บทที่ 2

การศึกษาโหลดโฟลว์

2.1 บทนำ

ในการศึกษาเกี่ยวกับระบบไฟฟ้ากำลังนั้น จะพบว่าสิ่งหนึ่งที่แทบขาดเสียไม่ได้ก็คือการศึกษาโหลดโฟลว์ การศึกษาโหลดโฟลว์เป็นการศึกษาการไหลของกำลังไฟฟ้าและกระแสที่จุดต่างๆในระบบไฟฟ้ากำลังในสภาวะการทำงานปรกติ โดยผลที่ได้จากการศึกษาโหลดโฟลว์โดยทั่วไปประกอบด้วยค่าต่างๆตั้งแต่ ขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆในระบบ กระแสที่ไหลในสายส่งทุกเส้น กระแสจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและกระแสที่ไหลไปโหลด รวมทั้งกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ภายในสายส่ง และที่โหลด

ประโยชน์ที่ได้จากการศึกษาโหลดโฟลว์นั้นสามารถสรุปได้ดังนี้ [8]

1. เพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้นเนื่องจากความผิดปรกติของระบบไฟฟ้ากำลัง เช่น การเสียของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของสายส่ง ฯลฯ ซึ่งเราเรียกว่าการวิเคราะห์ความผิดปรกติ(Fault Analysis) เพื่อดูแรงดันที่บัสต่างๆของระบบว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้หรือไม่ และถ้าไม่อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ก็ต้องดำเนินการแก้ไข
2. เพื่อศึกษาผลเนื่องจากการเชื่อมโยงระบบเข้าด้วยกัน การต่อโหลดใหม่ การติดตั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าใหม่ หรือการเพิ่มการลดสายส่ง
3. เพื่อศึกษาการกระจายโหลด
4. เพื่อปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงขนาดของสายส่งและแรงดันที่บัสต่างๆให้มีขนาดที่เหมาะสม
5. เพื่อศึกษากำลังไฟฟ้าสูญเสียที่เกิดขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลัง

การศึกษาโหลดโฟลว์มีข้อกำหนดที่เกี่ยวข้องกันอยู่หลายอย่าง รวมทั้งมีสมการ ที่แสดงความสัมพันธ์ของระบบหลายสมการ และยังมีวิธีในการแก้ปัญหาหลายวิธีซึ่งก็มีการพัฒนาวิธีต่างๆกันมาเรื่อยๆเพื่อให้ได้วิธีที่สะดวก เหมาะสมและรวดเร็วที่สุด ข้อกำหนดและสมการที่เกี่ยวข้องต่างๆจะได้กล่าวถึงต่อไป

2.2 การกำหนดชนิดของบัส [3,8]

ก่อนที่จะทำการศึกษาโหลดโฟลว์เราต้องทราบวิธีในการแบ่งชนิดของบัสในระบบไฟฟ้ากำลังเสียก่อน เพื่อจะได้ทราบว่าบัสแต่ละชนิดมีข้อกำหนดหรือทราบค่าอะไรบ้าง และต้องคำนวนหาค่าอะไรบ้าง ในแต่ละบัสจะมีตัวแปรอยู่ 4 ตัวคือ กำลังจริง(P) กำลังรีแอคทีฟ(Q) ขนาดของแรงดัน(V) และมุมของแรงดัน(δ) ดังนั้นถ้าระบบที่เราทำการศึกษามี NB บัสก็จะมีตัวแปรทั้งหมด 4NB ตัว แต่ขณะที่ในแต่ละบัสจะมีสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ เพียงแค่ 2 สมการดังจะกล่าวถึงต่อไปเท่านั้น ดังนั้นจะเห็นว่าถ้าระบบมี NB บัส จะมีตัวแปรทั้งหมด 4NB ตัว แต่มีสมการแค่ 2NB สมการ ซึ่งจะทำให้คำตอบที่หาได้มีหลายค่า วิธีที่จะทำให้สามารถหาคำตอบให้ได้เป็นคำตอบเดียวคือจำกัดจำนวนตัวแปรให้ลดลงมาเท่ากับจำนวนสมการคือลดลงมาให้เหลือแค่ 2NB ตัว ซึ่งทำได้โดยกำหนดตัวแปรที่แต่ละบัส 2 ตัว และทำการคำนวนหาตัวแปรที่เหลือ 2 ตัว

ในทางปฏิบัติบัสที่มีแต่โหลดต่ออยู่เราจะทราบค่า P และ Q เราจะไม่ทราบค่า V และ δ ส่วนบัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่ออยู่จะมีการกำหนดค่า P และ V แต่เนื่องจากเราไม่ทราบค่ากำลังสูญเสียของระบบ เราจึงให้ค่า P ของบัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่ออยู่บัสหนึ่งมีค่าลอยตัวอยู่ และให้บัสนั้นเป็นบัสอ้างอิงคือมี δ เท่ากับศูนย์และเรียกบัสนี้ว่าบัสอ้างอิงหรือสวิงบัส (Reference Bus or Swing Bus)

ชนิดของบัสสามารถแบ่งได้ 3 ชนิด ดังนี้คือ

1. บัสอ้างอิง (Reference Bus) หรือ สวิงบัส (Swing Bus) หรือ แสลคบัส(Slack Bus) เป็นบัสที่กำหนดค่า V และ δ ให้และมีค่าคงที่ โดยเฉพาะมักกำหนดให้ δ มีค่าเท่ากับศูนย์ จะไม่ทราบค่า P และ Q จนกระทั่งทราบค่าของกระแสที่ไหลในระบบและกำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งทั้งหมดเสียก่อน โดยทั่วไปบัสนี้มักต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหรือระบบไฟฟ้ากำลังขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับระบบไฟฟ้าที่กำลังทำการศึกษาอยู่

2. บัสควบคุมแรงดัน (Voltage Controlled Bus) หรือ เจนบัส (Generator Bus) เป็นบัสที่กำหนดค่า P และ V และต้องการหาค่า Q และ δ เป็นบัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่ออยู่ ซึ่งโดยทั่วไปกำหนดให้ P และ V มีค่าคงที่

3. โหลดบัส (Load Bus or PQ Bus) เป็นบัสที่กำหนดค่า P และ Q และต้องการหาค่า V และ δ เป็นบัสที่มีโหลดต่ออยู่

2.3 สมการโหลดโฟลว์ [3,8,9]

จากสมการ กำลังไฟฟ้าที่ไหลเข้าบัส i มีค่าเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่บัส i คูณด้วยกระแสคอนจูเกตที่บัส i หรือ

$$S_i = E_i I_i^* = P_i + jQ_i \tag{2.1}$$

ซึ่งเมื่อระบบไฟฟ้ามี NB บัส จะมีสมการทั้งหมด NB สมการ เขียนในรูปเมทริกซ์ดังนี้

$$[\ S\ ] = [\ E\ ][\ I^*]^T \tag{2.2}$$

จากความสัมพันธ์ของกระแสบัสและแรงดันบัส ตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์

$$[\ I\ ] = [\ Y_{bus}\ ][\ E\ ] \tag{2.3}$$

เมื่อ $[\ I\ ]$ เป็นเวคเตอร์ของกระแสบัส

$[\ E\ ]$ เป็นเวคเตอร์ของแรงดันบัส

$[\ Y_{bus}\ ]$ เป็นบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์

จาก (2.2) ทำคอนจูเกตของตัวแปรเชิงซ้อน จะได้สมการดังนี้

$$[\ S^*] = [\ E^*][\ I\ ]^T \tag{2.4}$$

$$= [\ E^*][\ Y_{bus}\ ][\ E\ ] \tag{2.5}$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปสมาชิกแต่ละตัวของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$S_i^* = P_i - jQ_i = \sum_{j=1}^{NB} E_i^* Y_{ij} E_j$$

$$= E_i^* \sum_{j=1}^{NB} Y_{ij} E_j \tag{2.6}$$

โดย
$$P_i = \mathrm{Real}(\ E_i^* \sum_{j=1}^{NB} Y_{ij} E_j\ ) = P_{Gi} - P_{Di} \tag{2.7}$$

$$Q_i = -\mathrm{Img}(\ E_i^* \sum_{j=1}^{NB} Y_{ij} E_j\ ) = Q_{Gi} - Q_{Di} \tag{2.8}$$

เมื่อ P_i และ Q_i คือกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ไหลเข้าบัส i ตามลำดับ

P_{Gi} และ Q_{Gi} คือกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ผลิตที่บัส i ตามลำดับ

P_{Di} และ Q_{Di} คือโหลดจริงและโหลดรีแอคทีฟที่บัส i ตามลำดับ

2.4 การสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ด้วยวิธีอิลิเมนต์แสตมป์ [8,9] (Element Stamp Method)

การสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์นั้นสามารถทำได้หลายวิธี เช่นสร้างอิมพีแดนซ์เมทริกซ์ก่อนแล้วทำการอินเวอร์ทก็จะได้แอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ แต่วิธีที่สะดวกและเป็นที่นิยมใช้กันก็คือวิธีอิลิเมนต์แสตมป์ ซึ่งเป็นการหาค่าบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์โดยการใส่องค์ประกอบ(Element)ของระบบไฟฟ้ากำลังเข้าไปทีละตัวจนครบทุกตัว องค์ประกอบเหล่านี้ก็เช่น สายส่ง หม้อแปลง เมื่อใส่องค์ประกอบตัวสุดท้ายเข้าไปแล้ว บัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์สุดท้ายที่ได้จะเป็นบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ของระบบไฟฟ้ากำลังทั้งหมดที่ทำการศึกษา

2.4.1 สำหรับสายส่ง

ถ้าใส่สายส่ง 1 เส้น คือสายส่ง i-j ซึ่งเป็นสายส่งที่ต่ออยู่ระหว่างบัส i และบัส j บัสแอดมิตแตนซ์ที่ได้จะเป็นไปตามสมการ

$$Y_{ii}^{new} = Y_{ii}^{old} + Y_{ser\ ij} + Y_{sht\ ij}/2 \qquad (2.9)$$

$$Y_{jj}^{new} = Y_{jj}^{old} + Y_{ser\ ij} + Y_{sht\ ij}/2 \qquad (2.10)$$

$$Y_{ij}^{new} = Y_{ij}^{old} - Y_{ser\ ij} \qquad (2.11)$$

$$Y_{ji}^{new} = Y_{ji}^{old} - Y_{ser\ ij} \qquad (2.12)$$

เมื่อ Y_{ij}^{old} คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์แถวที่ i หลักที่ j ก่อนใส่สายส่ง ij

Y_{ij}^{new} คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์แถวที่ i หลักที่ j หลังใส่สายส่ง ij

$Y_{ser\ ij}$ คือ แอดมิตแตนซ์อนุกรมของสายส่ง ij

$Y_{sht\ ij}$ คือ แอดมิตแตนซ์ของไลน์ชาร์จจิ้ง(Line Charging)ของสายส่ง ij

2.4.2 สำหรับหม้อแปลง

ถ้าใส่หม้อแปลง ij ซึ่งเป็นหม้อแปลงที่ต่ออยู่ระหว่างบัส i และบัส j บัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ใหม่จะเป็นไปตามสมการ

$$Y_{ii}^{new} = Y_{ii}^{old} + a^2 Y_{Tij} \qquad (2.13)$$
$$Y_{jj}^{new} = Y_{jj}^{old} + Y_{Tij} \qquad (2.14)$$
$$Y_{ij}^{new} = Y_{ij}^{old} - aY_{Tij} \qquad (2.15)$$
$$Y_{ji}^{new} = Y_{ji}^{old} - aY_{Tij} \qquad (2.16)$$

เมื่อ Y_{Tij} คือ แอดมิตแตนซ์ของหม้อแปลง ij
a คือ อัตราส่วนการแปลง(Transformation Ratio)ของหม้อแปลงij

2.4.3 สำหรับตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ

ถ้าใส่ตัวเก็บประจุ (Capacitor) หรือตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) ที่บัส i บัสแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ใหม่จะเป็นไปตามสมการ

$$Y_{ii}^{new} = Y_{ii}^{old} + y_i \qquad (2.17)$$

เมื่อ y_i คือ แอดมิตแตนซ์ของตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำที่ต่ออยู่กับบัส i

2.5 วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method) [3,12]

จากสมการที่ 2.7 และ 2.8 ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้ง 4 ของสมการโหลดโฟลว์นั้น เมื่อเราต้องการแก้สมการเหล่านั้นเพื่อต้องการทราบค่าของตัวแปรที่เราต้องการ เราพบว่าสมการดังกล่าวมีคุณสมบัติเป็นสมการชนิดสมการไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Equation) ซึ่งการแก้สมการชนิดนี้วิธีที่เหมะสมคือการใช้วิธี Numerical มาช่วยในการแก้ปัญหา ในวิธี Numerical นั้นก็มีวิธีการต่างๆกันหลายวิธีที่มีการนำเสนอมาใช้และพัฒนากันมาเรื่อยๆเช่น วิธีของเก๊าส์ (Gauss Method) วิธีของเก๊าส์-ไซเดิล (Gauss-Seidal)หรือวิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) ซึ่งแต่ละวิธีก็ใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันเพื่อหาคำตอบของสมการที่ต้องการ โดยแต่ละวิธีก็มีข้อดี มีจุดเด่นของตัวเอง แต่วิธีที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบันคือวิธีของนิวตัน-ราฟสันซึ่งมีจุดเด่นก็

คือ หน่วยของเวลาต่อรอบของการคำนวนที่จำนวนบัสค่อนข้างมากมีค่าต่ำและจำนวนเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่จำนวนบัสค่อนข้างมากมีค่าไม่สูง [8]

สมมุติว่ามีฟังก์ชั่น $f(x)$ และเราต้องการหารากของฟังก์ชั่นนี้ ซึ่งก็คือการหาค่าของ x ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชั่น $f(x)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ ตามวิธีของนิวตัน-ราฟสันจะมีการสมมุติค่าของ x ขึ้น และให้เท่ากับ x^0 และให้ Δx^0 เป็นค่าผิดพลาด (Error) ซึ่งคือค่าแตกต่างระหว่างค่า x^0 กับค่า x ที่ทำให้ฟังก์ชั่น $f(x)$ มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$f(x^0 + \Delta x^0) = 0 \qquad (2.18)$$

ใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Tailor Serie) กระจายรอบจุด x จะได้

$$f(x^0) + (\Delta x^0)(\partial f(x^0)/\partial x) + 1/2(\Delta x^0)^2(\partial^2 f(x^0)/\partial x^2) + \ldots = 0 \qquad (2.19)$$

ถ้าตัดพจน์ (term) ที่มีอันดับสูงกว่า 1 ออกจะได้

$$f(x^0) + (\Delta x^0)(\partial f(x^0)/\partial x) = 0 \qquad (2.20)$$

หรือ

$$\Delta x^0 = -(f(x^0))/(\partial f(x^0)/\partial x) \qquad (2.21)$$

ซึ่งเมื่อทำการคำนวนสมการ (2.21) ได้ค่า Δx^0 แล้วนำไปปรับค่าสมมุติของ x ใหม่ตามสมการ

$$x^1 = x^0 + \Delta x^0$$

$$= x^0 - (f(x^0))/(\partial f(x^0)/\partial x) \qquad (2.22)$$

แล้วนำค่า x^1 ไปแทนค่าในฟังก์ชั่น $f(x)$ และทำวนเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนได้ค่า x ที่ถูกต้องซึ่งก็คือค่า x ที่ทำให้ $f(x) = 0$ ดังนั้นสมการ (2.22) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$$

$$= x^k - (f(x^k))/\partial f(x^k)/\partial x) \qquad (2.23)$$

เมื่อ k คือ หมายเลขประจำรอบการคำนวนหรืออิทเทอร์เรชั่น (Iteration)

ตัวแปรที่ต้องการหาค่า (x) นั้น สำหรับระบบไฟฟ้ากำลังนั้นจะอยู่ในรูปของเวคเตอร์ $[\ x\ ]$ และค่าผิดพลาด (Δx) ก็จะอยู่ในรูป $[\ \Delta x\ ]$ เช่นกัน และมีมิติเท่ากันด้วย ส่วนฟังก์ชั่น $f(x)$ ก็จะอยู่ในรูปเวคเตอร์ $[\ f(x)\ ]$ เช่นเดียวกันกับค่า $\partial f/\partial x$ ก็จะอยู่ในรูปเวคเตอร์ $[\ \partial f/\partial x\ ]$ ดังนั้นเราจะสามารถเขียนวิธีของนิวตัน-ราฟสันในรูปเมทริกซ์ดังนี้

$$[\ f(x)\ ] = [\ \partial f/\partial x\ ][\ \Delta x\ ] \qquad (2.24)$$

สำหรับตัวแปรที่ต้องการหาค่า [x] นั้น ในระบบไฟฟ้ากำลังก็คือ มุมและขนาดแรงดันที่บัส ซึ่ง [Δ x] ก็คือค่าความผิดพลาดของมุมและขนาดแรงดันที่บัส ส่วนเมทริกซ์ [∂f/ ∂x] หรือที่เราเรียกว่าจาโคเบียนเมทริกซ์ (Jacobian Matrix) ของระบบที่แทนด้วย[J] และเมทริกซ์ [f(x)] ก็คือค่าผิดพลาดของกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟเนื่องมาจากค่าผิดพลาด [Δ x] โดยเมทริกซ์แต่ละตัวสามารถเขียนได้ดังรูปสมการดังนี้

2.5.1 เมทริกซ์ของตัวแปรที่ต้องการหา [x] และของค่าผิดพลาด [Δ x]เขียนได้ดังนี้

$$[\,x\,] = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \hline |E_i| \end{bmatrix} \qquad (2.25)$$

เมื่อ δ_i คือมุมของแรงดันที่บัส i

$|E_i|$ คือขนาดของแรงดันที่บัส i

และ

$$[\,\Delta x\,] = \begin{bmatrix} \Delta\delta_i \\ \hline \Delta|E_i| \end{bmatrix} \qquad (2.26)$$

เนื่องจากเราทราบค่าแรงดันที่บัสอ้างอิง ดังนั้น [δ_i] จึงมีมิติ (NB-1)*1 โดย NB เป็นจำนวนบัสทั้งหมดของระบบ ดังนั้นจำนวนบัสที่เรายังไม่ทราบค่ามุมของเราจึงมี NB-1 บัสซึ่งก็คือตัวแปรที่เราต้องหา ส่วน [$|E_i|$] มีมิติ NLOAD*1 โดย NLOAD คือจำนวนโหลดบัสที่มีในระบบ การที่ [$|E_i|$] มีมิติ NLOAD*1 เพราะเราทราบขนาดแรงดันที่บัสอ้างอิงและบัสควบคุมแรงดันแล้ว ที่เราไม่ทราบคือขนาดแรงดันที่โหลดบัสซึ่งก็คือตัวแปรที่เราต้องหา ดังนั้นมิติรวมของ [Δ x] คือ (NB+NLOAD-1)*1

2.5.2 เมทริกซ์ [f(x)]

เขียนได้ดังนี้

$$[\ f(x)\ ] = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \qquad (2.27)$$

โดย

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i - (P_{Gi} - P_{Di}) \\ Q_i - (Q_{Gi} - Q_{Di}) \end{bmatrix} \qquad (2.28)$$

เมื่อ P_{Gi} และ Q_{Gi} คือกำลังจริงที่ผลิตและกำลังรีแอคทีฟที่ผลิตที่บัส i เป็นค่าที่กำหนด

P_{Di} และ Q_{Di} คือโหลดจริงและโหลดรีแอคทีฟที่บัส i เป็นค่าที่กำหนด

P_i และ Q_i คือกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่คำนวนได้จากสมการ(2.6)

โดยเขียนรูปตัวแปรในรูปพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordination) ได้ดังนี้

$$E_i = |E_i|\exp(j\delta_i)$$

และ

$$Y_{ij} = |Y_{ij}|\exp(-j\theta_{ij})$$

สมการ (2.6) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$P_i = \sum_{j=1}^{NB} |E_i||E_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad (2.29)$$

$$Q = \sum_{j=1}^{NB} |E_i||E_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad (2.30)$$

มิติของ [ΔP_i] จะเท่ากับมิติของ [$\Delta \delta_i$] และมิติของ [ΔQ_i] จะเท่ากับมิติของ [$\Delta|E_i|$] สมการที่ (2.28) นี้เรียกว่า สมการความผิดพลาดของกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่บัส (Bus Real and Reactive Power MismatchEquation) ค่าของสมการนี้คือ ค่าของผลต่างของกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่กำหนดให้ ($P_{Gi}, P_{Di}, Q_{Gi}, Q_{Di}$) กับค่ากำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ได้จากการคำนวนโดยใช้ตัวแปร ($\delta_i, |E_i|$)ที่สมมุติขึ้น ถ้าตัวแปรที่สมมุติขึ้นมีค่าถูกต้องแล้วค่าของสมการ f(x) หรือคือสมการ (2.28) จะมีค่าเท่ากับศูนย์หรือเข้าใกล้ศูนย์มากๆ

2.5.3 เมทริกซ์ [$\partial f(x)/\partial x$] หรือจาโคเบียนเมทริกซ์ [J] เขียนได้ดังนี้

$$[\partial f/\partial x] = [J] = \left[\begin{array}{c:c} \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} & \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial |E_j|} \\ \hdashline \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} & \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial |E_j|} \end{array}\right]$$

$$= \left[\begin{array}{c:c} \dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_j} & \dfrac{\partial P_i}{\partial |E_j|} \\ \hdashline \dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} & \dfrac{\partial Q_i}{\partial |E_j|} \end{array}\right] \qquad (2.31)$$

จาก (2.31) เมทริกซ์ [J] ประกอบด้วยเมทริกซ์ย่อย 4 ตัวดังนี้

$$[J] = \left[\begin{array}{c|c} J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \end{array}\right] \qquad (2.32)$$

โดย [J_1] มีมิติเท่ากับ (NB-1)*(NB-1)

[J_2] มีมิติเท่ากับ (NB-1)*NLOAD

[J_3] มีมิติเท่ากับ NLOAD*(NB-1)

[J_4] มีมิติเท่ากับ NLOAD*NLOAD

ดังนั้น [J] จะมีมิติ (NB+NLOAD-1)*(NB+NLOAD-1)

ในรูปพิกัดเชิงขั้วสมาชิกแต่ละตัวของจาโคเบียนเมทริกซ์หาได้ดังนี้

ก. สมาชิกของ $[J_1]$

$$J_{1ij} = \partial P_i / \partial \delta_j = |E_i||E_j||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad i \neq j \quad (2.33)$$

$$J_{1ii} = \partial P_i / \partial \delta_i = \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||E_j||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i + \delta_j)$$

ข. สมาชิกของ $[J_2]$

$$J_{2ij} = \partial P_i / \partial |E_j| = |E_i||Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad i \neq j \quad (2.34)$$

$$J_{2ii} = \partial P_i / \partial |E_i| = 2|E_i||Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) + \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

ค. สมาชิกของ $[J_3]$

$$J_{3ij} = \partial Q_i / \partial \delta_j = -|E_i||E_j||Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad i \neq j \quad (2.35)$$

$$J_{3ii} = \partial Q_i / \partial \delta_i = \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||E_j||Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

ง. สมาชิกของ $[J_4]$

$$J_{4ij} = \partial Q_i / \partial |E_j| = |E_i||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad i \neq j \quad (2.36)$$

$$J_{4ii} = \partial Q_i / \partial |E_i| = 2|E_i||Y_{ij}| \sin(\theta_{ii}) + \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

เมื่อเรามองภาพรวมของนิวตัน-ราฟสันเราจะได้สมการ

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{NB-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{NLOAD} \end{bmatrix} = [\ J\ ] \begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \vdots \\ \Delta\delta_{NB-1} \\ \Delta|E_1| \\ \vdots \\ \Delta|E_{NLOAD}| \end{bmatrix} \qquad (2.37)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = [\ J\ ] \begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \\ \Delta|E_1| \end{bmatrix} \qquad (2.38)$$

โดยเมื่อเริ่มการคำนวนเราสมมุติค่า δ_1 และ $|E_1|$ ทำการแก้สมการ (2.38) เราจะได้ค่า $\Delta\delta_1$ และ $\Delta|E|_1$ แล้วนำค่า $\Delta\delta_1$ และ $\Delta|E_1|$ ไปหาค่า δ_1 และ $|E_1|$ ใหม่จากสมการ

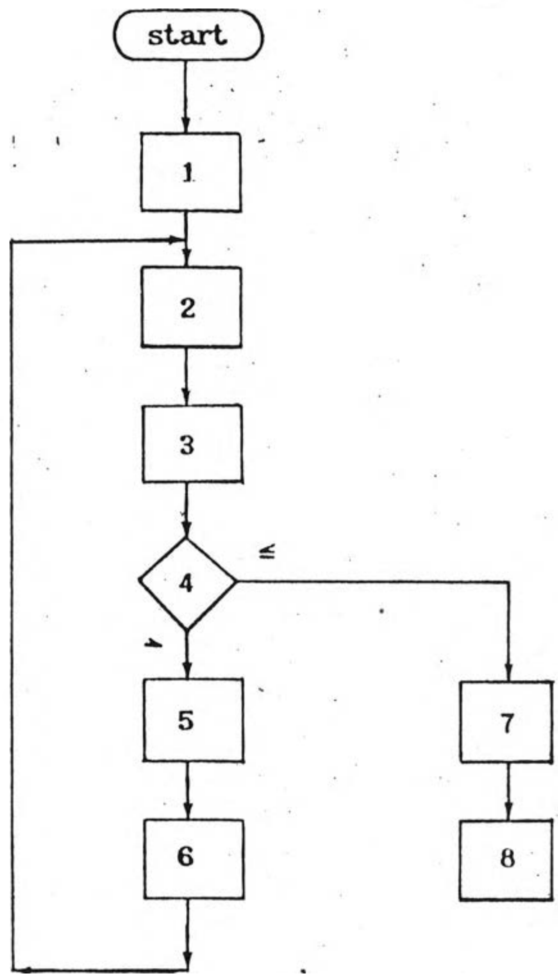
$$\delta_1^{new} = \delta_1^{old} - \Delta\delta_1 \qquad (2.39)$$

$$|E_1|^{new} = |E_1|^{old} - \Delta|E_1| \qquad (2.40)$$

แล้วนำค่าใหม่ที่ได้ไปแก้สมการ (2.38) ใหม่ ทำเช่นนี้เรื่อยๆจนกระทั่งค่า ΔP_1 และ ΔQ_1 มีค่าเท่ากับหรือใกล้เคียงกับศูนย์มากๆ ก็เท่ากับเราได้คำตอบของสมการที่เราต้องการ ทั้งนี้เพราะเมื่อ ΔP_1 และ ΔQ_1 มีค่าเท่ากับศูนย์หรือใกล้เคียงกับศูนย์มากแสดงว่าค่าของ P_1 และ Q_1 ที่คำนวนได้จากค่า δ_1 และ $|E_1|$ ที่คำนวนไว้มีค่าใกล้เคียงมากหรือเท่ากับค่า P_1 และ Q_1 ที่กำหนดไว้ ค่าของ δ_1 และ $|E_1|$ คือคำตอบที่เราต้องการ

2.6 อัลกอริทึมของโหลดโฟลว์ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน [8,12]

จากหัวข้อ 2.5 สามารถสรุปการทำโหลดโฟลว์ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสันดังอัลกอริทึมดังรูปที่ 2.1 ซึ่งมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 2.1 อัลกอริทึมของโหลดโฟลว์โดยนิวตัน-ราฟสัน

ขั้นที่ 1 กำหนดค่าเริ่มต้นของ δ_i และ $|E_i|$ โดยเราจะกำหนด δ_i ของทุกบัสยกเว้นบัสอ้างอิง และกำหนด $|E_i|$ ของโหลดบัสทุกบัส ส่วนที่บัสอ้างอิงและบัสควบคุมแรงดันจะมีการกำหนดมาแล้ว ในตอนเริ่มต้นเรามักสมมุติโดยกำหนดให้ δ_i เป็น 0 ทุกตัวและ $|E_i|$ เป็น 1.0 ทุกตัวขั้นที่ 2 เมื่อเรากำหนด δ_i และ $|E_i|$ แล้ว เราจะทราบค่าของ δ_i และ $|E_i|$ ที่ทุกบัส จากนั้นเราทำการคำนวนหา P_i และ Q_i ของทุกบัสเว้นบัสอ้างอิงโดยใช้สมการ (2.29) และ (2.30)

ขั้นที่ 3 ทำการคำนวนค่า $[\Delta P_i]$ และ $[\Delta Q_i]$ โดยใช้สมการ (2.28) ซึ่งทำให้เรา ทราบค่า ΔP_i และ ΔQ_i ที่ทุกบัส

ขั้นที่ 4 หาค่าผิดพลาด(ขนาดของ ΔP_i และ ΔQ_i)ที่มากที่สุดแล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าผิดพลาดที่เรากำหนดไว้ (Error Setting) ซึ่งค่านี้จะเป็นค่าที่ใกล้ 0 มากๆเช่น 0.0001 ถ้าค่าผิดพลาดที่มากที่สุดที่คำนวนไว้น้อยกว่าค่าผิดพลาดที่เรากำหนดไว้แสดงว่าได้คำตอบแล้ว (f(x)=0)ให้ข้ามไปทำขั้นที่ 7 แต่ถ้ามากกว่าแสดงว่ายังไม่ได้คำตอบให้ทำขั้นที่ 5 ต่อไป

ขั้นที่ 5 คำนวนจาโคเบียนเมทริกซ์ [J] ตามสมการที่ (2.33 - 2.36) แล้วแก้สมการ(2.38) ซึ่งจะทำให้ได้ค่า $[\Delta \delta_i]$ และ $[\Delta |E_i|]$

ขั้นที่ 6 ทำการปรับค่าของ δ_i และ $|E_i|$ โดยใช้สมการที่ (2.39) และ (2.40) แล้วย้อนไปขั้นที่ 2 ใหม่

ขั้นที่ 7 ทำการคำนวนหาค่าอื่นๆที่ต้องการเช่น กำลังจริง กำลังรีแอคทีฟในสายส่งหรือกำลังสูญเสีย(ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อ 2.6) หรือพิมพ์ผล

ขั้นที่ 8 หยุดการทำงานหรือกลับไปโปรแกรมหลัก (Main Program)

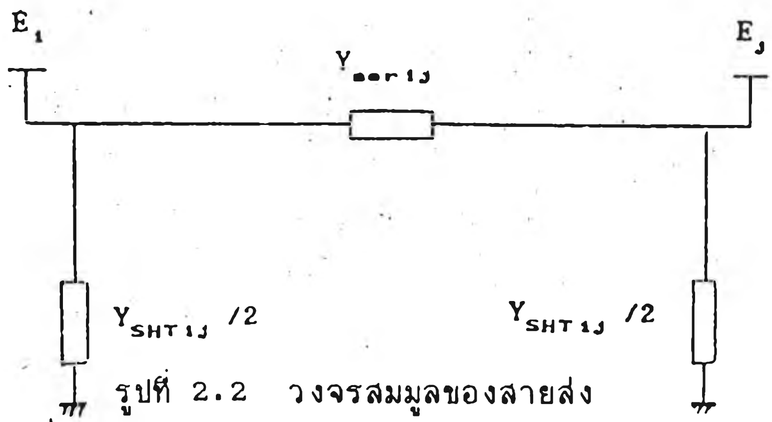
2.7 การคำนวน Line flow และค่าอื่นๆ [9,13]

หลังจากเราทำการคำนวนโหลดโฟลว์เสร็จสิ้นแล้ว เราจะทราบค่าขนาดและมุมของแรงดันที่บัสทุกบัส ซึ่งเราจะสามารถคำนวนหาค่าที่ต้องการทราบทุกค่าได้ ค่าต่างๆที่เราต้องการคำนวนเพื่อทราบสถานะของระบบประกอบด้วย

1. กำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในสายส่ง
2. กำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในหม้อแปลง
3. กำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ
4. กำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลง

2.7.1 กำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในสายส่ง

พิจารณาวงจรสมมูลของสายส่งที่ต่อระหว่างบัส i และบัส j ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 วงจรสมมูลของสายส่ง

กระแสที่ไหลจากบัส i ไปบัส j (I_{ij}) หาได้จาก

$$I_{ij} = (E_i - E_j)Y_{ser\ ij} + (E_iY_{sht\ ij}/2) \qquad (2.41)$$

ดังนั้นกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลจากบัส i ไปบัส j (P_{ij} และQ_{ij})จะหาได้จากสมการ

$$P_{ij} - jQ_{ij} = E_i^*I_{ij} \qquad (2.42)$$

$$= E_i^*(E_i - E_j)Y_{ser\ ij} + (E_i^2\ Y_{sht\ ij}/2)$$

โดย

$$P_{ij} = \mathrm{Real}(E_i^*I_{ij}) \qquad (2.43)$$

$$Q_{ij} = -\mathrm{Img}(E_i^*I_{ij}) \qquad (2.44)$$

และในทำนองเดียวกันกับกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลจากบัส j ไปบัส i หาได้จาก

$$P_{ji} - jQ_{ji} = E_j^*I_{ji} \qquad (2.45)$$

$$= E_j^*(E_j - E_i)Y_{ser\ ij} + (E_j^2\ Y_{sht\ ij}/2)$$

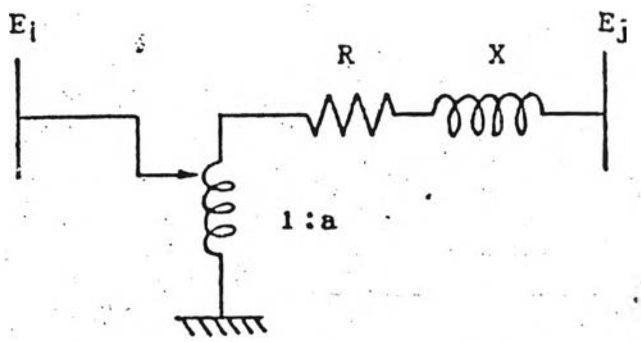
โดย

$$P_{ji} = \mathrm{Real}(E_j^*I_{ji}) \qquad (2.46)$$

$$Q_{ji} = -\mathrm{Img}(E_j^*I_{ji}) \qquad (2.47)$$

2.7.2 กำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในหม้อแปลง

พิจารณาวงจรสมมูลของหม้อแปลงที่ต่อระหว่างบัส i และ j ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 วงจรสมมูลของหม้อแปลง

กระแสที่ไหลจากบัส i ไปบัส j (I_{ij}) หาได้จากสมการ

$$I_{ij} = (aE_i - E_j)Y_T \qquad (2.48)$$

ดังนั้นกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลจากบัส i ไปบัส j (P_{ij} และ Q_{ij})จะหาได้จากสมการ

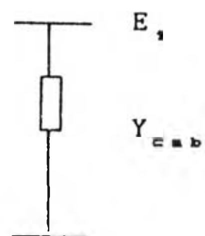
$$P_{ij} - jQ_{ij} = a^*E_i^*(aE_i - E_j)Y_T \qquad (2.49)$$

ในทำนองเดียวกันกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลจากบัส j ไปบัส i (P_{ji}และ Q_{ji})จะหาได้จากสมการ

$$P_{ji} - jQ_{ji} = (E_j^*)(E_j - aE_i)Y_T \qquad (2.50)$$

2.7.3 กำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ

พิจารณาวงจรสมมูลของตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 วงจรสมมูลของตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ

กระแสที่ไหลในตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำที่ต่อกับบัส i (I_{ic}) หาได้จากสมการ

$$I_{ic} = E_i Y_{cap\ i} \qquad (2.51)$$

ดังนั้นกำลังจริงและกำลังรีแอคทีฟที่ไหลในตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำคือ

$$P_{ic} - jQ_{ic} = E_i^*(E_i Y_{cap\ i}) \qquad (2.52)$$

โดย

$$P_{ic} = \mathrm{Real}(E_i^*(E_i Y_{cap\ i}) \qquad (2.53)$$

$$Q_{ic} = -\mathrm{Img}(E_i^*(E_i Y_{cap\ i}) \qquad (2.54)$$

2.7.4 กำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลง

กำลังสูญเสียในสายส่งที่ต่ออยู่ระหว่างบัส i และบัส j หาได้จากสมการ

$$P_{Lij} = P_{ij} + P_{ji} \qquad (2.55)$$

และ

$$P_{Lji} = P_{ji} + P_{ij} = -P_{Lij} \qquad (2.56)$$

โดย P_{ij} และ P_{ji} หาได้จากสมการ (2.43) และ (2.46) ตามลำดับส่วนกำลังสูญเสียในหม้อแปลงที่ต่อระหว่างบัส i และบัส j ก็หาได้จากสมการที่ (2.55) ได้เช่นเดียวกัน โดย P_{ij} และ P_{ji} หาได้จากสมการที่ (2.49)และ (2.50) ตามลำดับ