยนแปลงด้วยการเคลื่อนที่ภายในตัวมันเอง แต่จะเปลี่ยนโดยแรงจากภายนอกมากระทำซึ่งจะเท่ากับอัตราการเปลี่ยนของพลังพล (momentum) ตามรูป 2-7 การที่ความเร็วลดลงจาก V_1 ไป V_2 ผลก็คือการสูญเสียพลังพล (momentum) ในเวลา T คือ

$$M = m\left(\frac{V_1 - V_2}{T}\right) \qquad (2.3.1)$$

ในสมการ (2.3.1) m เป็นมวลของปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านจากหน้าตัดที่ 1 ไปยังหน้าตัดที่ 2 ดังนั้น

$$m = \frac{Q.wT}{g} \qquad (2.3.2)$$

เมื่อนำสมการ (2.3.2) ไปแทนค่าใน (2.3.1) จะได้

$$M = \frac{Qw}{g}(V_1 - V_2) \qquad (2.3.3)$$

ซึ่งความสำคัญของพลังพล (momentum) จะใช้แก้ปัญหาสำหรับหาความลึกของลำน้ำภายหลังเกิดน้ำกระโดด (hydraulic jump) ทั้งนี้เพราะว่าการลดความเร็วเนื่องจากการกระโดด (jump) นั้นจะเป็นไปตามกฎเกณฑ์การคงสภาพของพลังพล (momentum)

2.4 ตัวปรับค่าความสูงขับของความเร็วและพลังพล (Velocity-Head and Momentum Corrective fectors)

เนื่องจากการกระจายความเร็วของการไหลเป็นไปอย่างไม่สม่ำเสมอในหน้าตัดทางน้ำเปิด การคำนวณค่าพลังงานความสูงขับของความเร็ว (velocity head $\frac{V^2}{2g}$) ที่ใช้ในสมการของเบอร์นุลลี (Bernoulli) จะไม่เท่ากับค่าเฉลี่ยของความสูงขับของความเร็ว $(\frac{V^2}{2g})_{avg.}$ ดังนั้นการใช้ค่าความเร็วเฉลี่ย V คำนวณหาความสูงขับของความเร็วในหน้าตัดด้วย $\alpha \frac{V^2}{2g}$ ซึ่ง α คือค่าสัมประสิทธิ์ของพลังงาน (energy coefficient หรือ Coriolis Coefficient) ซึ่งค้นพบโดย G. Coriolis

$$\text{สปส. พลังงาน} = \alpha = \frac{\iint v^3 dA}{V^3 A} \simeq \frac{\Sigma v^3 \Delta A}{V^3 A} \qquad (2.4.1)$$

ในทำนองเดียวกันกับการคำนวณพลังพล (momentum) ของการไหลโดย J. Boussinesq คือ $\frac{wV^2 \Delta A}{g}$ จะต้องมีการปรับด้วยค่าสัมประสิทธิ์ของพลังพล β (momentum coefficient หรือ boussinesq coefficient) เพื่อให้ $\beta \frac{wV^2 \Delta A}{g} = (\frac{wv^2}{g} \Delta A)_{avg.}$ ดังนั้น

$$\text{สปส. พลังพล} = \beta = \frac{\iint v^2 dA}{V^2 A} \simeq \frac{\Sigma v^2 \Delta A}{V^2 A} \qquad (2.4.2)$$

ค่า α และ β จะมีค่ามากกว่า 1 เสมอ และมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่การกระจายความเร็วเป็นไปอย่างสม่ำเสมอตลอดทั้งหน้าตัด สัมประสิทธิ์ทั้งสองจะมีค่ามากขึ้นตามขีดของความไม่สม่ำเสมอของการกระจายความเร็วและสามารถคำนวณหาค่า α และ β ได้โดยประมาณดังนี้ (Chow, 1959)

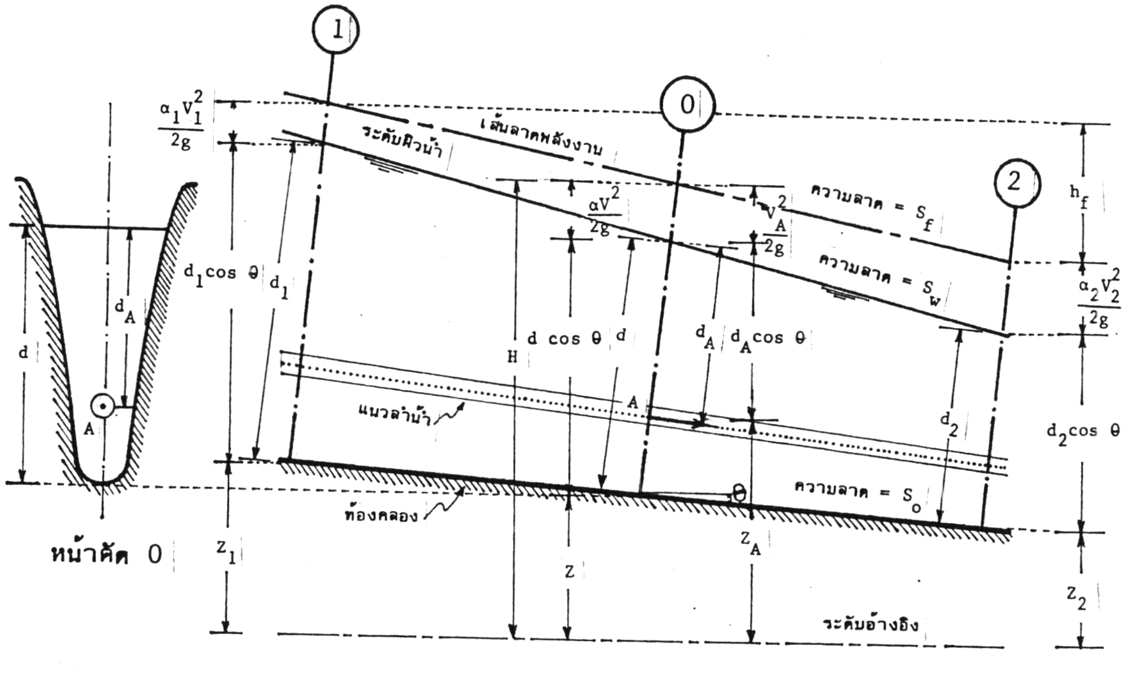
$$\alpha = 1+3\varepsilon^2-2\varepsilon^3 \qquad \beta = 1+\varepsilon^2$$

โดย $$\varepsilon = \frac{V_{max}}{V} - 1$$

สำหรับลำน้ำที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอและมีแนวตรงผลการคำนวณหาค่าความสูงขับของความเร็ว และพลังพล (Velocity head and momentum) เมื่อนำการกระจายความเร็วที่ไม่สม่ำเสมอมาเกี่ยวข้องกับการไม่คิดผลการกระจายความเร็วมาเกี่ยวข้องมีค่าแตกต่างกันน้อยมาก ดังนั้นส่วนใหญ่จึงนิยมใช้ค่า α และ β เท่ากับ 1

2.5 หลักการพลังงานของเบอร์นูลลี (Bernoulli) เกี่ยวกับทางน้ำเปิด

การวิเคราะห์การไหลของน้ำในทางน้ำเปิด เป็นการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของน้ำซึ่งเป็นของเหลวที่ไม่ยุบตัว (incompressible fluid) ที่มีผิวน้ำผิวหนึ่งเป็นอิสระ (free surface) ตามหลักการคงตัวของพลังงาน (energy conservation principle) นั้น เบอร์นูลลี (Bernoulli) ได้กล่าวว่า ลำน้ำที่ไหลจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เส้นระดับอ้างอิง (datum) เดียวกัน ผลรวมของความสูงขับสถิต (static head) และความสูงขับของความเร็ว (velocity head) ที่จุด 1 จะเท่ากับของที่จุด 2 บวกกับพลังงานที่สูญเสียไป



รูป 2-7 พลังงานของการไหลเปลี่ยนแปลงในทางน้ำเปิดใด ๆ

ซึ่งทฤษฎีดังกล่าวจะใช้ได้ เมื่ออยู่ภายใต้เงื่อนไขสมมุติฐานดังนี้คือ

1. จากจุดที่ 1 มาถึงจุดที่ 2 ไม่มีการเพิ่มพลังงานจากแหล่งใดทั้งสิ้น มีเพียงแต่การสูญเสียเนื่องจากความเสียดทานต่าง ๆ ตามรูป 2-7

2. ตลอดพื้นที่หน้าตัดมีความเร็วคงที่

3. พลังงานต่อมวลของน้ำหนึ่งหน่วยคงที่

4. ของไหลเป็นของเหลวไม่ยุบตัว (imcompressible)

หลักการพลังงาน (energy principle) โดยการเปรียบเทียบพลังงานที่สะสมอยู่ในการไหลระหว่างหน้าตัดการไหล ซึ่งพลังงานดังกล่าวมีเกิดขึ้น 3 ชนิดคือ พลังงานศักย์ (potential energy) พลังงานเนื่องจากความดัน (pressure energy) และพลังงานจลน์ (kinetic energy)

1. พลังงานศักย์ (potential energy) ขึ้นกับระดับของของเหลวที่ความสูง z เหนือระนาบอ้างอิงจะมีพลังงานศักย์ (potential energy) เท่ากับ mgz เมื่อ m เป็นมวลและ g เป็นอัตราเร่งขึ้นกับความโน้มถ่วงของโลก

2. พลังงานเนื่องจากความดัน (pressure energy) จะมีค่าเท่ากับ mg(P/w ซึ่ง P/w เป็นความสูงขับสถิตย์ (static head) P เป็นความกดดันท้องน้ำ และ w เป็นน้ำหนักจำเพาะของของเหลวหรือน้ำหนักของของเหลวต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

3. พลังงานจลน์ (kenetic energy) ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ของของเหลวและมีค่า $\frac{1}{2}mV^2$ ซึ่ง V เป็นความเร็วเฉลี่ยของหน้าตัดนั้น

ดังนั้นเมื่อรวมพลังงานทั้งหมดตลอดหน้าตัดที่มีอยู่ในการเคลื่อนที่ใด ๆ (Stream line) นั้นจะมีค่าเท่ากับ E ซึ่ง

$$E = mgz + mg\frac{P}{w} + \frac{1}{2}mV^2 \qquad (2.5.1)$$

รูปแบบที่ทำให้ดูง่ายก็โดยการนำสมการ (2.5.1) หารด้วย mg ซึ่งจะทำให้เปลี่ยนรูปพลังงานเทียบเป็นความสูงจะได้

$$H_T = Z + \frac{P}{w} + \frac{V^2}{2g} \qquad (2.5.2)$$

โดยการพิจารณาการเคลื่อนที่ของลำกระแสน้ำ (stream tube) A ในรูป 2-7 สามารถเขียนนิพจน์เบอร์นูลลี (Bernoulli) สำหรับความสูงขับของพลังงานทั้งหมด H_T ที่หน้าตัด 0 ได้ดังนี้

$$H_T = Z_A + d_A \cos\theta + \frac{V_A^2}{2g}$$

จากรูปจะเห็นได้ว่า ค่าพลังงานศักย์ (potential energy) เท่ากับ $Z_A + d_A \cos\theta$ จะมีค่าคงที่ที่ทุกความลึก d_A ของลำกระแสน้ำบนหน้าตัด 0 และระดับของพลังงานศักย์ (potential energy) จะอยู่ที่ผิวน้ำอิสระ (free water surface) ในการไหลผ่านหน้าตัด 0 ในที่นี้ให้พลังงานเท่ากับ $z+d \cos\theta$ โดย Z = ระดับท้องน้ำที่หน้าตัด 0 และ d = ความลึกของน้ำบนหน้าตัด 0

เนื่องจากการกระจายความเร็วไม่สม่ำเสมอ ค่าความสูงขับของความเร็ว (velocity head) ในเชิงปฏิบัติ อาจจะสมมุติได้ว่า $\alpha \frac{V^2}{2g}$ เป็นค่าเฉลี่ยคงที่ ณ ทุก ๆ จุดบนหน้าตัด 0 โดย V = ค่าความเร็วเฉลี่ย และค่า α เป็นการปรับค่าเนื่องจากลักษณะการกระจายความเร็ว ดังนั้น ค่าความสูงขับของพลังงานทั้งหมด (total head) ของการไหล ณ หน้าตัดการไหลใด ๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$H = Z + d \cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \qquad (2.5.3)$$

ถ้า $\theta \simeq$ ความลาดน้อยมาก

$$H = Z + d + \alpha \frac{V^2}{2g} \qquad (2.5.4)$$

เส้นแสดงค่าความสูงของพลังงาน H เทียบจากระดับอ้างอิง (datum)จะเรียกเป็นเส้นลาดพลังงาน (Energy Grade Line หรือ EGL) และสูงกว่าผิวน้ำอิสระหรือเส้นลาดชลศาสตร์ (Hydraulic Grade Line หรือ EGL) ซึ่งในกรณีของการไหลสม่ำเสมอ (uniform flow) จะมี $S_o = S_w = S_f = \tan \theta$

ด้วยหลักการคงตัวของพลังงาน (energy conservation principle) โดยการเปรียบเทียบค่าพลังงานระหว่างหน้าตัด 1 และ 2 ในรูป 2-7 จะได้ว่า

$H_1 = H_2 +$ พลังงานที่สูญเสีย h_f

$$Z_1 + d_1 \cos \theta + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + d_2 \cos \theta + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f \qquad (2.5.5)$$

และถ้าทางน้ำเปิดลาดชันน้อย $\cos \theta \simeq 1$ จะได้ว่า

$$Z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f \qquad (2.5.6)$$

ซึ่งสมการดังกล่าวเรียกว่า สมการพลังงาน (energy equation) และถ้าค่า $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ จะได้สมการของเบอร์นูลลี (Bernoulli)

$$Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f \qquad (2.5.7)$$

เทอม h_f นี้เป็นความสูญเสียเนื่องจากเกิดการปั่นป่วนอย่างรุนแรงขึ้นโดยทำให้เกิดค่าความเค้นเฉือนและแรงเฉือนขึ้น จะมีค่าเท่ากับผลคูณของความลาดเอียงของเส้นลาดพลังงาน (Energy Grade Line) กับความยาวระหว่างจุดตัดทั้งสองของลำน้ำ ดังนั้น $h_f = S_f.L$ (2.5.8) ค่าความเค้นเฉือนจะเป็นไปตามสมการ $\tau = (\mu+\eta) \frac{du}{dy}$ [24] โดยองค์ประกอบของ η ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นและการเคลื่อนที่ของของไหลคือ Eddy Viscosity เนื่องจากสภาพการไหลผ่านกะทะเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulent) ค่าความหนืดสมบูรณ์ (μ) จึงเป็นศูนย์ อาจกล่าวได้ว่า ในลำน้ำเปิดความลาดเอียงของเส้นลาดพลังงานจะเป็นเครื่องชี้บอกถึงความสูญเสียพลังงานของลำน้ำระหว่างจุดตัวสองจุดและสามารถเขียนสมการของการสูญเสียพลังงาน (ΔE) ได้ดังนี้

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

ที่ซึ่งค่า จะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป (2.6)

2.6 พลังงานจำเพาะ (Specific Energy) และการไหลวิกฤต

ในทางน้ำเปิด ณ หน้าตัดหนึ่ง ๆ พลังงานจำเพาะ (Specific energy) หมายถึงความสูงขับของพลังงาน (Energy head) เมื่อวัดจากท้องคลองที่เป็นเส้นตรง จากสมการ (2.5.3) ถ้า Z = 0

$$\text{พลังงานจำเพาะ (Specific energy) } E = d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \qquad (2.6.1)$$

และสำหรับทางน้ำเปิดลาดชันน้อย $\theta \to 0$ และค่า $\alpha \simeq 1.0$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \qquad (2.6.2)$$

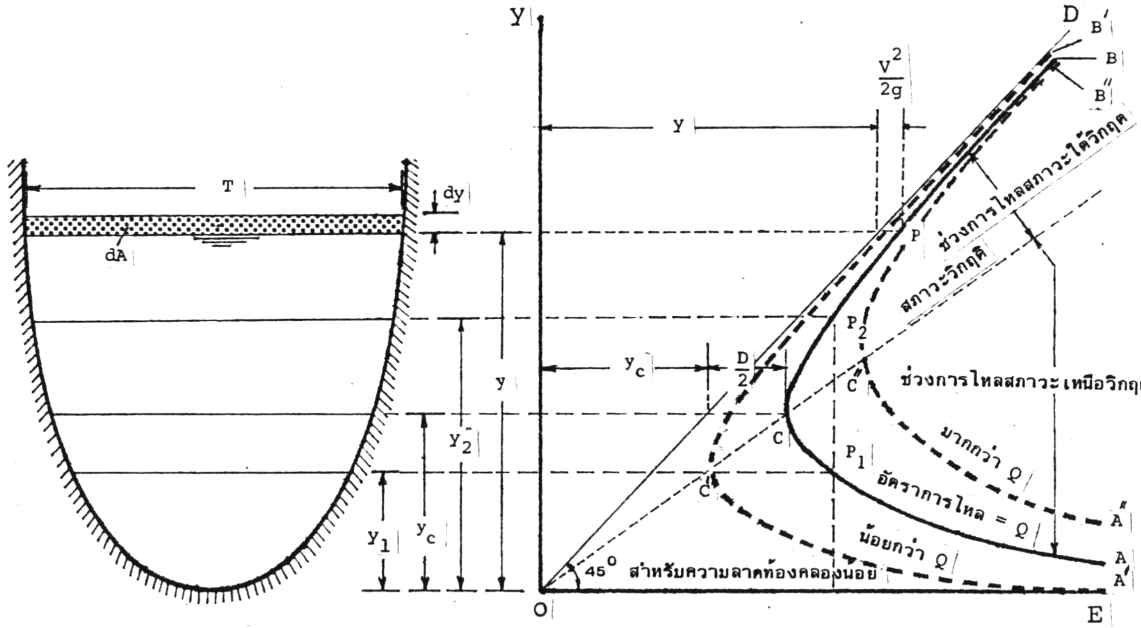
"ซึ่งผู้ที่คิดค้นคนแรกเกี่ยวกับพลังงานจำเพาะ (Specific energy) นี้คือ Bakhmeteff ในปี ค.ศ. 1912"[1] ดังนั้น E คือผลบวกของความลึกการไหลและความสูงขับของความเร็ว เนื่องจากความเร็วเฉลี่ย V = Q/A จะได้ว่า

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \qquad (2.6.3)$$

ซึ่งถ้า Q = ค่าคงที่ในการไหลคงที่ (Steady flow) จะได้ว่าค่าพลังงานจำเพาะ E ของหน้าตัดที่กำหนดให้จะเป็นฟังก์ชั่นของความลึกการไหล y เท่านั้น ดังแสดงด้วยเส้น ACB ในรูป 2-8 ถ้าค่า Q น้อยลง เส้นโค้งของ E = f(y) จะได้แก่เส้น A'C'B' และถ้าค่า Q มากขึ้นจะได้แก่เส้น A"C"B" ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นโค้ง E = f(y) จะอยู่ระหว่างเส้นแกน E และเส้น OD ซึ่งทำมุม 45 องศา กับแกน E สำหรับทางน้ำเปิดลาดชันน้อย แต่ถ้าเป็นกรณีของทางน้ำเปิดลาดชันมากจะพบว่า มุมดังกล่าวจะมีค่ามากกว่า 45 องศา

---

1. Boris A. Bakhmeteff "Varied Flow in Open Channel" St. Petersburg, Russia, 1912.



รูปที่ 2-8 พลังงานจำเพาะของการไหลในทางน้ำเปิด

ตามรูป 2-8 ที่ค่า Q ที่กำหนดให้จะพบว่าที่ค่า E ใด ๆ ค่าหนึ่งจะมีความลึกการไหลได้สองค่า เช่นที่จุด P_1 และ P_2 บนเส้นโค้ง E = f(y) ที่ค่าความลึก y_1 จะเรียกว่าระดับน้ำขั้นต่ำ (Low stage) และ y_2 จะเรียกว่าระดับน้ำขั้นสูง (High stage) โดยที่ y_1 และ y_2 จะเป็นค่าความลึกสลับ (Alternate depth) ของกันและกัน และเมื่อค่า E ลดต่ำลง ผลต่างของค่า (y_2-y_1) จะลดต่ำลงจนกระทั่ง $y_2 = y_1$ ที่จุด C ซึ่งมีค่าพลังงานจำเพาะ E เป็นค่าต่ำสุดสำหรับอัตราการไหล Q ที่กำหนดค่าหนึ่ง ๆ และการไหลที่จุด C เป็นการไหลสภาวะวิกฤต (Critical state flow) โดยมีความลึกการไหล $y_c = y_2-y_1$ การไหลที่เกิดขึ้นภายใต้เส้นเชื่อมจุด C'CC" จะเป็นการไหลที่มีความลึกการไหล $y_1 < y_c$ ซึ่งเรียกว่าการไหลสภาวะเหนือวิกฤต (Supercritical flow) และการไหลที่มีความลึก $y_2 > y_c$ จะเรียกว่าการไหลสภาวะใต้วิกฤต (Subcritical flow) โดยจะมี $V_1>V_c>V_2$ ดังแสดงในรูป 2-8

การไหลวิกฤต (Critical flow) เป็นการไหลในทางน้ำเปิดที่มีพลังงานจำเพาะ (E) เป็นค่าต่ำสุด สำหรับอัตราการไหล Q ที่กำหนดให้ และมี Froude Number Fr = 1.0

ซึ่งอาจจะพิสูจน์ได้ดังนี้จากสมการ (2.6.3)

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

เนื่องจาก Q = ค่าคงที่ และ E = f(y) โดยจะมี E_{min} ที่ $\frac{dE}{dy} = 0$ ดังนั้น

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3}\left(\frac{dA}{dy}\right) = 1 - \frac{V^2}{gA}\left(\frac{dA}{dy}\right) \qquad (2.6.4)$$

จากรูป 2-8 จะพบว่า dA = Tdy ดังนั้น $\frac{dA}{dy} = T$ ซึ่งจะได้ว่า

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2}{gA}(T) = 1 - \frac{V^2}{g}\left(\frac{T}{A}\right) \qquad (2.6.5)$$

โดยค่านิยามของความลึกชลศาสตร์ (Hydraulic depth) D = A/T ดังนั้น

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2}{gD} = 0 \text{ ที่สภาวะวิกฤต (Critical state)}$$

$$\frac{V^2}{g} = D \text{ หรือ } \frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} \qquad (2.6.6)$$

เนื่องจากค่า Froude Number สำหรับการไหลในทางน้ำเปิด $Fr = V/\sqrt{gD}$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} = 1 \qquad V = \sqrt{gD} \qquad (2.6.7)$$

สมการ (2.6.6) และ (2.6.7) สามารถใช้ได้กับกรณี

1. การไหลแบบขนานหรือเปลี่ยนแปลงช้า
2. ทางน้ำเปิดลาดชันน้อย
3. ค่า สปส. ความเร็ว $\alpha = 1.0$ เท่านั้น

ในกรณีที่เป็นทางน้ำเปิดลาดชันมากและค่า $\alpha > 1.0$ สมการแสดงเงื่อนไขสำหรับการไหลสภาวะวิกฤตจะกลายเป็น

$$\alpha \frac{V^2}{2g} = \frac{D \cos \theta}{2} \qquad (2.6.8)$$

และ Froude Number สามารถหาได้จาก

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD \cos \theta/\alpha}} \qquad (2.6.9)$$

ซึ่งค่า Froude Number F_r = 1.0 สำหรับการไหลสภาวะวิกฤต (Critical flow) ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่า

F_r < 1.0 เป็นการไหลสภาวะใต้วิกฤต (Subcritical flow)

F_r = 1.0 เป็นการไหลสภาวะวิกฤต (Critical flow)

F_r > 1.0 เป็นการไหลสภาวะเหนือวิกฤต (Supercritical flow)

การศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลอง (Model) ของโครงสร้างทางชลศาสตร์ในบทต่อไป ค่าอัตราเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลกจะมีค่าเดียวกันทั้งต้นแบบ (Prototype) และแบบจำลอง (Model)

สำหรับคลองที่มีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีความลึกของลำน้ำเท่ากับ y ค่าความลึกชลศาสตร์ (Hydraulic depth) D = y จากสมการ (2.6.6) ที่สภาวะวิกฤต (Critical state) จะเป็น $\frac{V^2}{2g} = \frac{Y_c}{2}$ (2.6.10)

โดยที่ y_c เป็นความลึกวิกฤติ (Critical depth) และความเร็วของน้ำที่ความลึกเดียวกันนี้เรียกว่าความเร็ววิกฤตด้วย (Critical velocity) ดังนั้น จากสมการ (2.6.2) ค่า E ที่น้อยที่สุดคือ

$$E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g}$$

จากสมการ (2.6.10) $= \frac{3}{2} y_c$ (2.6.11)

ในทำนองเดียวกันถ้าหากเรากำหนดค่า E คงที่หาค่า y ที่ทำให้ค่า Q มากที่สุด ค่า y ที่ได้นั้นจะเป็นค่า y_c (Critical depth)

จากสมการพลังงานจำเพาะ (2.6.2) $E = y + \frac{V^2}{2g}$ (2.6.2)

$$V = \sqrt{2g(E-y)}$$

$$Q = by\sqrt{2g(E-y)}$$

$$= b\sqrt{2g(Ey^2-y^3)} \qquad (2.6.12)$$

จากสมการ (2.6.12) Q จะมากที่สุดก็ต่อเมื่อ (Ey^2-y^3) มีค่ามากที่สุด โดยวิธีดีฟเฟอเรนชิเอต Ey^2-y^3 เทียบกับค่าตัวแปร y และให้เท่ากับศูนย์ สำหรับค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดจะได้

$$\frac{d}{dy}(Ey^2-y^3) = 0$$

$$2E-3y = 0$$

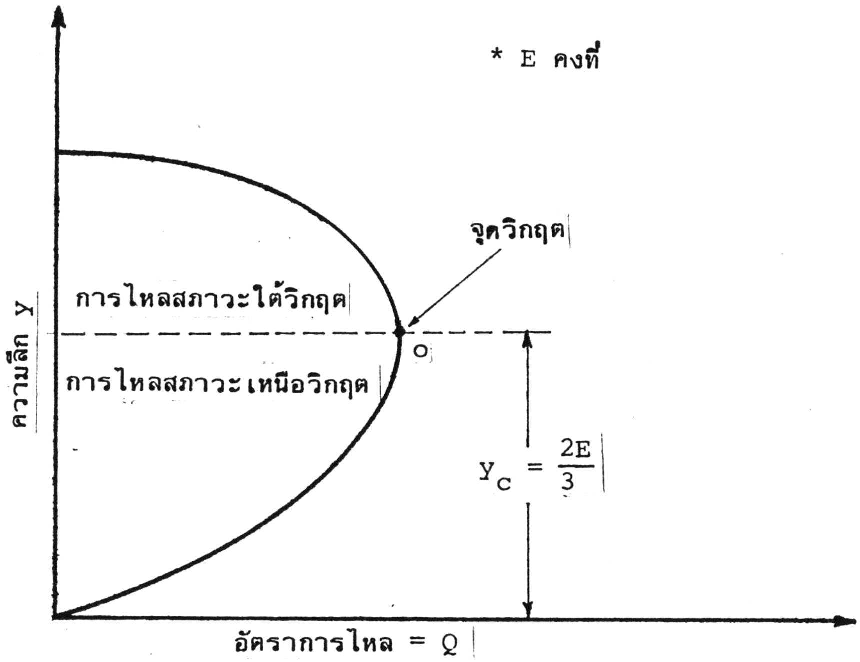
$$E = \frac{3}{2}y$$

$$y_c = \frac{2}{3}E \qquad (2.6.13)$$

จากสมการ (2.6.13) จะพบว่า เมื่อกำหนดค่าพลังงานจำเพาะ (E) ให้ความลึกของน้ำ (y) ที่จะให้ค่า Q มากที่สุดจะเท่ากับ $\frac{2}{3}$ เท่าของค่าพลังงานจำเพาะนั้น ความลึก (y) ในที่นี้จะเป็นความลึกวิกฤต (Critical depth) ซึ่งปรากฏการณ์เหล่านี้สามารถเขียนเป็นผังภาพดังรูป 2-9 แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของอัตราการไหล (Q) กับความลึกโดยให้พลังงานจำเพาะคงที่ ค่าของ Q ในตอนแรกจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นจนถึงจุดวิกฤต (จุด o) และเริ่มค่อย ๆ ลดลงทั้ง ๆ ที่ความลึก (y) ยังคงเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

ถ้านำค่า $E = \frac{3}{2}y$ ไปแทนในสมการ (2.6.2) จะได้ $\frac{3}{2}y = y + \frac{V^2}{2g}$

$$\frac{y}{2} = \frac{V^2}{2g}$$



รูป 2-9 ผังภาพพลังงานจำเพาะเมื่อกำหนดให้พลังงานจำเพาะคงที่

$$y = \frac{V^2}{g}$$

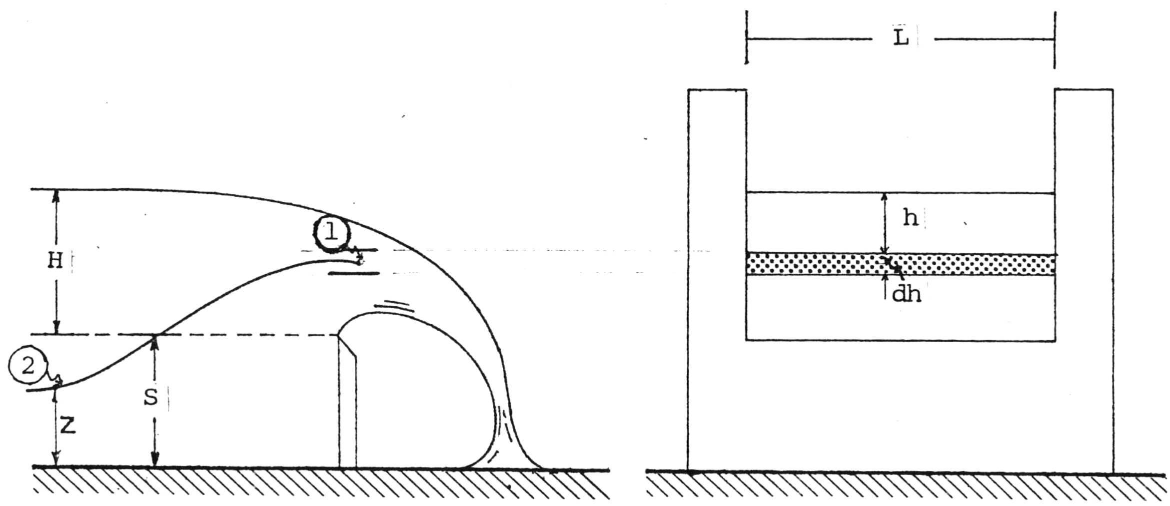
$$\frac{V^2}{gy} = 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{V}{\sqrt{gy}} = 1 \qquad (2.6.14)$$

ซึ่งเป็นค่าของ Froude Number สำหรับการไหลสภาวะวิกฤต (Critical flow)

2.7 ฝาย (Weir)

คืออาคารที่ก่อสร้างปิดกั้นทางน้ำไหลแล้วสามารถให้น้ำไหลล้นข้ามสันของตัวอาคารไปได้ ซึ่งแบ่งเป็นชนิดต่าง ๆ ดังนี้

- ฝาย (Weir)
  - ฝายสันคม (Sharp crested weir)
    - รูปอื่น ๆ
    - ฝายสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular weir)
    - ฝายรูปสามเหลี่ยม (Triangular weir)
    - ฝายรูปสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal weir)
    - ฝายรูปพาราโบลิก (Parabolic Weir)
  - ฝายสันหนา (Thick-crested weir)
    - ฝายสันกว้าง (Broad crested weir)
    - ฝายที่จมใต้น้ำ (Submerge weir)



รูป 2-10 ฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

2.7.1 การไหลล้นข้ามฝาย (Weir) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เมื่อน้ำไหลล้นข้ามฝาย (Weir) ดังรูป 2-10 จะเกิดการลดขนาดของหน้าตัดที่วีนาคอนเทร็กตา (Vena contracta) ขณะเดียวกันที่ขอบของฝาย (Weir) จะมีแรงต้านเนื่องจากความเสียดทานด้วย เป็นเหตุให้อัตราการไหลของน้ำที่ไหลล้นข้ามฝาย (Weir) ออกมาจริง ๆ มีปริมาณน้อยกว่าค่าที่ได้ตามทฤษฎี

จากรูป ถ้า L = ความกว้างของฝาย

H = ความสูงที่ระดับผิวน้ำเหนือสันฝาย

C_d = สัมประสิทธิ์แห่งการไหล

ถ้าสมมุติให้ความหนาของแถบเล็ก ๆ หนา dh และอยู่ใต้ระดับน้ำ = h พื้นที่แถบเล็ก ๆ (dA) = L.dh และความเร็วของกระแสน้ำตามทฤษฎีจะเท่ากับ $\sqrt{2gh}$ (จากรูป 2-10)

เพราะฉะนั้นอัตราของน้ำที่ไหลผ่านพื้นที่แถบเล็ก ๆ เท่ากับพื้นที่แถบเล็ก ๆ คูณความเร็วของกระแสน้ำ

$$dQ = L.dh.\sqrt{2gh}$$

$$Q = C_d\sqrt{2g}L \int_{\frac{V_o^2}{2g}}^{H+\frac{V_o^2}{2g}} h^{\frac{1}{2}}.dh$$

หรือ $$Q = \frac{2}{3} C_d\sqrt{2g}.L \left[\left(H+\frac{V_o^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{V_o^2}{2g}\right)^{3/2}\right] \qquad (2.7.1a)$$

เมื่อให้สมการดูง่ายขึ้น กำหนดให้ความสูงขับเนื่องจากความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) $\frac{V_o^2}{2g}$ เขียนแทนเป็น h_a ดังนั้นสมการ (2.7.2 a) เขียนใหม่ได้เป็น

$$Q = \frac{2}{3} C_d\sqrt{2g}.L \left[(H + h_a)^{3/2} - h_a^{3/2}\right] \qquad (2.7.1b)$$

ซึ่งความสูงขับ $H + h_a$ คือความสูงขับของน้ำที่ระดับน้ำนิ่งกับความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) ซึ่งสามารถจะหาได้โดยนำเอาอัตราการไหลของน้ำที่ไหลข้ามหารด้วยพื้นที่หน้าตัดของลำน้ำ เนื่องจากการไหลล้นข้ามฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อคำนึงถึงความเร็วขณะเข้าใกล้

(Velocity of approach) พื้นที่หน้าตัดของช่องทางน้ำไหลก่อนที่จะถึงฝาย (Weir) นั้นมีพื้นที่หน้าตัดใหญ่กว่าพื้นที่หน้าตัดตรงฝาย (Weir) ดังนั้นเมื่อมวลน้ำไหลข้ามฝาย (Weir) จะไหลด้วยความเร็วที่เรียกว่า ความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) ความเร็วที่ว่านี้สมมุติว่ามีค่าเท่ากันทั่วพื้นที่หน้าตัดของฝาย (Weir) ค่าความสูงขับ (Head) จริง ๆ ในการหาปริมาณน้ำที่ไหลข้ามฝาย (Weir) จะเป็นผลรวมของความสูงขับ (Head) H และความสูงขับที่เกิดจากความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) $\frac{V_o^2}{2g}$ ดังนั้นขอบเขตของการอินทิเกรดสมการจะเป็นจาก $\frac{V_o^2}{2g}$ ถึง $H + \frac{V_o^2}{2g}$

2.7.2 กรณีที่ไม่คำนึงถึงความเร็วขณะเข้าใกล้

ปริมาณน้ำทั้งหมดที่ล้นข้าม $= C_d.L.\sqrt{2g} \int_o^H h^{\frac{1}{2}}dh$ (2.7.2a)

$$= C_d.L.\sqrt{2g}\left[h^{3/2}/\tfrac{3}{2}\right]_o^H$$

นั่นคือ $Q = \frac{2}{3} C_d\sqrt{2g}\, L.H^{3/2}$ (2.7.2b)

และสมการ (2.7.2 b) นี้ไม่ได้นำความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) มาเกี่ยวข้อง ซึ่งถูกค้นพบโดย "M.G. Poleni ชาวอิตาลีกับ Buat ชาวฝรั่งเศสในเวลาเดียวกัน"[1]

ค่า C_d คือสัมประสิทธิ์แห่งการไหล (Coefficient of discharge) ซึ่งเกิดจากความสูญเสียเนื่องจากการเสียดทาน (Frictional losses) ค่าหยาบ ๆ โดยทั่วไปจะมีค่าเท่ากับ 0.6 อย่างไรก็ตามถ้าต้องการนำฝาย (Weir) ชนิดนี้ไปใช้ในการหาปริมาณน้ำที่ไหลข้าม จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องนำฝาย (Weir) ไปทำการทดสอบหาค่าคงที่ของมันในห้องปฏิบัติการเสียก่อน ทั้งนี้เพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้อง โดยการปรับค่า (Calibrate) ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในหัวข้อต่อไป

---

1. Dr. Jagdish Lal, Hydraulics and Fluid Mechanics, Metropolitan Book Co. Private Ltd. p. 472.

ถ้า $V_o = \frac{Q}{A}$

โดยที่ค่า $A = L(H+S)$

S = ความสูงของฝาย (Weir board) ตามรูป (2-10)

เพราะฉะนั้น $$V_o = \frac{Q}{L(H+S)} \qquad (2.7.2c)$$

ถ้าความสูงของความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับค่าความสูงขับที่วัดได้ ให้ตัดทิ้งไม่ต้องนำมาคำนึงถึง จากสมการ (2.7.2c) จะเห็นได้ว่าค่าความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) จะหาได้ก็ต่อเมื่อเรารู้อัตราการไหลของน้ำก่อน ดังนั้นในการคำนวณครั้งแรกจะไม่คิดค่าความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) ให้ทำการคำนวณหาค่า Q โดยประมาณจากสมการ (2.7.2b) จากนั้นนำค่า Q ที่ได้ไปแทนในสมการ (2.7.1b) เพื่อหาค่าโดยประมาณของความเร็วขณะเข้าใกล้ (Velocity of approach) ทำวิธีการแบบนี้ซ้ำหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งค่าสุดท้ายของ Q ใกล้เคียง 1 % ของค่า Q ที่คำนวณได้จากครั้งแรก

2.7.3 การปรับค่าของฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Calibration of rectangular weir) การใช้ฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านั้นถ้าจะให้แน่นอนควรที่จะปรับค่า (Calibrate) เสียก่อน จากสมการ 2.7.1 b

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g}\, LH^{3/2}$$

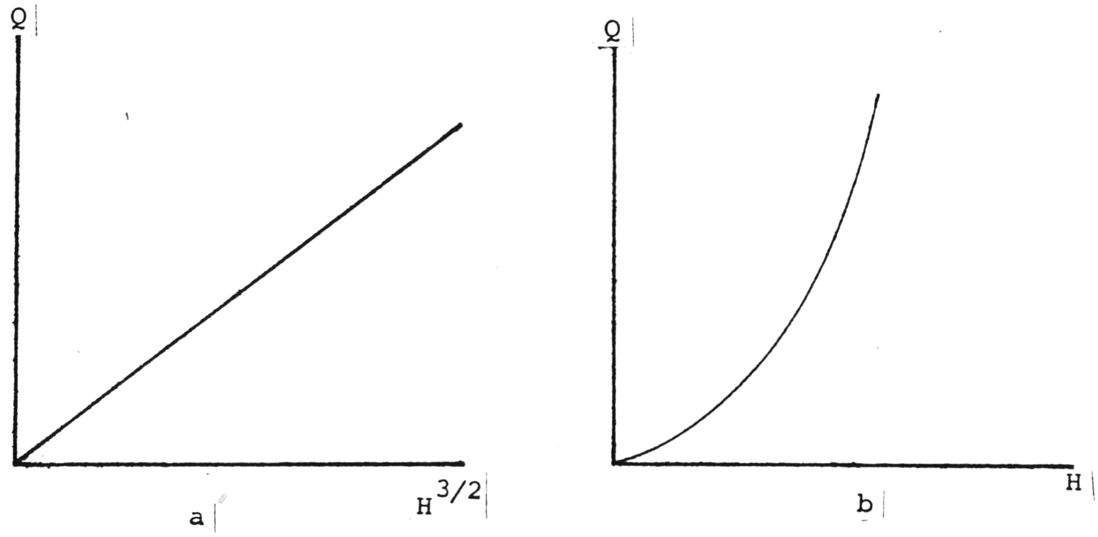
ซึ่งค่า $\frac{2}{3}\sqrt{2g}.L$ เป็นค่าคงที่เฉพาะฝายแต่ละอัน

ให้ $K = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g}\, L$

เพราะฉะนั้น $$Q = KH^{3/2} \qquad (2.7.3a)$$

ถ้านำค่า Q มากำหนดจุด (Plot) กับ H ตามรูป 2-11 (b) จะเป็นรูป Semi-Cubical

ถ้านำค่า Q มากำหนดจุด (Plot) กับ $H^{3/2}$ จะได้เป็นเส้นตรงดังรูป 2-11 (a)



รูป 2-11 การปรับค่าของฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ค่าคงที่ของ K สามารถเขียนได้

$$K = \frac{Q}{H^{3/2}}$$

$$C_d = \frac{K}{\frac{2}{3}\sqrt{2g}.L}$$

ในทางปฏิบัติค่า C_d สำหรับค่า h/Hd หนึ่ง ๆ จะผันแปรตามค่าความสูงขับ H ดังนั้น อาจเป็นไปได้ที่ค่า $Q = f(H)^{3/2}$ ไม่เป็นเส้นตรงเลยทีเดียว

ดังนั้นสมมุติ $$Q = KH^n \qquad (2.7.3b)$$

$$\log Q = \log K + h \log H \qquad (2.7.3c)$$

$\log Q = f(H)$ จะให้เป็นเส้นตรง ซึ่งค่า K และ n สามารถจะหาได้ คือ จากสมการ (2.7.3c)

เมื่อ $H = 1$ ค่า $\log H = 0$

$\log Q = \log K$ ซึ่งสามารถหาค่า K ได้

$$n = \frac{\log Q - \log K}{\log H} \qquad (2.7.3d)$$

เลือกค่าจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นโค้ง (Curve) มาแทนค่า ก็จะได้ค่า n