

เซมิริงลับที่ไดคานิกคองกรู เอนเซพี



CAPTAIN PAUL B. FENOGLIO

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

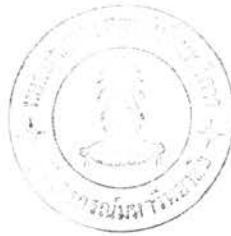
พ.ศ. 2528

ISBN 974-564-267-3

009037

I1682254*

CONGRUENCE-FREE COMMUTATIVE SEMIRINGS



CAPTAIN PAUL B.FENOGLIO

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1985

Thesis Title Congruence-free Commutative Semirings
By Captain Paul B. Fenoglio
Department Mathematics
Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

S. Bunnag
..... Dean of Graduate School
(Associate Professor Supradit Bunnag Ph.D.)

Thesis Committee

Thavee Srisangthong
..... Chairman
(Associate Professor Thavee Srisangthong M.A.)

Yupaporn Kemprasit
..... Member
(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)

Sidney S. Mitchell
..... Member
(Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.)

หัวข้อวิทยานิพนธ์

เซมิริงสลับที่ไครนิกคอนกรูเอนซ์พี

ชื่อบัณฑิต

Captain Paul B. Fenoglio

อาจารย์ที่ปรึกษา

Dr. Sidney S. Mitchell

ภาควิชา

คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา

2527



บทคัดย่อ

เซมิริงที่สลับที่ได้นิยามถึงเซมิริงซึ่งทั้งการบวกและการคูณมีคุณสมบัติของการสลับที่ เราเรียกเซมิริง S ว่าเป็นคอนกรูเอนซ์พี ถ้า S มีสองคอนกรูเอนซ์เท่านั้น คือ $S \times S$ และคอนกรูเอนซ์เอกลักษณ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เราให้ลักษณะของเซมิริงสลับที่ไครนิกคอนกรูเอนซ์พีที่มีเอกลักษณ์สำหรับการคูณดังต่อไปนี้
ทฤษฎีบท ถ้า S มีศูนย์สำหรับการคูณ ซึ่งเป็นเอกลักษณ์ของการบวกด้วย S ต้องเป็นพิลด์หรือเซมิพิลด์ขนาด ๒
ทฤษฎีบท ถ้า S มีศูนย์สำหรับการคูณ ซึ่งเป็นศูนย์สำหรับการบวกด้วย S ต้องเป็นเซมิพิลด์
ทฤษฎีบท มีเซมิริง S ดังกล่าว ซึ่งไม่มีศูนย์สำหรับการคูณซึ่งไม่เป็นควิรันเซมิริง
ทฤษฎีบท ถ้า S ไม่มีศูนย์สำหรับการคูณแล้ว S ต้องเป็นแบนด์เมื่อเทียบกับการบวกหรือ S จะมีการตัดออกสำหรับการบวก
ทฤษฎีบท ถ้า S ไม่มีศูนย์สำหรับการคูณ และถ้า S มีคุณสมบัติการตัดออกสำหรับการบวกแล้ว S จะมีอันกับบางส่วนของแบบธรรมชาติ \geq นอกจากนี้ ถ้า \geq เป็นอันดับโดยสิ้นเชิงแล้ว S จะเป็นควิรันเซมิริง

Thesis Title Congruence-free Commutative Semirings

Name Captain Paul B. Fenoglio

Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell

Department Mathematics

Academic Year 1985



ABSTRACT

By a commutative semiring we mean a semiring in which both addition and multiplication are commutative. A semiring S is congruence-free iff the only congruences on S are $S \times S$ and the identity congruence.

In this thesis we characterize congruence-free commutative semirings with a multiplicative identity, S as follows:

Theorem : If S has a multiplicative zero which is also an additive identity then S is a field or a semifield of order 2.

Theorem : If S has a multiplicative zero which is also an additive zero then S is a semifield.

Theorem : There exist such semirings S which have no multiplicative zeros which are not division semirings.

Theorem : If S has no multiplicative zero then either S is a band with respect to addition or S is additively cancellative.

Theorem : If S has no multiplicative zero and S is additively cancellative then S has a natural partial order \succeq . If \succeq is total, then S is a division semiring.

ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Dr. Sidney S. Mitchell, my thesis advisor, for his help in the preparation and completion of this thesis. Additionally, I would like to thank all of the other lecturers both for their instruction and for their kindness in dealing with a foreign student who especially needed their help. The George Olmsted Foundation provided the scholarship which made this thesis possible. Finally, let me express my gratitude to my wife, Dusanee Fenoglio, who assisted me in every possible way for the past two years.





CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
INTRODUCTION	vii
CHAPTER	
I PRELIMINARIES	1
II GENERAL CHARACTERISTICS OF CONGRUENCE-FREE COMMUTATIVE SEMIRINGS WITH 1.	8
III TYPE I SEMIRINGS	22
IV TYPE II SEMIRINGS	27
V TYPE III SEMIRINGS	40
REFERENCES	64
VITA	65