

บทที่ 5

การทดสอบบนตัวอย่างการใช้งานจริง

ในบทนี้ จะแสดงการทดสอบการปรับอัตราการเรียนรู้บนตัวอย่างที่ใช้งานจริง คือ การชดเชยในช่องส่งสัญญาณ (Channel Equalization) โดยนำวิธีการปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ มาใช้กับตัวกรองแบบปรับตัวได้ (adaptive filter) ซึ่งถูกนำมาใช้งานเพื่อให้สามารถลดผลจากสัญญาณรบกวนภายนอกและผลจากความเพี้ยน (distortion) ในช่องส่งสัญญาณเอง การชดเชยโดยใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้นี้ ทำให้ภาครับสัญญาณ (receiver) สามารถแปลงสัญญาณเชิงเลขที่ถูกส่งผ่านมาได้อย่างถูกต้อง

การชดเชยช่องสัญญาณซึ่งใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้นี้ ปกติจะใช้วิธีกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (Least mean-square) หรือ LMS เพื่อให้ตัวกรองสามารถลดผลจากความเพี้ยนที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณและสัญญาณรบกวนภายนอก วิธีกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดนี้ เป็นการปรับพารามิเตอร์ให้เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุดในทิศทางข้ามกับเกรเดียนต์ โดยใช้ฟังก์ชันเป้าหมายเป็นความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย ดังที่ได้แสดงไว้ในหัวข้อที่ 2.4 และ 2.5 ของบทที่ 2 ปกติความยาวก้าวหรืออัตราการเรียนรู้ที่ใช้ในวิธีจะเป็นค่าคงตัวที่อยู่ในช่วงที่สามารถทำให้ค่าพารามิเตอร์ลู่เข้าได้ การเลือกความยาวก้าวที่เหมาะสมทำได้ยากเพราะไม่สามารถให้การประมาณค่าที่ใกล้เคียงกับความเร็วในการลู่เข้าพร้อมกันได้

การนำวิธีการปรับอัตราการเรียนรู้มาใช้กับตัวกรองแบบปรับตัวได้นี้ จะทำให้ประสิทธิภาพของตัวกรองมากขึ้น และสามารถใช้งานได้กว้างขวางยิ่งขึ้น เช่น ในกรณีที่ต้องการส่งสัญญาณให้มีอัตราส่งสูงขึ้น การทำให้ตัวกรองแบบปรับตัวสามารถลู่เข้าได้เร็วจะเป็นการลดข้อจำกัดของระบบการส่งสัญญาณได้ และลดผลของสัญญาณรบกวนและความเพี้ยนที่เกิดจากช่องส่งสัญญาณได้ดีขึ้นด้วย

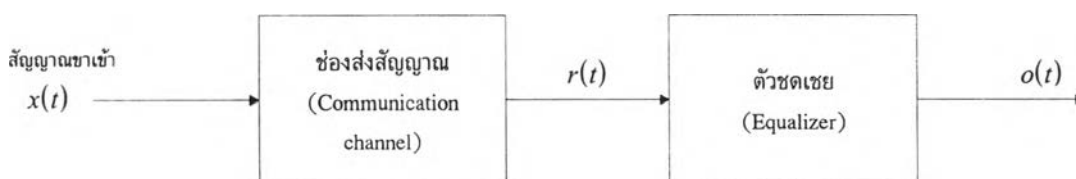
เนื้อหาของบทนี้ จะกล่าวถึง การชดเชยในช่องส่งสัญญาณที่ใช้ตัวกรองแบบปรับตัว และการทดสอบโดยการจำลองระบบบนคอมพิวเตอร์ สัญญาณที่ส่งผ่านช่องสัญญาณจะเป็นสัญญาณเชิงเลข ซึ่งมีความเหมาะสมกับการชดเชยแบบนี้

5.1 การชดเชยช่องสัญญาณเชิงเลข

ช่องสัญญาณที่ใช้ส่งข้อมูลเชิงเลข (digital data) ควรจะมีผลของสัญญาณรบกวนน้อย หรือมีอัตราส่วนสัญญาณจริงต่อสัญญาณรบกวน (signal-to-noise ratio) สูง แต่เนื่องจากในการ

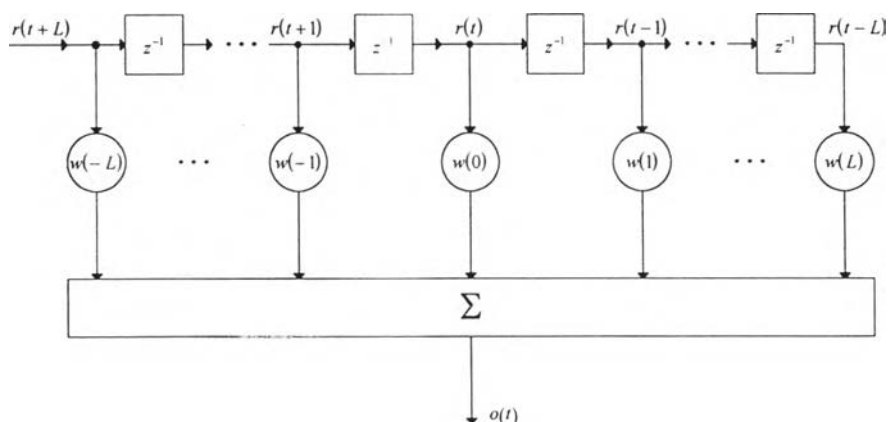
ใช้งานจริง ช่องสัญญาณที่ใช้มีแบนวิธด์ (bandwidth) จำกัด ทำให้เวลาส่งสัญญาณเชิงเลขที่มีลักษณะเป็นพัลส์ (pulse) และใช้การมอดูเลชันเชิงขนาด (pulse amplitude modulation) ร่วมกับการแสดงสัญญาณด้วยความต่างเฟส (phase-shift keying) เกิดความเพี้ยนในลักษณะการแทรกสอดระหว่างสัญญาณ (intersymbol interference) การแทรกสอดนี้จะมีผลต่อการแปลงสัญญาณลักษณะที่ส่งมาในช่องสัญญาณให้กลับเป็นสัญญาณเชิงเลขในภาครับ ซึ่งมีผลมากกว่าสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในช่องสัญญาณ

เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดการแทรกสอดระหว่างสัญญาณลักษณะ สาเหตุสำคัญคือการแผ่อกของสัญญาณเนื่องจากช่องสัญญาณทำให้เกิดการกระจายตามความถี่ และทำให้เกิดการซ้อนกัน (overlap) ของพัลส์ที่อยู่ติดกัน และถ้าไม่มีการตรวจสอบความเพี้ยนที่เกิดขึ้นนี้ ก็จะทำให้การแปลงสัญญาณในภาครับเกิดความผิดพลาดได้ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณนี้ จะใช้ตัวชดเชย (equalizer) นำมาต่อกับช่องสัญญาณในด้านภาครับ ดังแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 การต่อตัวชดเชยกับช่องสัญญาณ

โดยตัวชดเชยที่ใช้จะเป็นตัวกรองแบบปรับตัวได้ ตัวกรองนี้จะมีโครงสร้างในลักษณะการต่อสัญญาณหน่วง (tapped-delay-line) เรียงกันและนำสัญญาณที่หน่วงในแต่ละช่วงมารวมกันเพื่อแสดงเป็นสัญญาณขาออกของตัวกรอง ดังแสดงในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ตัวกรองแบบปรับตัวได้ที่มีโครงสร้างแบบต่อสัญญาณหน่วงมารวมกันที่ใช้เป็นตัวชดเชยในช่องสัญญาณ

โครงสร้างที่ใช้มีลักษณะสมมาตร จำนวนสัญญาณที่ต่อลงมาในตัวกรองจะมีเท่ากับ $2m+1$ ตัว โดยที่ m เป็นจำนวนช่วงที่หน่วยเวลา คำนวณที่คูณกับสัญญาณในตัวซดเซยใช้สัญญาณลักษณะเป็น $w(-m), \dots, w(-1), w(0), w(1), \dots, w(m)$ ตามลำดับ ดังนั้น ผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์ของตัวซดเซยจะเป็น

$$w(t) = \sum_{k=-m}^m w(k)\delta(t-k) \quad (5.1.1)$$

เมื่อใช้ $\delta(t)$ แทนฟังก์ชัน Dirac delta ซึ่งมีค่าเป็น 1 เมื่อ $t=0$ นอกนั้นมีค่าเป็น 0 เราสามารถกำหนดผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์ของช่องสัญญาณโดยพิจารณาเป็นตัวกรองแบบปรับตัวได้เช่นเดียวกัน ดังนี้

$$c(t) = \sum_{k=-m}^m c(k)\delta(t-k) \quad (5.1.2)$$

เมื่อ $c(k)$ เป็นค่านำหนักของตัวกรองที่ใช้แทนช่องสัญญาณ

ถ้าไม่คิดถึงผลของสัญญาณรบกวนซึ่งมีค่าน้อย การต่อเรียงกันของช่องสัญญาณและตัวซดเซยสามารถเทียบได้เป็นตัวกรองแบบปรับตัวได้ ซึ่งมีลักษณะโครงสร้างเช่นเดียวกับในรูปที่ 5.2 โดยมีผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์เป็น

$$\chi(t) = \sum_{k=-m}^m \chi(k)\delta(t-k) \quad (5.1.3)$$

ซึ่งผลตอบสนอง $\chi(t)$ นี้จะเท่ากับคอนโวลูชัน (convolution) ของลำดับที่เป็นผลตอบสนองของช่องสัญญาณ $c(t)$ และตัวซดเซย $w(t)$ ดังนี้

$$\chi(t) = \sum_{k=-m}^m w(k)c(t-k); \quad t = 0, \pm 1, \dots, \pm m \quad (5.1.4)$$

ถ้าสัญญาณขาเข้า $x(t)$ ึ่งผ่านทางช่องสัญญาณ โดยมีลักษณะเป็นสัญญาณรบกวนแบบขาว (white noise) ที่มีค่าเฉลี่ย (mean) เป็น 0 และความแปรปรวน (variance) เป็น 1 เมื่อผ่านช่องสัญญาณจะได้เป็นสัญญาณ $r(t)$ ซึ่งเป็นสัญญาณขาเข้าของตัวซดเซย ตามลำดับ เมตริกซ์ความแปรปรวนของสัญญาณขาเข้า Φ ซึ่งกำหนดองค์ประกอบได้เป็น

$$\Phi = E[x_n x_n^T] = \begin{bmatrix} \phi(0) & \phi(1) & \cdots & \phi(m) \\ \phi(1) & \phi(0) & \cdots & \phi(m-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi(m) & \phi(m-1) & \cdots & \phi(0) \end{bmatrix} \quad (5.1.5)$$

แต่ละองค์ประกอบสามารถกำหนดค่าได้ดังนี้

$$\phi(l) = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ 0, & l \neq 0 \end{cases} \quad (5.1.6)$$

และสัญญาณเป้าหมาย $d(t)$ ที่ป้อนให้กับตัวกรองแบบปรับตัวได้ ก็คือสัญญาณขาเข้าของช่องสัญญาณ นั่นคือ

$$d(t) = x(t) \quad (5.1.7)$$

สัญญาณที่ต้องการจะเป็นสัญญาณที่เวลา t ซึ่งอยู่ที่จุดต่อตรงกลาง (center tap) ของตัวชดเชย จะเห็นได้ว่า ตัวชดเชยจะทำงานกลับกันกับช่องสัญญาณคือ แปลงสัญญาณขาออกของช่องสัญญาณ $r(t)$ ให้กลับมาเป็นสัญญาณขาเข้า $x(t)$ เพื่อให้ภาครับสามารถแปลงกลับเป็นสัญญาณเชิงเลขได้ถูกต้อง สัญญาณที่ได้จากตัวชดเชยอาจมีการหน่วงเวลาเลื่อนจากสัญญาณขาเข้า เพราะสัญญาณต้องผ่านช่องสัญญาณและตัวชดเชย ซึ่งในภาครับจะต้องมีการหน่วงเวลาย้อนกลับเพื่อให้ได้สัญญาณเดิมอีกที

สำหรับเวกเตอร์สหสัมพันธ์ข้ามระหว่างสัญญาณเป้าหมาย $d(t)$ และสัญญาณขาเข้า $x(t)$ ซึ่งกำหนดองค์ประกอบได้เป็น

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} d(t)x(t+N) \\ \vdots \\ d(t)x(t) \\ \vdots \\ d(t)x(t-N) \end{bmatrix} \quad (5.1.8)$$

แต่องค์ประกอบจะกำหนดค่าได้ดังนี้

$$p(l) = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ 0, & l = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m \end{cases} \quad (5.1.9)$$

สิ่งที่เราต้องการ คือ ค่านำหนักของตัวกรองที่ใช้แทนทั้งระบบ $\chi(t)$ มีค่าเป็น 1 เฉพาะ ค่านำหนักที่อยู่จุดต่อตรงกลาง และค่านำหนักที่จุดต่ออื่นๆ เป็น 0 เพื่อไม่ให้เกิดการแทรกสอดระหว่างสัญญาณลักษณะเกิดขึ้น ดังนั้น ค่านำหนักของระบบหลังจากต่อตัวชดเชยแล้ว จะเป็นไปตามสมการ

$$\chi(l) = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ 0, & l = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m \end{cases} \quad (5.1.10)$$

และจากสมการ (5.1.4) เราจะได้ว่า

$$\sum_{k=-m}^m w(k)c(l-k) = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ 0, & l = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m \end{cases} \quad (5.1.10)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} c(0) & \cdots & c(-m+1) & c(-m) & c(-m-1) & \cdots & c(-2m) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(m-1) & \cdots & c(0) & c(-1) & c(-2) & \cdots & c(-m-1) \\ c(m) & \cdots & c(1) & c(0) & c(-1) & \cdots & c(-m) \\ c(m+1) & \cdots & c(2) & c(1) & c(0) & \cdots & c(-m+1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(2m) & \cdots & c(m+1) & c(m) & c(m-1) & \cdots & c(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(-m) \\ \vdots \\ w(-1) \\ w(0) \\ w(1) \\ \vdots \\ w(m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.11)$$

ซึ่งทำให้เราสามารถหาค่านำหนักของตัวชดเชยจากค่านำหนักของช่องสัญญาณได้ เพื่อออกแบบตัวชดเชยให้สามารถลดผลของการแทรกสอดระหว่างสัญญาณลักษณะนี้ได้

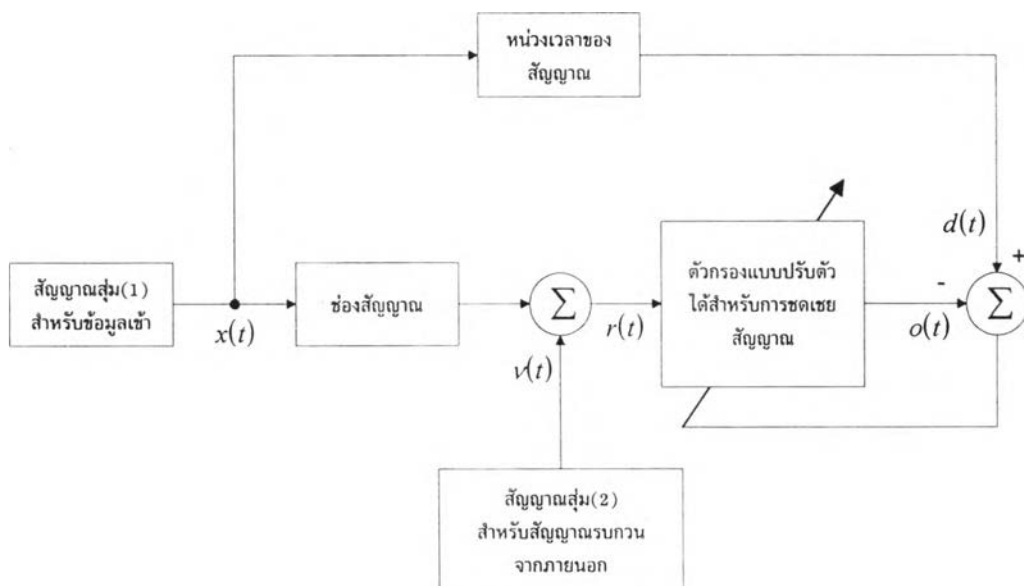
การออกแบบตัวชดเชยตามสมการ (5.1.11) จะเรียกว่า ตัวชดเชยแบบบังคับให้มีค่าศูนย์ (zero-forcing equalizer) เพราะว่า เมื่อสัญญาณถูกส่งผ่านช่องสัญญาณแล้ว มันจะบังคับให้สัญญาณขาออกมีค่าเป็น 0 ในทุกช่วงเวลา ยกเว้น ช่วงเวลาที่ทำการส่งสัญญาณเท่านั้น การออกแบบตามสมการ (5.1.11) นี้ ไม่ได้นำผลของสัญญาณรบกวนมาคิดด้วย แต่แสดงถึงการออก

แบบตัวชดเชยเพื่อลดผลการแทรกสอดระหว่างสัญญาณได้ว่า ค่านำหนักของตัวกรองควรมีค่าที่จุดเชื่อมตรงกลางเท่านั้น ส่วนในจุดเชื่อมอื่น ๆ ควรมีค่าเป็นศูนย์

5.2 การออกแบบตัวชดเชยโดยการปรับพารามิเตอร์ของตัวกรอง [8]

ในการออกแบบตัวชดเชยที่ใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้ เราสามารถใช้วิธีการปรับพารามิเตอร์เพื่อให้ลู่อู่เข้าสู่ค่าเหมาะสมที่สุดได้เช่นกัน วิธีที่นำมาใช้ในการปรับพารามิเตอร์เพื่อออกแบบตัวชดเชยนี้ มีหลายวิธี แต่วิธีที่นำมาใช้ได้ง่ายและได้ผลดี คือ วิธีกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด หรือ LMS ซึ่งเป็นวิธีที่ปรับพารามิเตอร์ไปในทิศทางข้ามของเกรเดียนต์ วิธีที่ใช้การลดระดับตามแนวเกรเดียนต์นี้จะสามารถเพิ่มประสิทธิภาพได้โดยการปรับอัตราการเรียนรู้ (หรือความยาวก้าว) ให้มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งเป็นหัวข้อของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ในหัวข้อนี้ จะแสดงการออกแบบตัวชดเชยเพื่อลดผลของการแทรกสอดระหว่างสัญญาณและสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในช่องสัญญาณ โดยใช้วิธี LMS ที่มีอัตราการเรียนรู้เป็นค่าคงตัว เพื่อดูผลเบื้องต้นที่เกิดจากการออกแบบ

ในหัวข้อที่แล้ว ได้แสดงถึงความจำเป็นของการชดเชยช่องสัญญาณเพื่อให้ภาครับสัญญาณสามารถแปลงสัญญาณกลับได้ถูกต้อง สาเหตุที่สำคัญของความเพี้ยนที่เกิดขึ้นมี 2 สาเหตุ คือ การแทรกสอดระหว่างสัญญาณ ซึ่งเกิดจากแบนวิดท์ที่จำกัดของช่องสัญญาณ และสัญญาณรบกวนภายนอกที่เข้ามา ในการจำลองการออกแบบตัวชดเชยนี้ จะสามารถแสดงเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ ดังแสดงในรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบที่ใช้ทดสอบการออกแบบตัวชดเชย

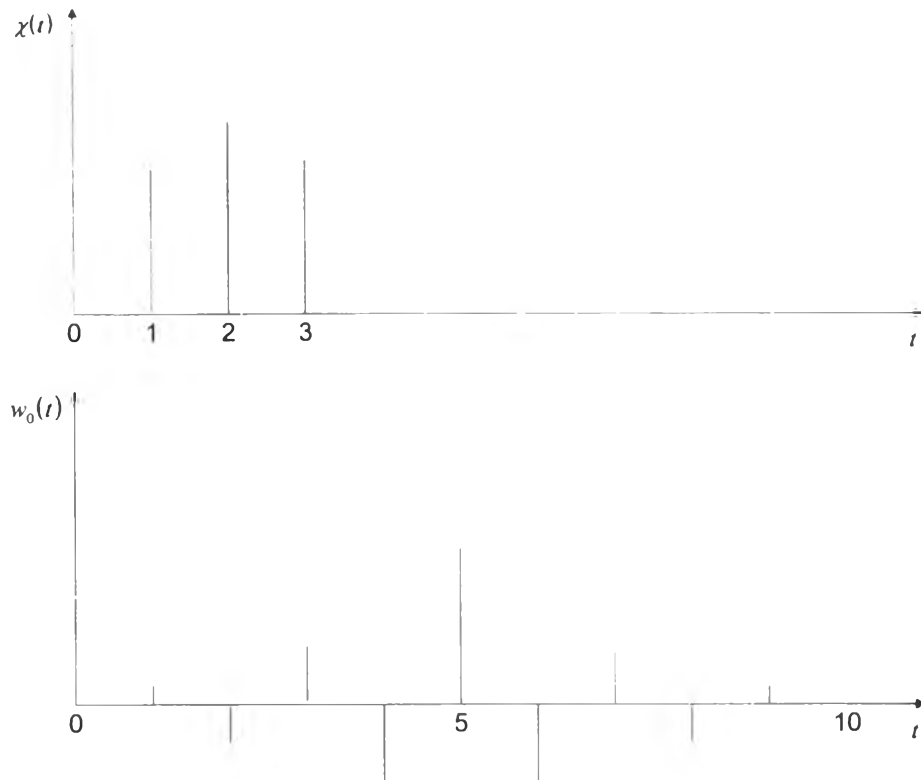
เราจะสมมติให้สัญญาณขาเข้า $x(t)$ เป็นสัญญาณเชิงเลขที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งเกิดจากการสุ่มค่าในบล็อกของสัญญาณสุ่ม (1) ถูกส่งผ่านช่องสัญญาณโดยมีสัญญาณรบกวนจากภายนอก $v(t)$ ซึ่งถูกสร้างขึ้นในบล็อกของสัญญาณสุ่ม (2) และสัญญาณขาเข้าของตัวกรองแบบปรับตัวได้ $r(t)$ จะเป็นผลรวมของสัญญาณขาออกจากช่องสัญญาณและสัญญาณรบกวนจากภายนอก สัญญาณขาออกของตัวกรองแบบปรับตัวได้ลบกับสัญญาณอ้างอิง $d(t)$ สัญญาณอ้างอิงเกิดจากสัญญาณขาเข้าของระบบ $x(t)$ ที่ถูกหน่วงเวลาเท่ากับระยะเวลาที่สัญญาณผ่านช่องสัญญาณและตัวกรองแบบปรับตัวได้ ผลต่างที่ได้จะนำไปปรับพารามิเตอร์ของตัวกรองตามวิธี LMS ซึ่งทำให้พารามิเตอร์ของตัวกรองลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุด และสามารถลดผลของการแทรกสอดระหว่างสัญญาณลักษณะและสัญญาณรบกวนได้

สัญญาณสุ่มที่เป็นสัญญาณขาเข้า $x(t)$ จะถูกสุ่มให้มีค่าเป็น 1 และ -1 โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1 ช่องสัญญาณจะมีผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์เป็น

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left| 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\psi}(t-2)\right) \right|, & t = 1, 2, 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.2.1)$$

โดยค่า ψ เป็นพารามิเตอร์สำหรับควบคุมความเพี้ยนของขนาดที่เกิดจากช่องสัญญาณ โดยที่ความเพี้ยนจะเพิ่มขึ้นเมื่อค่า ψ เพิ่มขึ้น ซึ่งเห็นได้ว่า พารามิเตอร์ ψ นี้จะควบคุมการแผ่ออกของค่าเฉพาะ (eigenvalue spread) ของเมตริกซ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (autocorrelation) Φ นั้นเอง โดยการแผ่ออกของค่าเฉพาะจะมากขึ้นตามค่าของ ψ เช่นเดียวกัน ส่วนสัญญาณสุ่ม (2) เป็นสัญญาณรบกวนจากภายนอก ซึ่งในการทดสอบจะกำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 0.001

สำหรับตัวชดเชยจะใช้เป็นตัวกรองแบบปรับตัวได้ที่มีจุดเชื่อมต่อสัญญาณ 11 จุด และใช้จุดเชื่อมต่อตรงกลางเพื่อเป็นสัญญาณให้ภาครับ ดังนั้น พารามิเตอร์ของตัวกรองจะสมมาตรกับพารามิเตอร์ตรงกลางและสัญญาณจะถูกหน่วงเวลาเมื่อผ่านตัวกรองเป็นจำนวน 5 ช่วงเวลา ส่วนการหน่วงเวลาที่เกิดในช่องสัญญาณ ซึ่งสมมาตรกับสัญญาณตรงกลาง การหน่วงเวลาในช่องสัญญาณจึงเป็น 2 ช่วงเวลา ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.4 ดังนั้น เมื่อสัญญาณผ่านช่องสัญญาณและตัวกรองที่เป็นตัวชดเชย จะทำให้สัญญาณถูกหน่วงเวลาไป $5+2 = 7$ ช่วงเวลา สัญญาณเป้าหมายของตัวกรอง $d(t)$ จึงเป็นสัญญาณขาเข้า $x(t)$ ที่ถูกหน่วงไป 7 ช่วงเวลา



รูปที่ 5.4 การหน่วงเวลาที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณและตัวกรองที่ใช้ในการทดสอบ

สัญญาณขาเข้าของตัวกรอง $r(t)$ ซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$r(t) = \sum_{k=1}^3 \chi(k)x(t-k) + v(t) \quad (5.2.2)$$

เนื่องจาก ตัวกรองมีจุดเชื่อมทั้งหมด 11 จุด ดังนั้น สัญญาณขาเข้าจะมีทั้งหมด 11 สัญญาณ แทนด้วยสัญลักษณ์ $r(t), r(t-1), \dots, r(t-10)$ ตามลำดับ เราสามารถหาเมตริกซ์อัตโนมัติสัมพันธ์ Φ ของสัญญาณขาเข้าได้ในรูป

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi(0) & \phi(1) & \phi(2) & 0 & \dots & 0 \\ \phi(1) & \phi(0) & \phi(1) & \phi(2) & \dots & 0 \\ \phi(2) & \phi(1) & \phi(0) & \phi(1) & \dots & 0 \\ 0 & \phi(2) & \phi(1) & \phi(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \phi(0) \end{bmatrix} \quad (5.2.3)$$

โดยที่สามารถหาค่าประกอบได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\phi(0) &= \chi^2(1) + \chi^2(2) + \chi^2(3) + \sigma_v^2 \\ \phi(1) &= \chi(1)\chi(2) + \chi(2)\chi(3) \\ \phi(2) &= \chi(1)\chi(3)\end{aligned}\tag{5.2.4}$$

เมื่อ σ_v^2 เป็นความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนจากภายนอก ซึ่งในการทดสอบมีค่าเป็น 0.001

ในการทดสอบ ได้เลือกค่า ψ เป็น 2.9, 3.1, 3.3 และ 3.5 ตามลำดับ ซึ่งทำให้เราสามารถคำนวณหาค่าประกอบของเมตริกซ์อัตราส่วนสัมพันธ์ Φ และค่าเฉพาะของเมตริกซ์ รวมทั้งการแผ่ออกของค่าเฉพาะ ซึ่งเป็นอัตราส่วนของค่าเฉพาะสูงสุด λ_{\max} ต่อด้านค่าเฉพาะต่ำสุด λ_{\min} โดยสรุปเป็นตาราง ได้ดังนี้

ตารางที่ 5.1 สรุปค่าของพารามิเตอร์ต่างๆ เมื่อกำหนดค่า ψ สำหรับการทดสอบเป็น 2.9, 3.1, 3.3 และ 3.5

ψ	2.9	3.1	3.3	3.5
$\phi(0)$	1.0963	1.1568	1.2264	1.3022
$\phi(1)$	0.4388	0.5596	0.6729	0.7774
$\phi(2)$	0.0481	0.0783	0.1132	0.1511
λ_{\min}	0.3339	0.2136	0.1256	0.0656
λ_{\max}	2.0295	2.3761	2.7263	3.0707
$\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$	6.0782	11.1238	21.7132	42.8216

จากตารางแสดงให้เห็นว่า การแผ่ออกของค่าเฉพาะเปลี่ยนจาก 6.0782 เป็น 42.8216 เมื่อ ψ เปลี่ยนจาก 2.9 เป็น 3.5 ตามลำดับ

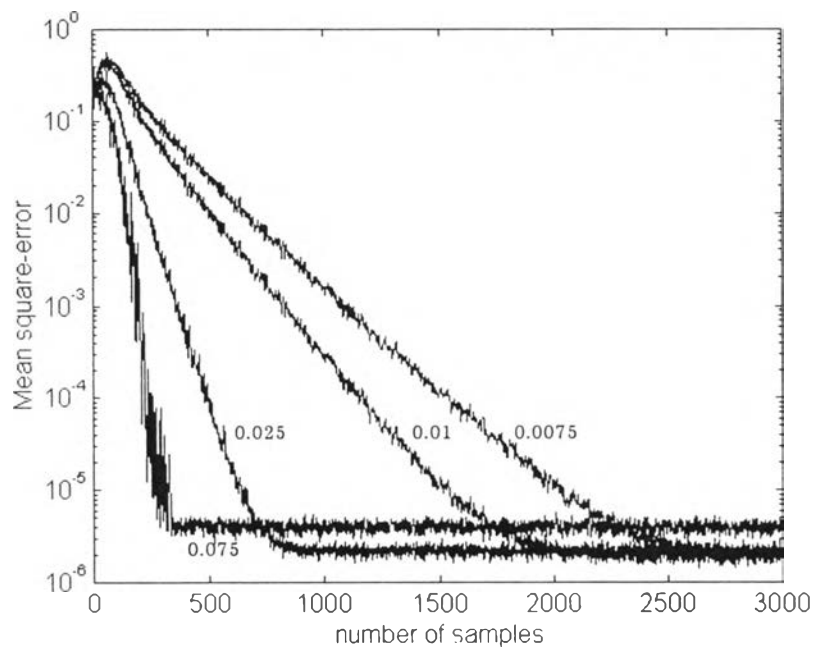
ขอบเขตของอัตราการเรียนรู้ β ที่ทำให้พารามิเตอร์ลู่ออกในวิธีเกรเดียนต์แบบสโตคาสติกส์ ดังแสดงในสมการ (2.5.38) เป็น

$$0 < \beta < \frac{2}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}\tag{5.2.5}$$

ซึ่งแสดงถึงอัตราการเรียนรู้สูงสุดที่ทำให้ลู่ออกในกรณีที่กำหนดค่า ψ เป็น 2.9, 3.1, 3.3 และ 3.5 คือ 0.1658, 0.1572, 0.1483 และ 0.1396 ตามลำดับ

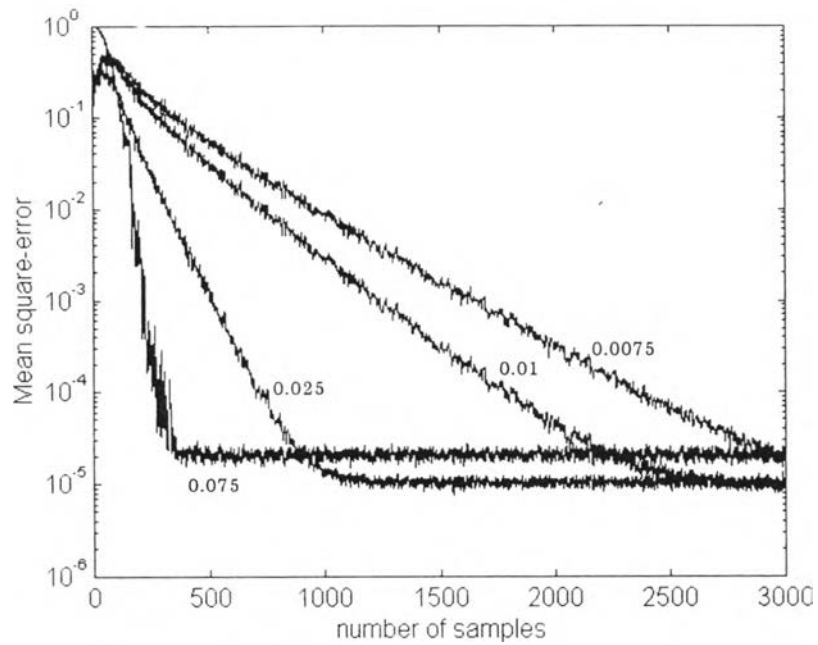
5.3 ตัวชดเชยที่ใช้อัตราการเรียนรู้เป็นค่าคงตัว

การทดสอบในหัวข้อนี้ เป็นการแสดงผลการทดสอบการปรับตัวของตัวกรองที่ใช้เป็นตัวชดเชยในช่องสัญญาณ เพื่อแสดงผลของการแผ่ออกของค่าเฉพาะและขนาดของอัตราการเรียนรู้ที่มีต่อการปรับตัวของระบบ การทดสอบจะกำหนดค่า ψ ต่างๆ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 5.2 โดยใช้อัตราการเรียนรู้คงที่จะเลือกใช้เป็น 0.075, 0.025, 0.01 และ 0.0075 ตามลำดับ การทดสอบกับอัตราการเรียนรู้ทุกค่าได้กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็น 0 และทำการทดสอบโดยให้ตัวกรองทำการปรับตัวหุกรอบการคำนวณเป็นจำนวน 3,000 รอบ ทั้งหมด 200 ครั้ง และนำผลที่ได้มาเฉลี่ยเพื่อแสดงผลเป็นกราฟของความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (mean-square error)

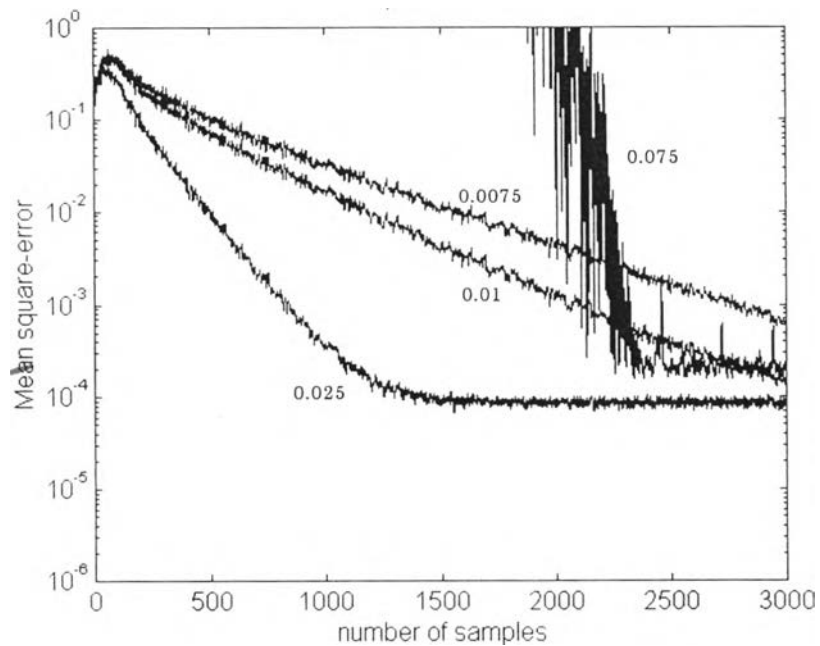


รูปที่ 5.5 ผลการทดสอบการชดเชยช่องสัญญาณโดยใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้กับอัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าคงตัว ที่ 0.075, 0.025, 0.01 และ 0.0075 ตามลำดับ โดยกำหนดค่า $\psi = 2.9$

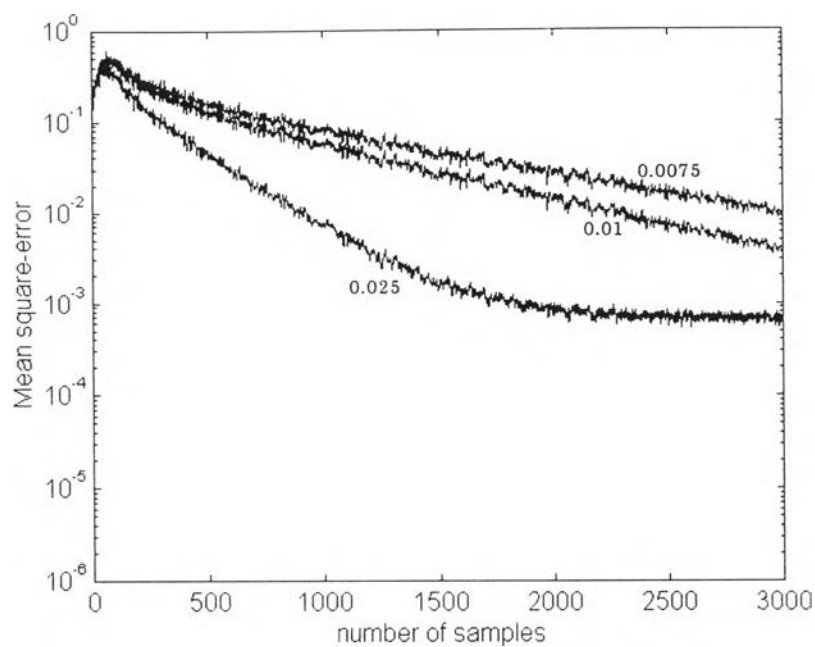
รูปที่ 5.5 แสดงความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของตัวกรองแบบปรับตัวได้ ที่ใช้เป็นตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยใช้อัตราการเรียนรู้เป็นค่าคงตัว ที่ 0.075, 0.025, 0.01 และ 0.0075 กราฟของความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยนี้ แสดงให้เห็นว่า อัตราการเรียนรู้ที่มีขนาดมากกว่า จะทำ



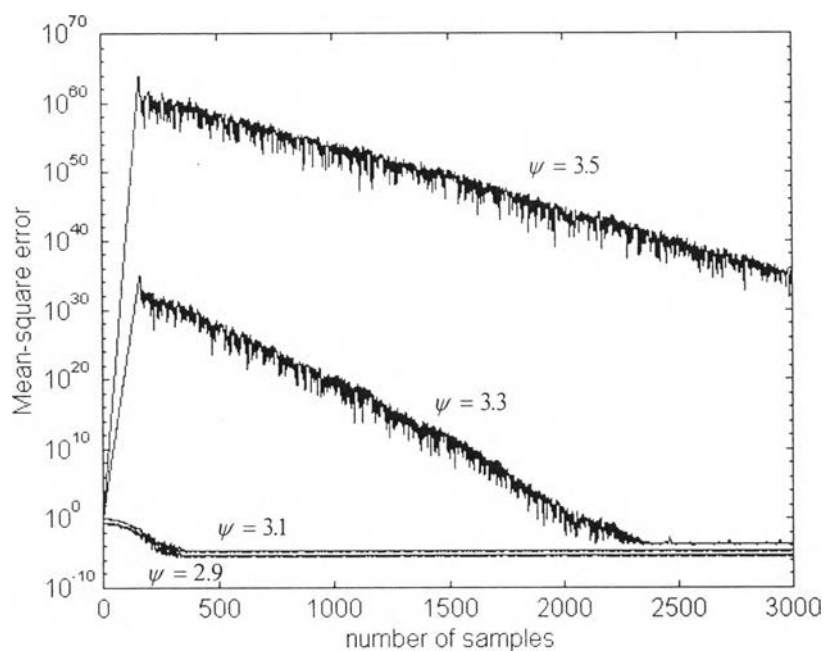
รูปที่ 5.6 ผลการทดสอบการชดเชยข้อสัญญาณโดยใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้กับ อัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าคงตัว ที่ 0.075, 0.025, 0.01 และ 0.0075 ตามลำดับ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.1$



รูปที่ 5.7 ผลการทดสอบการชดเชยข้อสัญญาณโดยใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้กับ อัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าคงตัว ที่ 0.075, 0.025, 0.01 และ 0.0075 ตามลำดับ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.3$



รูปที่ 5.8 ผลการทดสอบการชดเชยช่องสัญญาณโดยใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้กับ อัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าคงตัว ที่ 0.025, 0.01 และ 0.0075 ตามลำดับ โดย กำหนดค่า $\psi = 3.5$



รูปที่ 5.9 ผลการทดสอบการชดเชยช่องสัญญาณโดยใช้ตัวกรองแบบปรับตัวได้กับ อัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าคงตัว ที่ 0.075 ที่ ψ ค่าต่างๆ

ให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยลดลงได้เร็วกว่า โดยกราฟของอัตราการเรียนรู้ที่ 0.075 สามารถลดลงได้เร็วที่สุด โดยเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ 300 รอบ ในขณะที่การใช้อัตราการเรียนรู้เป็น 0.025, 0.01 และ 0.0075 เข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ 850, 2,000 และ 2,600 รอบ ตามลำดับ ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยในสถานะอยู่ตัวของเมื่ออัตราการเรียนรู้ 0.075 เป็น 4×10^{-5} ส่วนอัตราการเรียนรู้ 0.025, 0.01 และ 0.0075 มีความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยใกล้เคียงกัน โดยค่าที่น้อยกว่าจะต่ำกว่าเล็กน้อย ที่ 0.025 จะมีค่าประมาณ 2×10^{-6} และที่ 0.01 และ 0.0075 มีค่าน้อยลงตามลำดับ

รูปที่ 5.6 ถึง 5.9 แสดงความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบตัวชดเชยในช่องสัญญาณ เมื่อกำหนดค่า $\psi = 3.1, 3.3$ และ 3.5 ตามลำดับ กราฟของความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของอัตราการเรียนรู้ที่ 0.075 สามารถลดลงภายใน 300 รอบในกรณีที่ ψ มีค่าน้อยหรือการแผ่ออกของค่าเฉพาะมีค่าน้อย เมื่อเพิ่มค่าของ ψ การแผ่ออกของค่าเฉพาะจะเพิ่มขึ้นดังแสดงไว้ในตอนต้น การใช้อัตราการเรียนรู้ที่ 0.075 จะทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นอย่างมากในตอนเริ่มต้น แล้วจึงลดลง แต่จะทำให้การเข้าสู่สถานะอยู่ตัวช้าลงอย่างมากเมื่อเทียบกับกรณีที่การแผ่ออกของค่าเฉพาะน้อยกว่า ผลนี้แสดงให้เห็นว่า เมื่อการแผ่ออกของค่าเฉพาะมากขึ้น การใช้อัตราการเรียนรู้เป็นค่าคงตัวจะทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นได้ในตอนเริ่มปรับตัว แล้วจึงลดลงซึ่งทำให้เข้าสู่สถานะอยู่ตัวช้าลงอย่างมาก ในขณะการเลือกใช้อัตราการเรียนรู้ที่มีขนาดน้อยทำให้เข้าสู่สถานะอยู่ตัวช้า แต่ว่าผลกระทบของการแผ่ออกของค่าเฉพาะจะน้อยกว่า

5.4 ตัวชดเชยที่ใช้การปรับอัตราการเรียนรู้ตามเวลา

ในหัวข้อนี้ จะแสดงการทดสอบการปรับตัวโดยใช้วิธีการปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ ประกอบด้วยวิธี Dbd, Idbd, Entropy, cosine direction และ modified direction cosine เปรียบเทียบกับความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของการใช้เป็นค่าคงตัวที่ 0.075 โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์และค่าเริ่มต้น ดังนี้

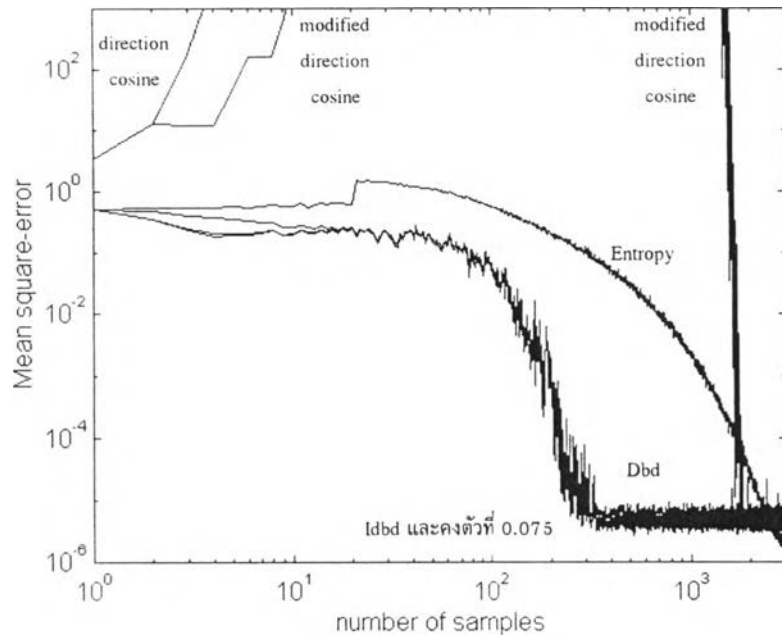
- วิธี Dbd กำหนดพารามิเตอร์ของขั้นตอนวิธี ดังนี้ $\kappa = 0.0035$, $\varphi = 0.03$, $\theta = 0.7$ และกำหนดค่าเริ่มต้นของอัตราการเรียนรู้ทุกตัวเป็น 0.075
- วิธี Idbd กำหนดค่า meta step size (η) เป็น 0.001

- วิธี Entropy กำหนดค่าถ่วงน้ำหนักของค่าในอดีต θ เป็น 0.1 และกำหนดค่าเริ่มต้นของค่าเฉลี่ยพารามิเตอร์เป็น 0 ส่วนค่าเริ่มต้นของความแปรปรวนพารามิเตอร์เป็น 0.1 ทุกตัว
- วิธี modified direction cosine กำหนดค่าเริ่มต้นของอัตราการเรียนรู้เป็น 0.01
- วิธี direction cosine กำหนดค่าเริ่มต้นของอัตราการเรียนรู้เป็น 0.01

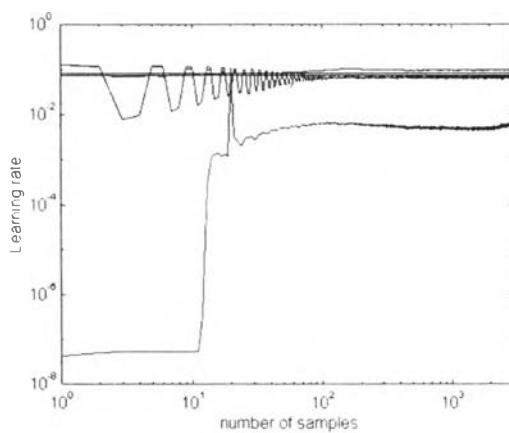
ทุกวิธีได้กำหนดอัตราการเรียนรู้เริ่มต้นเป็น 0.075 เพื่อเปรียบเทียบกับกราฟของอัตราการเรียนรู้คงตัวที่ 0.075 นอกจากนี้ ยังมีการปรับปรุงวิธีการปรับบางวิธี คือ direction cosine, modified direction cosine และ Entropy ซึ่งปกติสามารถให้อัตราการเรียนรู้สูงสุดที่ 1 แต่เมื่อพิจารณาขอบเขตของอัตราการเรียนรู้ในการทดสอบนี้ อัตราการเรียนรู้สูงสุดที่ปรับได้ในกรณีที่ค่า ψ เป็น 3.5 จะน้อยที่สุด คือ 0.1396 ดังนั้น ในการทดสอบจึงคุณอัตราการเรียนรู้ที่ได้จากวิธีทั้งสองด้วย 0.13 เพื่อไม่ให้อัตราการเรียนรู้เกินจากขอบเขตที่ทำให้ลู่เข้า

รูปที่ 5.10 แสดงความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของการปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ เปรียบเทียบกับการใช้อัตราการเรียนรู้เป็นค่าคงตัวที่ 0.075 จากกราฟ วิธี Dbd และ Idbd สามารถทำให้ระบบปรับตัวได้เร็วกว่าวิธีอื่นๆ โดยสามารถทำให้ระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัวหลังจาก 300 รอบ ในขณะที่วิธี Entropy ทำให้ระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัวช้ากว่า แต่ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ส่วนวิธี modified direction cosine ให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นอย่างมากในตอนเริ่มต้น แล้วจึงค่อยๆ ลดลงจนเข้าสู่สถานะอยู่ตัว รูปที่ 5.11 ถึง 5.17 เป็นความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยและอัตราการเรียนรู้ของการทดสอบ เมื่อการแผ่ออกของค่าเฉพาะมากขึ้น โดยกำหนดค่า ψ เป็น 2.9, 3.1, 3.3 และ 3.5 ตามลำดับ ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นจากวิธี modified direction cosine ไม่สามารถแสดงได้ในกราฟรูปที่ 5.10, 5.12, 5.14 และ 5.16 ได้ ดังนั้น จึงได้นำมาแสดงไว้ด้วยกันในรูปที่ 5.18 ซึ่งเห็นได้ว่า ผลของการแผ่ออกของค่าเฉพาะทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเร็ว และเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ยากยิ่งขึ้น เมื่อการแผ่ออกมีค่ามากขึ้น

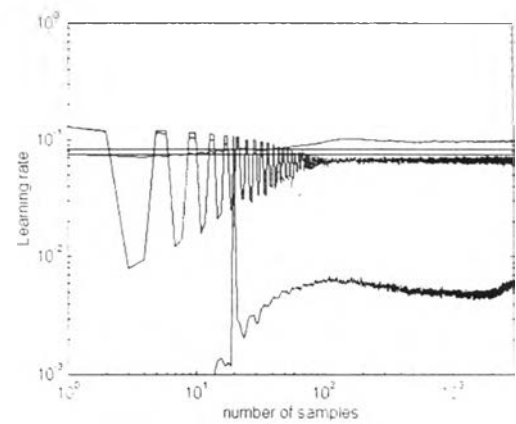
รูปที่ 5.19 แสดงความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ได้จากการใช้วิธี direction cosine ซึ่งให้อัตราการเรียนรู้ที่มีค่าเป็นลบได้ ในการทดสอบนี้ เห็นได้ว่า อัตราการเรียนรู้ที่ได้จากวิธีนี้ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5.20 มีการแกว่งไปมาระหว่างค่าบวกและลบ โดยแกว่งน้อยลงเมื่อระบบปรับตัวแล้ว แต่ว่าอัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าลบทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นอย่างมากจนระบบไม่สามารถเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ ดังกราฟในรูปที่ 5.19



รูปที่ 5.10 ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเมื่อใช้การปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 2.9$

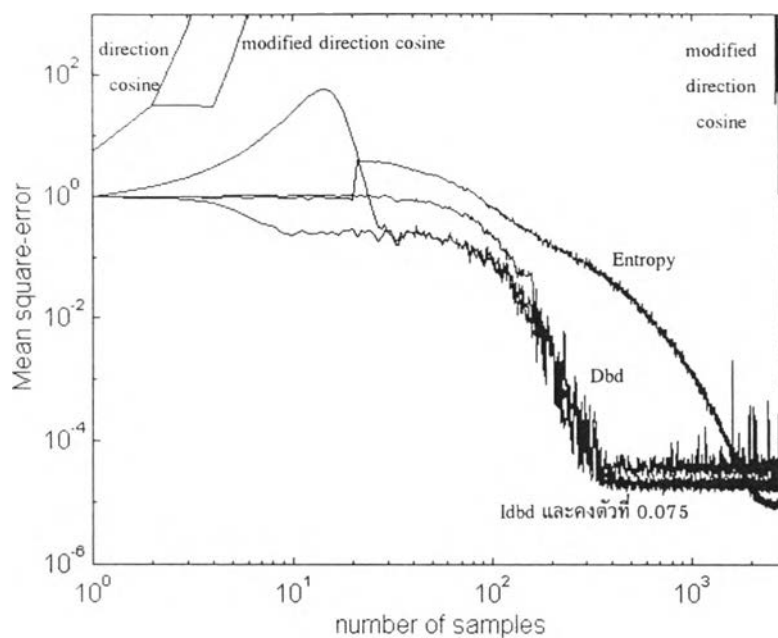


(ก)

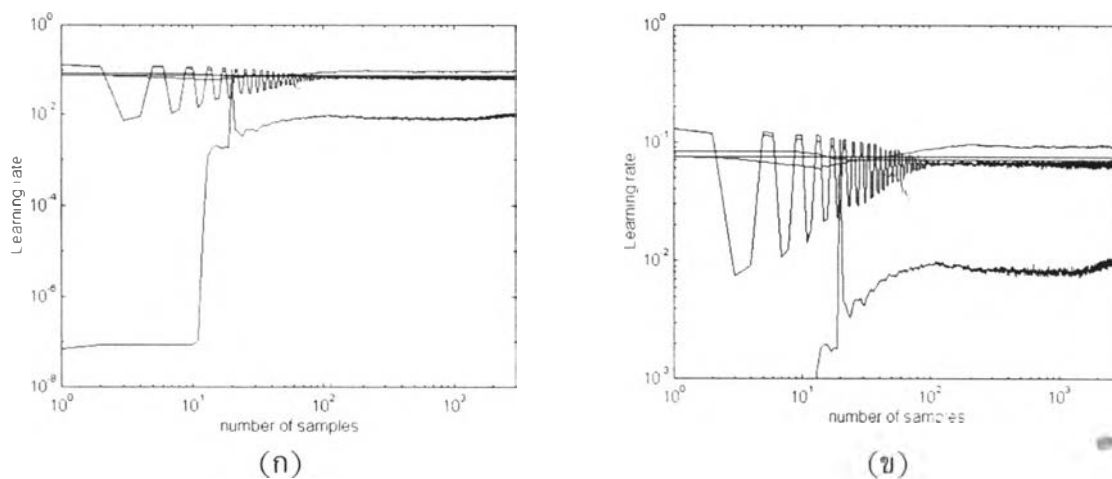


(ข)

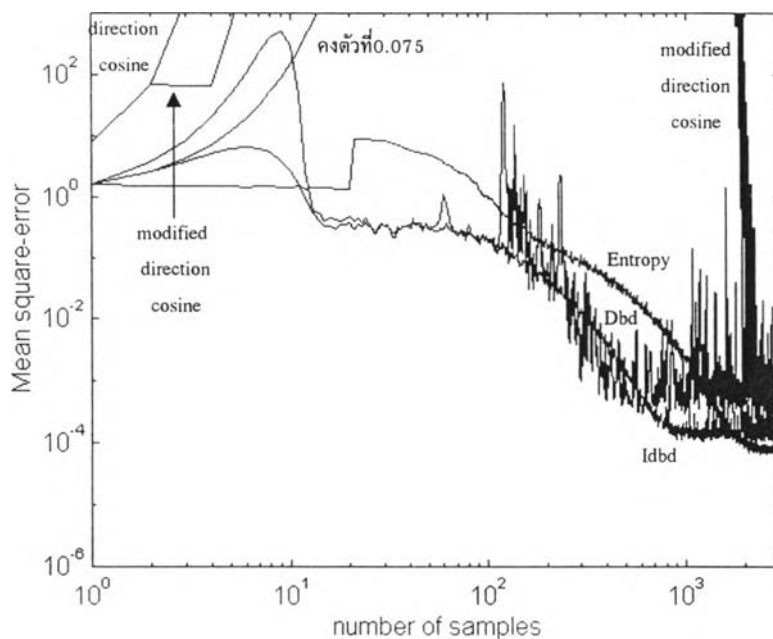
รูปที่ 5.11 อัตราการเรียนรู้ของการปรับแบบต่างๆ เมื่อใช้กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 2.9$ (ก) ช่วง 10^{-8} ถึง 10^0 (ข) ช่วง 10^{-3} ถึง 10^0



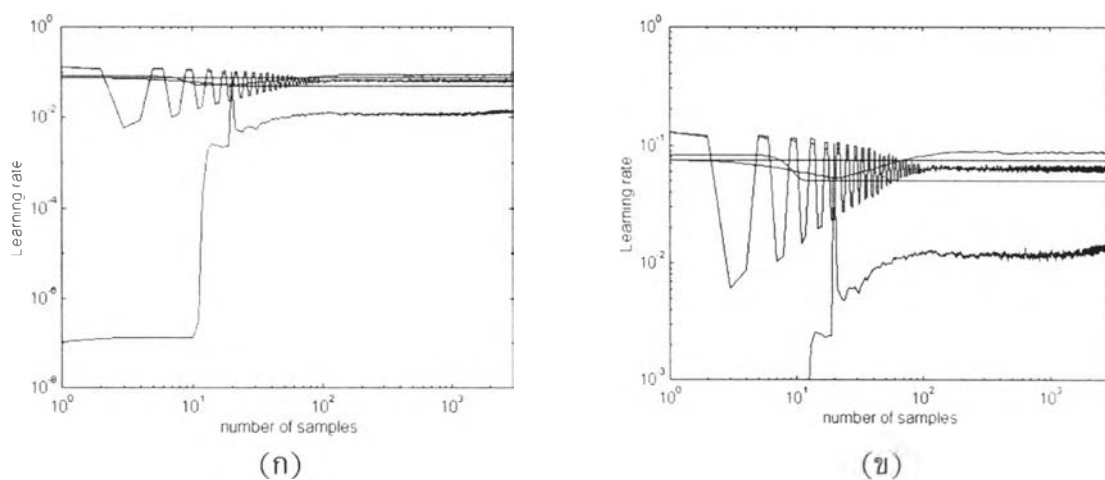
รูปที่ 5.12 ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเมื่อใช้การปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.1$



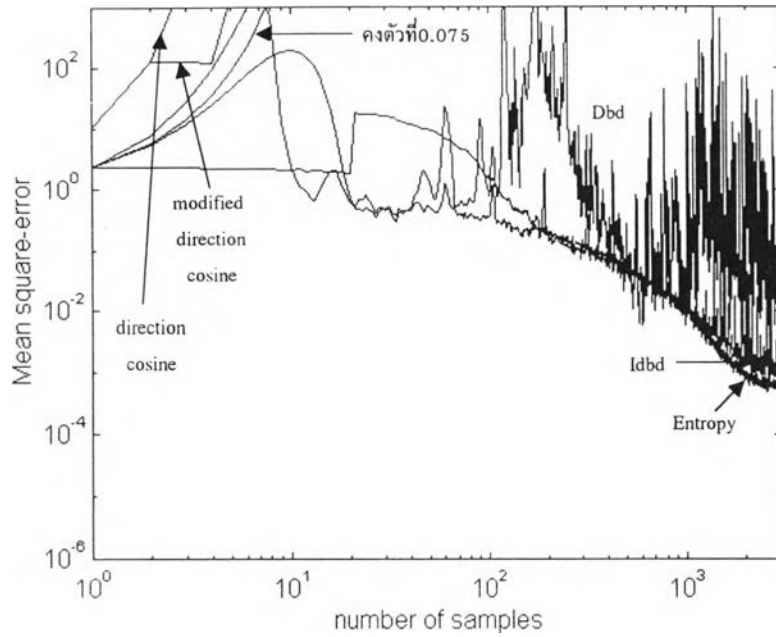
รูปที่ 5.13 อัตราการเรียนรู้ของการปรับแบบต่างๆ เมื่อใช้กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.1$ (ก) ช่วง 10^{-8} ถึง 10^0 (ข) ช่วง 10^{-3} ถึง 10^0



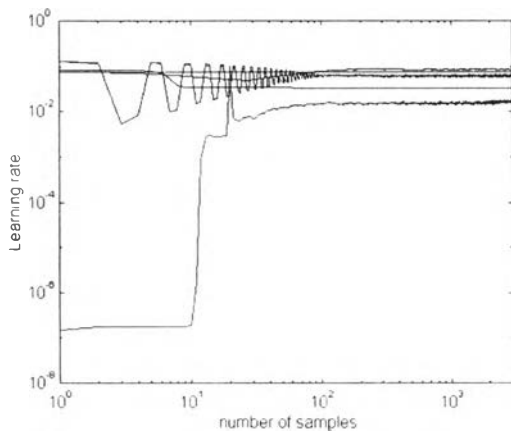
รูปที่ 5.14 ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเมื่อใช้การปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.3$



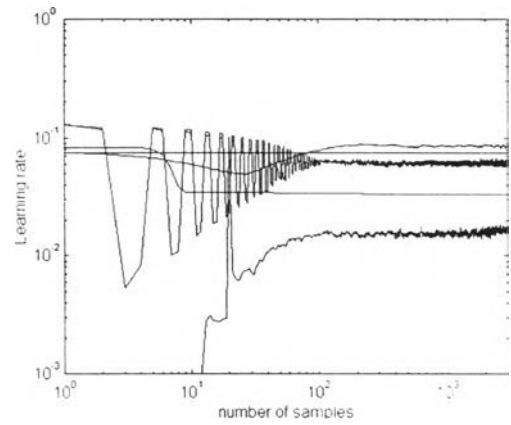
รูปที่ 5.15 อัตราการเรียนรู้ของการปรับแบบต่างๆ เมื่อใช้กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.3$ (ก) ช่วง 10^{-8} ถึง 10^0 (ข) ช่วง 10^{-3} ถึง 10^0



รูปที่ 5.16 ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเมื่อใช้การปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่างๆ กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.5$

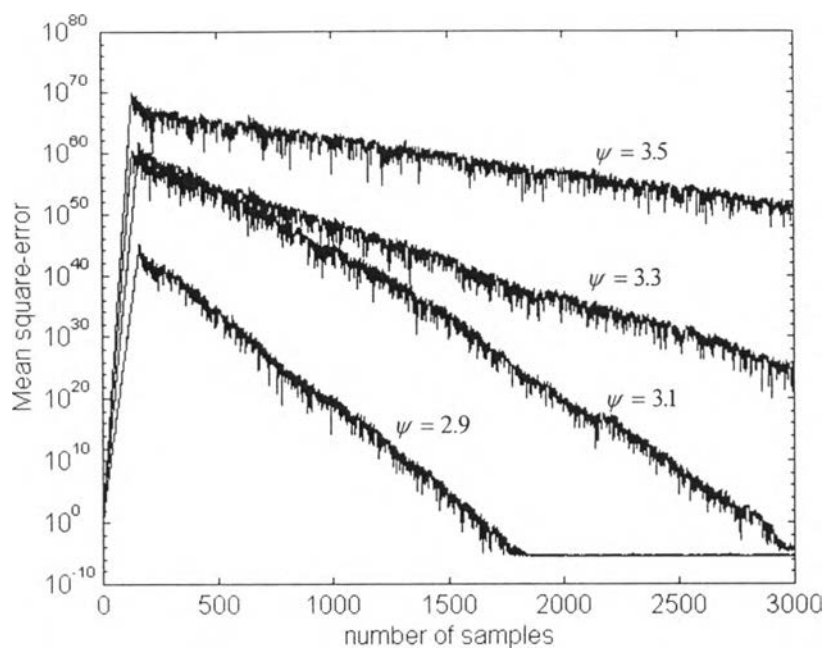


(ก)

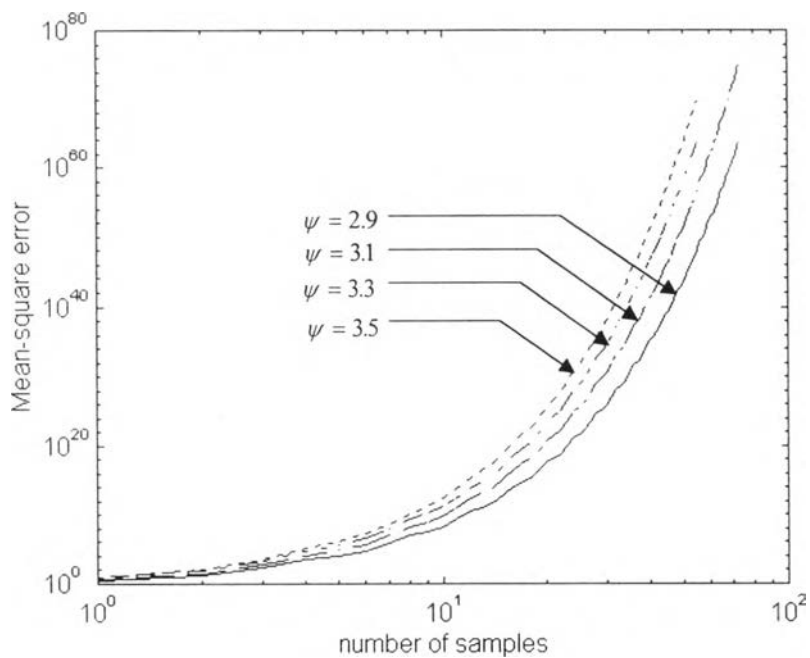


(ข)

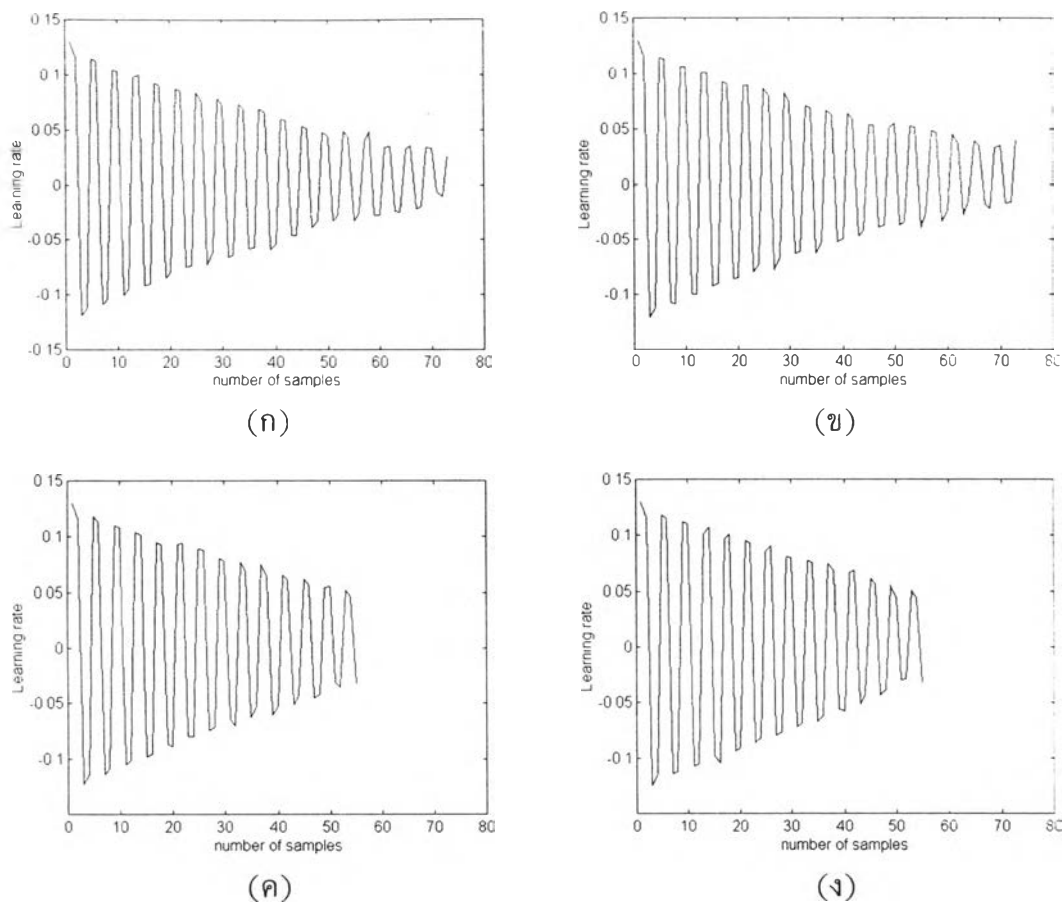
รูปที่ 5.17 อัตราการเรียนรู้ของการปรับแบบต่างๆ เมื่อใช้กับตัวชดเชยในช่องสัญญาณ โดยกำหนดค่า $\psi = 3.5$ (ก) ช่วง 10^{-8} ถึง 10^0 (ข) ช่วง 10^{-3} ถึง 10^0



รูปที่ 5.18 ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเมื่อใช้วิธีการปรับแบบ modified direction cosine ที่ ψ ค่าต่างๆ



รูปที่ 5.18 ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเมื่อใช้วิธีการปรับแบบ direction cosine ที่ ψ ค่าต่างๆ



รูปที่ 5.20 อัตราการเรียนรู้ของวิธี direction cosine
 (ก) $\psi = 2.9$ (ข) $\psi = 3.1$ (ค) $\psi = 3.3$ (ง) $\psi = 3.5$

กราฟของอัตราการเรียนรู้ของทุกค่าการแผ่อกของค่าเฉพาะ มีลักษณะใกล้เคียงกัน อัตราการเรียนรู้ของวิธี Ddb, Idbd และ modified direction cosine มีขนาดใกล้เคียงกันกว่าอัตราการเรียนรู้จากวิธี Entropy โดยที่วิธี Dbd ให้อัตราการเรียนรู้สูงกว่าวิธีอื่น ในขณะที่ Idbd ให้อัตราการเรียนรู้ที่สูงกว่า 0.075 ในตอนเริ่มและลดลงหลังจาก 10 รอบการคำนวณ การแผ่อกของค่าเฉพาะยิ่งมาก การลดอัตราการเรียนรู้ของวิธีนี้ยิ่งมากขึ้น วิธี modified direction cosine ให้ค่าที่แกว่งในตอนเริ่มต้น และค่อยๆ เข้าสู่ค่าคงตัวที่ต่ำกว่า 0.075 ส่วนวิธี Entropy ให้อัตราการเรียนรู้ที่มีค่าน้อยกว่าวิธีอื่นๆ โดยเฉพาะในตอนเริ่มต้นจะมีค่าน้อยมาก เนื่องจากการกำหนดค่าเริ่มต้นของความแปรปรวนพารามิเตอร์เท่ากัน จากนั้นจึงเริ่มเพิ่มขึ้นหลังจาก 10 รอบการคำนวณ แล้วจึงค่อยๆ เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นทีละน้อย แต่ก็ยังมีขนาดน้อยกว่าวิธีอื่นๆ โดยมีขนาดน้อยกว่า 0.01 ตลอดการปรับตัว

เมื่อพิจารณา กราฟของอัตราการเรียนรู้ประกอบกับความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย ทำให้เห็นว่า กราฟความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของวิธี Dbd และ Idbd ใกล้เคียงกับกราฟของอัตรา

การเรียนรู้คงตัวที่ 0.075 ในกรณีที่การแผ่อกของค่าเฉพาะยังไม่มากนัก ($\psi = 2.9$) เพราะว่าการเรียนรู้ของทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียง 0.075 โดยวิธี dbd มีค่าค่อนข้างคงตัว ในขณะที่วิธี Dbd ปรับอัตราการเรียนรู้เพิ่มขึ้นเล็กน้อย แต่เมื่อการแผ่อกของค่าเฉพาะเพิ่มขึ้น กราฟของอัตราการเรียนรู้ที่ 0.075 ทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นในตอนเริ่ม ($\psi = 3.3$ ขึ้นไป) และทำให้กลับเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ช้า

กราฟของวิธี Dbd สามารถปรับตัวให้เข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้เร็วกว่า แต่ในกรณีที่การแผ่อกของค่าเฉพาะมีค่าสูง ($\psi = 3.5$) กราฟของวิธีนี้ จะมีการแกว่งสูงมาก เพราะวิธีให้อัตราการเรียนรู้ในตอนเริ่มต้น แต่เพิ่มอัตราการเรียนรู้มากขึ้น (สูงกว่า 0.075) หลังจากระบบปรับตัวไปประมาณ 100 รอบ และให้อัตราการเรียนรู้มากตลอดการปรับตัว ทำให้เกิดการกระเพื่อมรอบจุดเหมาะสมที่สุดมาก ส่วนวิธี dbd เป็นวิธีที่ให้ผลดีกว่า เพราะวิธีนี้ให้ค่าอัตราการเรียนรู้ลดลงหลังจากระบบเริ่มปรับตัว (เริ่มลดลงก่อน 10 รอบ) และให้อัตราการเรียนรู้ที่น้อยกว่าค่าที่ทำให้เกิดการแกว่งหรือทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้น และในกรณีที่การแผ่อกของค่าเฉพาะมากขึ้น วิธีนี้ก็ปรับอัตราการเรียนรู้ให้มีย่านน้อยลงอีก จึงทำให้กราฟความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยลดลงและแกว่งน้อยกว่า เมื่ออยู่ในสถานะอยู่ตัวแล้ว

วิธี modified direction cosine ให้อัตราการเรียนรู้ที่แกว่งไปมาในตอนเริ่ม และค่าที่แกว่งในตอนขาขึ้นมีค่าค่อนข้างสูง (ใกล้เคียงกับค่าสูงสุดคือ 0.13) ทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นอย่างมากจนทำให้ไม่สามารถเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ ในกรณีที่การแผ่อกของค่าเฉพาะมาก ในกรณีที่การแผ่อกของค่าเฉพาะน้อย วิธีนี้ยังกลับเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ใน 3,000 รอบ แต่ก็ทำให้ช้ากว่าวิธีอื่นๆ จนทำให้ผลการทดสอบของวิธีนี้ไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ ได้ เมื่อเทียบกับกราฟจากวิธี direction cosine ในรูปที่ 5.19 และอัตราการเรียนรู้ในรูปที่ 5.20 แล้ว พบว่าค่า direction cosine มีการแกว่งไปมาในตอนเริ่มปรับตัว ดังนั้น การแกว่งของอัตราการเรียนรู้ในวิธี modified direction cosine เกิดจากค่า direction cosine นั้นเอง การลดการแกว่งเพื่อให้ระบบสามารถปรับตัวได้ดีขึ้น จะต้องลดผลของ direction cosine ในตอนเริ่มต้น แล้วจึงให้มีผลมากขึ้นในตอนที่อัตราการเรียนรู้เริ่มคงตัวแล้ว

วิธีที่ให้อัตราการเรียนรู้ที่น้อยที่สุด คือวิธี Entropy กราฟความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของวิธีนี้จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวช้ากว่าวิธีอื่นๆ แต่มีค่าต่ำสุดสำหรับทุกค่าการแผ่อกของค่าเฉพาะ ผลของการแผ่อกของค่าเฉพาะจะมีผลต่อวิธีนี้น้อยที่สุด โดยสามารถเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ในทุกค่าการแผ่อก ในกรณีที่การแผ่อกมีค่ามากขึ้น วิธีนี้สามารถเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้เร็วขึ้น โดยให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยมากขึ้น ซึ่งดูได้จากอัตราการเรียนรู้ของวิธีที่เพิ่มขึ้นเมื่อการแผ่อก

เพิ่มขึ้น แต่อาจยังคงให้ค่าที่ต่ำกว่าวิธีอื่น ๆ โดยเฉพาะในกรณีที่กำหนด $\psi = 3.5$ วิธีนี้จะให้ผลได้ดีที่สุด โดยสามารถเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้เร็วกว่าวิธีอื่น ๆ และยังให้ค่าได้ต่ำที่สุดด้วย

5.5 สรุป

ในบทนี้ ได้ทดสอบการใช้วิธีการปรับอัตราการเรียนรู้กับตัวอย่างการใช้งานจริง คือ การชดเชยช่องสัญญาณ (Channel Equalization) ผลการทดสอบ เริ่มจากขนาดอัตราการเรียนรู้ที่เป็นค่าคงตัว โดยใช้อัตราการเรียนรู้ที่ขนาด 0.075, 0.025, 0.01 และ 0.0075 มาเปรียบเทียบกับผลก็คือ เมื่อใช้อัตราการเรียนรู้มาก ระบบสามารถเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้เร็ว แต่ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยมีค่าสูงกว่าการใช้อัตราการเรียนรู้ที่น้อย แต่เมื่อการแผ่ออกของค่าเฉพาะมากขึ้น การใช้อัตราการเรียนรู้ที่มากเกินไป (ยังอยู่ในช่วงที่ทำให้ลู่ออก) จะทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นในตอนเริ่มต้น และทำให้ระบบต้องปรับตัวอย่างมากเพื่อเข้าสู่สถานะอยู่ตัว

หลังจากดูผลของอัตราการเรียนรู้คงตัวที่ค่าต่าง ๆ แล้ว จึงทดสอบการปรับอัตราการเรียนรู้แบบต่าง ๆ ซึ่งผลที่ได้ แสดงให้เห็นว่า การปรับอัตราการเรียนรู้ตามเวลาบางวิธีสามารถทำให้ระบบปรับตัวได้ดีกว่า เช่นวิธี Idbd สามารถปรับอัตราการเรียนรู้ให้อย่างอัตโนมัติ โดยที่ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยไม่เพิ่มขึ้นในตอนเริ่มต้น เข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้เร็วและมีการแกว่งน้อย วิธี Dbd สามารถใช้งานได้ดีพอสมควร โดยให้อัตราการเรียนรู้ที่น้อยในตอนเริ่มต้น จึงไม่ทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แต่ไม่สามารถลดค่าลงเมื่อเข้าสู่สถานะอยู่ตัว จึงทำให้มีการกระเพื่อมรอบจุดเหมาะสมที่สุดมาก โดยเฉพาะเมื่อการแผ่ออกของค่าเฉพาะมีค่าสูง

ในบางวิธี อย่าง modified direction cosine ไม่สามารถควบคุมให้อัตราการเรียนรู้มีค่าน้อยพอในตอนเริ่มต้นและยังเกิดการแกว่งไปมา ทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นอย่างมาก และเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ช้า ยิ่งในกรณีที่การแผ่ออกของค่าเฉพาะมีค่าสูง วิธีนี้ก็ยังเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้ยากขึ้น เพราะอัตราการเรียนรู้ที่มีขนาดใหญ่ การแกว่งของอัตราการเรียนรู้ในวิธี modified direction cosine นี้เกิดจากค่า direction cosine ที่มีการแกว่งไปมาระหว่างค่าบวกและลบ เมื่อเทียบกับวิธีอื่น ๆ อย่างวิธี Entropy ซึ่งให้อัตราการเรียนรู้ที่น้อยกว่าวิธีอื่น ๆ จึงทำให้ระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัวช้า แต่ทำให้ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยได้ต่ำที่สุด วิธีนี้ให้ผลได้ไม่ดันทักในกรณีที่การแผ่ออกของค่าเฉพาะต่ำ แต่เมื่อการแผ่ออกมีค่าสูงขึ้น วิธีนี้สามารถปรับอัตราการเรียนรู้ให้ระบบปรับตัวได้ดีกว่าวิธีอื่น ๆ โดยให้อัตราการเรียนรู้ที่สูงขึ้นกว่าเดิม แต่ไม่มากเกินไป ทำให้ระบบสามารถปรับตัวเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้เร็วกว่า ในขณะที่ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แต่ยังคงน้อยกว่าวิธีอื่น ๆ และมีการแกว่งน้อย