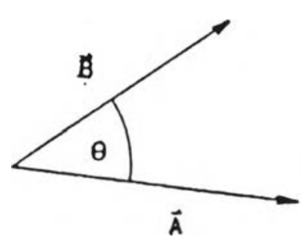
บทที่ 3

การวิเคราะห์หาทิศทางและตำแหน่งการเคลื่อนที่ของคัทเตอร์

การวิเคราะห์หาทิศทางและตำแหน่งการเคลื่อนที่ของคัทเตอร์สำหรับการเซาะร่อง (milling) ชิ้นงาน จะหาได้จากผลคูณสเกลลาร์ของเวคเตอร์ (scalar or dot product) ผลคูณเวคเตอร์ของเวคเตอร์ (vector or cross product) อนุพันธ์ธรรมดาของเวคเตอร์ (ordinary derivative of vector) การวิเคราะห์ทางเรขาคณิต และ ตรีโกณมิติ

3.1 <u>ผลคูณสเกลลาร์ของเวคเตอร์</u>

ผลคูณสเกลลาร์ของเวคเตอร์ระหว่างเวคเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แทนด้วยสัญลักษณ์ $\vec{A} \cdot \vec{B}$ จะเท่ากับผลคูณระหว่างขนาดเวคเตอร์ $\vec{A}$ ขนาดเวคเตอร์ $\vec{B}$ กับค่าโคซายน์ (cosine) ของมุมระหว่างเวคเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ถ้ากำหนดให้ θ แทนมุมระหว่างเวคเตอร์ทั้งสองดังในรูปที่ 3.1 จะได้



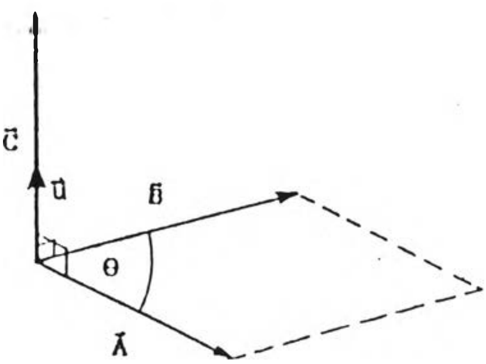
รูปที่ 3.1 เวคเตอร์ $\vec{A}$ ทำมุมกับเวคเตอร์ $\vec{B}$ เป็นมุม θ

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\ |\vec{B}| \cos\theta \qquad (3.1)$$

โดยที่ $0 < \theta < \pi$

3.2 ผลคูณเวกเตอร์ของเวกเตอร์

ผลคูณเวกเตอร์ของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แทนด้วยสัญลักษณ์ $\vec{A} \times \vec{B}$ จะได้เวกเตอร์ $\vec{C}$ ซึ่งมีขนาดเท่ากับผลคูณของเวกเตอร์ของขนาดเวกเตอร์ $\vec{A}$ ขนาดเวกเตอร์ $\vec{B}$ กับค่าซายน์ (sine) ของมุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เวกเตอร์ $\vec{C}$ จะมีทิศทางตั้งฉากกับทั้งเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ที่จะทำให้เวกเตอร์ $\vec{A}$, $\vec{B}$ และ $\vec{C}$ เป็นระบบมือขวา (right hand triple of vectors) ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ผลคูณเวกเตอร์ของเวกเตอร์ระหว่างเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\,\hat{n}\sin\theta \qquad (3.2)$$

โดยที่ $0 < \theta < \pi$ และ $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากทั้งเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ที่ทำให้เวกเตอร์ $\vec{A}$, $\vec{B}$ และ $\hat{n}$ เป็นระบบมือขวา

3.3 อนุพันธ์ธรรมดาของเวกเตอร์

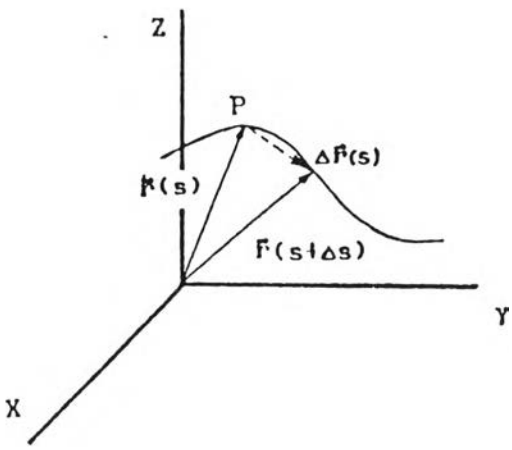
กำหนดให้ $\vec{r}(s)$ เป็นเวกเตอร์ที่ขึ้นกับตัวแปร s เพียงตัวเดียว และ $\vec{r}(s)$ เป็นเวกเตอร์ที่บอกตำแหน่งของ P(x,y,z) ที่เทียบกับแกนอ้างอิง XYZ ดังนั้น

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta s} = \frac{[x(s+\Delta s)-x(s)]\hat{i}}{\Delta s} + \frac{[y(s+\Delta s)-y(s)]\hat{j}}{\Delta s} + \frac{[z(s+\Delta s)-z(s)]\hat{k}}{\Delta s} \qquad (3.3)$$

ถ้าให้ $\lim_{s\to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta s}$ มีค่าและไม่เท่ากับศูนย์ ค่าของพิกัดจะเป็นเวกเตอร์ในทิศทางที่สัมผัสกับ

เส้นโค้งที่จุด P(x,y,z) ดังในรูปที่ 3.3 หรือเขียนในรูปของอนุพันธ์ธรรมดาของเวคเตอร์ได้เป็น

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \frac{dx\bar{i}}{ds} + \frac{dy\bar{j}}{ds} + \frac{dz\bar{k}}{ds} \qquad (3.4)$$



รูปที่ 3.3 การเปลี่ยนแปลงของ $\bar{r}(s)$ ตามเส้นโค้ง เมื่อ s เปลี่ยนค่า

ในกรณีที่เส้นโค้งอยู่ในระนาบ XY จะได้

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \frac{dx\bar{i}}{ds} + \frac{dy\bar{j}}{ds} \qquad (3.5)$$

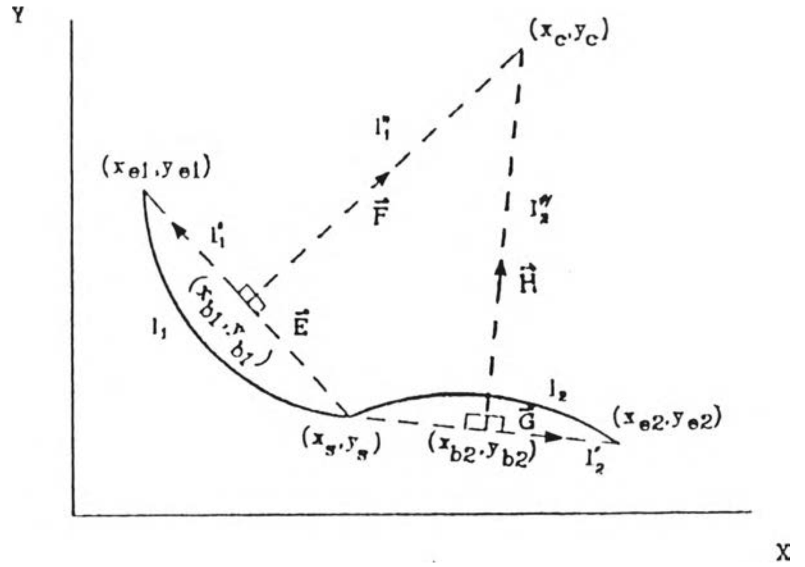
ขนาดของเวคเตอร์

$$\left|\frac{d\bar{r}}{ds}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2} \qquad (3.6)$$

3.4 <u>การวิเคราะห์หาทิศทางการเคลื่อนที่สำหรับการเซาะร่องชิ้นงาน</u>

การหาทิศทางการเคลื่อนสำหรับการเซาะร่องชิ้นงานนี้ จะพิจารณาจากเส้นโค้งใดๆ 2 เส้นที่มีจุดร่วมกัน 1 จุด และจุดที่ร่วมกันนี้อยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด เมื่อเทียบกับจุดใดๆ ที่เป็นองค์ประกอบของขอบชิ้นงาน เพื่อใช้เป็นจุดเริ่มต้นในการพิจารณาทิศทางการเคลื่อนที่ จากทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลมกล่าวว่า "มีวงกลมวงหนึ่งและเพียงวงกลมเดียวที่สามารถลากผ่านจุด 3 จุดใดๆ ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน (Hall et al.

1970)" และจากคุณสมบัติของวงกลมจะได้ว่า เส้นที่ลากจากจุดกึ่งกลางของคอร์ด (chord) และตั้งฉากกับคอร์ดจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น การพิจารณาหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางของวงกลมจะหาได้จาก



รูปที่ 3.4 (x_s,y_s) เป็นจุดร่วมของเส้นโค้ง l_1 และ l_2 และอยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะทางสั้นที่สุด

ให้ (x_s,y_s) เป็นจุดที่จะพิจารณาทิศทางการเคลื่อนที่ และเป็นจุดที่อยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด

(x_{e1},y_{e1}), (x_{e2},y_{e2}) เป็นจุดสิ้นสุดของเส้นโค้ง l_1 และ l_2 ตามลำดับ

l'_1, l'_2 เป็นเส้นตรงที่โยงระหว่าง (x_s,y_s) กับ (x_{e1},y_{e1}) และ (x_s,y_s) กับ (x_{e2},y_{e2}) ตามลำดับ

(x_{b1},y_{b1}), (x_{b2},y_{b2}) เป็นจุดกึ่งกลางที่อยู่บนเส้นตรง l_1 และ l_2 ตามลำดับ

l''_1, l''_2 เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง l'_1 และ l'_2 ตามลำดับ

m_1, m_2 เป็นค่าความชันของเส้นตรง l'_1 และ l'_2 ตามลำดับ

(x_c,y_c) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด (x_{e1},y_{e1}), (x_s,y_s) และ (x_{e2},y_{e2}) โดยที่จุดทั้ง 3 ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ค่าความชันของเส้นตรง l'_1 มีค่าเท่ากับ

$$m = \frac{y_{e1} - y_s}{x_{e1} - x_s}$$

เมื่อ m เป็นค่าความชันของเส้นตรง l'_1 และโดยที่ $x_{e1}-x_s \neq 0$ ดังนั้นค่าความชัน

ของเส้น l_1'' จะมีค่าเท่ากับ

$$m_1 = -\frac{(x_{e1} - x_s)}{y_{e1} - y_s} = \frac{y_{b1} - y_c}{x_{b1} - x_c} \qquad (3.7)$$

โดยที่ $y_{e1}-y_s \neq 0$ และ $x_{b1}-x_c \neq 0$ ค่าความชันของเส้นตรง l_2'' จะเท่ากับ

$$m_2 = -\frac{(x_{e2} - x_s)}{y_{e2} - y_s} = \frac{y_{b2} - y_c}{x_{b2} - x_c} \qquad (3.8)$$

โดยที่ $y_{e2}-y_s \neq 0$ และ $x_{b2}-x_c \neq 0$ จากสมการ (3.7) และ (3.8) จะได้

$$x_c = \frac{m_1 x_{b1} - y_{b1} - m_2 x_{b2} + y_{b2}}{m_1 - m_2} \qquad (3.9)$$

$$y_c = m_1(x_c - x_{b1}) + y_{b1} = m_2(x_c - x_{b2}) + y_{b2} \qquad (3.10)$$

จากจุดศูนย์กลางที่ได้นำมาหาผลคูณเวคเตอร์ของเวคเตอร์ โดยการหาผลคูณจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสิ้นสุดของเส้นโค้ง กับจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดไปยังจุดศูนย์กลางของวงกลม จะได้

$$E \times F = [(x_{e1}-x_S)I+(y_{e1}-y_s)J] \times [(x_c-x_{b1})I+(y_c-y_{b1})J]$$
$$= [-(x_c-x_{b1})(y_{e1}-y_s) + (x_{e1}-x_s)(y_c-y_{b1})]K \qquad (3.11)$$

$$G \times H = [(x_{e2}-x_S)I+(y_{e2}-y_s)J] \times [(x_c-x_{b2})I+(y_c-y_{b2})J]$$
$$= [-(x_c-x_{b2})(y_{e2}-y_s) + (x_{e2}-x_s)(y_c-y_{b2})]K \qquad (3.12)$$

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ (3.4) และ สมการ (3.11) ประกอบกันจะได้

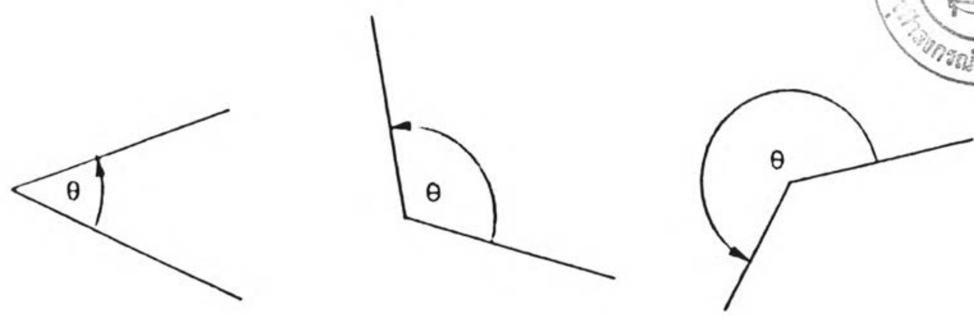
$$-(x_c-x_{b1})(y_{e1}-y_s) + (x_{e1}-x_s)(y_c-y_{b1}) < 0 \qquad (3.13)$$

เป็นทิศทางตามเข็มนาฬิกา และ จากสมการ (3.12)

$$-(x_c-x_{b2})(y_{e2}-y_s) + (x_{e2}-x_s)(y_c-y_{b2}) > 0 \qquad (3.14)$$

เป็นทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จากสมการ (3.13) และ (3.14) สรุปได้ว่า เมื่อผลคูณเวคเตอร์ของเวคเตอร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้นมีค่าเป็น ลบ จะได้ทิศทางการเคลื่อนที่ของคัทเตอร์สำหรับการเซาะร่องเป็นตามเข็มนาฬิกา และจะได้ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเมื่อมีค่าเป็น บวก ผลคูณเวคเตอร์ของเวคเตอร์นี้จะเป็นจริง ก็ต่อเมื่อด้านที่ประกอบกันที่จุดที่พิจารณาทิศทางการเคลื่อนที่นั้น ทำให้เกิดมุมแหลมหรือมุมป้านดังแสดงในรูปที่ 3.5 เมื่อใดก็ตามที่ด้านที่

ประกอบกันทำให้เกิดมุมกลับจะทำให้ทิศทางที่ได้ตรงข้ามกับที่กล่าวมาข้างต้น

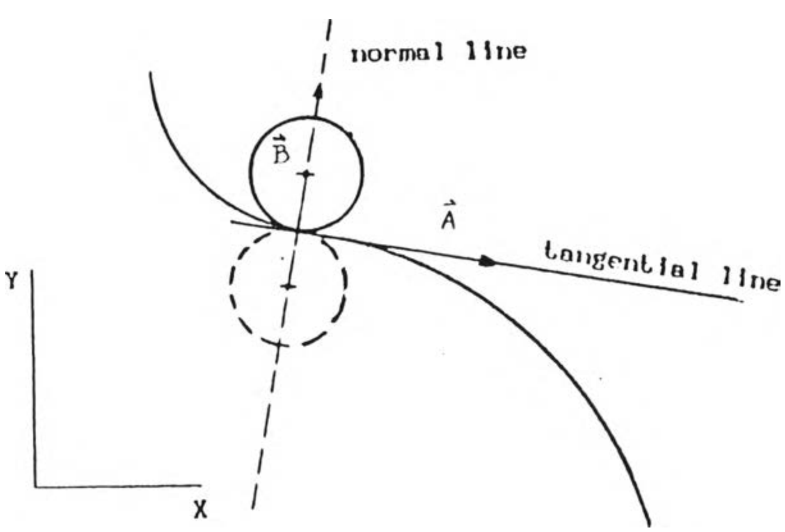


(ก) มุมแหลม (0<θ<π/2) (ข) มุมป้าน (π/2<θ<π) (ค) มุมกลับ (π<θ<2π)

รูปที่ 3·5 การวัดมุมที่เกิดจากด้านที่ประกอบกันที่จุดพิจารณา

3·5 <u>การวิเคราะห์หาตำแหน่งเริ่มต้นสำหรับการเคลื่อนที่ของคัทเตอร์</u>

เนื่องจากคัทเตอร์ที่ใช้ในการเซาะร่องชิ้นงานมีขนาดความหนา ดังนั้นเราจึงไม่สามารถกำหนดตำแหน่งของคัทเตอร์จากข้อมูลที่ได้รับมาได้ในทันที การวิเคราะห์หาตำแหน่งเริ่มต้นของคัทเตอร์ จะหาได้จาก



รูปที่ 3·6 ตำแหน่งของคัทเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นตั้งฉากกับเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x,y) มีได้ 2 จุด

ให้ $\vec{T}$ เป็นเวคเตอร์หนึ่งหน่วยที่อยู่ในระนาบที่สัมผัสกับเส้นโค้งที่จุด (x,y) ดังนั้น

$$\vec{T} = \frac{dx}{ds}\vec{i} + \frac{dy}{ds}\vec{j} \tag{3.15}$$

และ $\vec{R}$ เป็นเวคเตอร์ที่อยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับเส้นโค้งที่จุด (x,y) โดยมีจุด (a,b) เป็นจุดสิ้นสุด จะได้ว่า

$$\vec{R} = (a-x)\vec{i} + (b-y)\vec{j} \tag{3.16}$$

เวคเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\vec{R}$ คือ $\vec{n} = \dfrac{(a-x)\vec{i} + (b-y)\vec{j}}{\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2}}$ (3.17)

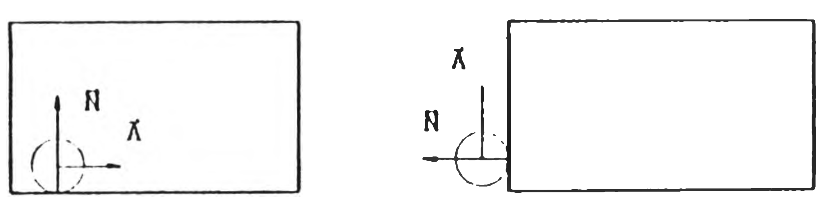
จากผลคูณสเกลลาร์ของเวคเตอร์ในสมการที่ 1 จะได้

$$\vec{T} \cdot \vec{n} = \left(\frac{dx}{ds}\vec{i} + \frac{dy}{ds}\vec{j}\right) \cdot \frac{(a-x)\vec{i} + (b-y)\vec{j}}{\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2}} = 0$$

$$a = x - (b-y)\frac{dy}{dx} \tag{3.18}$$

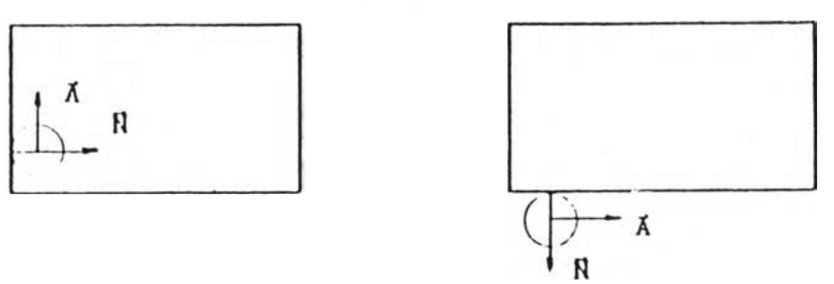
สมการ (3.18) เป็นสมการที่ใช้กำหนดทิศทางของเวคเตอร์ที่ตั้งฉากกับเวคเตอร์ที่สัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x,y) ถ้าคัทเตอร์ที่ใช้ในการเซาะร่องชิ้นงานมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น D จะได้

$$\vec{N} = \frac{D[(a-x)\vec{i} + (b-y)\vec{j}]}{2\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2}} \tag{3.19}$$



เซาะร่องภายในและทวนเข็ม $\vec{T} \times \vec{N} > 0$ เซาะร่องภายนอกและตามเข็ม $\vec{T} \times \vec{N} > 0$

เซาะร่องภายในและตามเข็ม $\vec{T} \times \vec{N} < 0$ เซาะร่องภายนอกและทวนเข็ม $\vec{T} \times \vec{N} < 0$



รูปที่ 3.7 ตำแหน่งและทิศทางการเซาะร่องของคัทเตอร์

สมการ (3.19) เป็นสมการเวคเตอร์ที่ตั้งฉากกับเวคเตอร์ที่สัมผัสกับเส้นโค้งที่จุด (x,y) และมีจุดสิ้นสุดของเวคเตอร์ที่ตั้งฉากห่างจุด (x,y) เท่ากับรัศมีของคัทเตอร์ดังในรูปที่3.6 แต่สมการ (3.19) ยังไม่เพียงพอที่จะกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนของคัทเตอร์ได้ สมการที่จะช่วยในการกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนของคัทเตอร์ จะหาได้จากผลคูณเวคเตอร์ของเวคเตอร์ ในการหาผลคูณเวคเตอร์ของเวคเตอร์นี้ได้กำหนดให้หาผลคูณเวคเตอร์จากเวคเตอร์ที่สัมผัสกับเส้นโค้งไปยังเวคเตอร์ที่ตั้งฉากกับเส้นโค้ง จากสมการ (3.15) และ (3.19) นำมาหาผลคูณเวคเตอร์จะได้

$$\mathbf{X} \times \mathbf{R} = \left(\frac{dx}{ds}\mathbf{i} + \frac{dy}{ds}\mathbf{j}\right) \times \frac{D[(a-x)\mathbf{i} + (b-y)\mathbf{j}]}{2\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2}}$$

$$= \frac{D}{2\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2}}\left[(b-y)\frac{dx}{ds} - (a-x)\frac{dy}{ds}\right]\mathbf{k} \qquad (3.20)$$

พิจารณาเทอม $(b-y)\frac{dx}{ds} - (a-x)\frac{dy}{ds} \neq 0$ จะพบว่า

ถ้า $(b-y)\frac{dx}{ds} - (a-x)\frac{dy}{ds} > 0$ จะเป็นการเซาะร่องภายในและทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

หรือ การเซาะร่องภายนอกและทิศทางตามเข็มนาฬิกา

ถ้า $(b-y)\frac{dx}{ds} - (a-x)\frac{dy}{ds} < 0$ จะเป็นการเซาะร่องภายในและทิศทางตามเข็มนาฬิกา

หรือ การเซาะร่องภายนอกและทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

ดังนั้น การกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของการเซาะร่องชิ้นงานจะหาได้จากสมการ (3.18), (3.19) และ (3.20) ตามลำดับ

3.6 <u>การวิเคราะห์หาตำแหน่งอื่นๆ สำหรับการเคลื่อนที่ของคัทเตอร์</u>

ในการเซาะร่องชิ้นงานเราจะพบว่า เส้นขอบที่ถูกนำมาประกอบกันเป็นรูปร่างชิ้นงานนั้น ประกอบด้วยเส้นตรงหรือเส้นโค้งหลายๆ เส้น เส้นตรงหรือเส้นโค้งเหล่านั้นจะเป็นตัวกำหนดทางเดินของคัทเตอร์ ดังนั้น เราจึงจำเป็นต้องหาตำแหน่งที่เหมาะสมกับขนาดของคัทเตอร์ที่ใช้โดยไม่ทำรูปร่างของชิ้นงานเสียไป สำหรับการวิเคราะห์หาตำแหน่งในหัวข้อนี้ ได้แบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ

จากสมการเส้นตรง เราจะได้สมการของเส้นตรง l_1' เป็น

$$y = mx - mx_{r1} + y_{r1} = mx + b \qquad (3.25)$$

เมื่อ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $b = -mx_{r1} + y_{r1}$

จากสมการวงกลม เราจะได้สมการของเส้นโค้ง s_1' เป็น

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = (R + r)^2 = R'^2 \qquad (3.26)$$

เมื่อ R เป็นรัศมีของเส้นโค้ง s_1 และ $R' = R + r$ จากสมการ (3.25) และ (3.26) จะได้

$$(x - x_c)^2 + [(mx + b) - y_c]^2 = R'^2$$

$$x^2 - 2x_cx + x_c^2 + (mx+b)^2 - 2y_c(mx+b) + y_c^2 - R'^2 = 0$$

$$(1+m^2)x^2 + 2[m(b-y_c) - x_c]x + x_c^2 + (b-y_c)^2 - R'^2 = 0$$

ให้ $K = b - y_c$ จะได้

$$x^2 + \frac{2(mK-x_c)x}{1 + m^2} + \frac{x_c^2+K^2-R'^2}{1 + m^2} = 0 \qquad (3.27)$$

จะพบว่าสมการ (3.27) เป็นสมการที่อยู่ในรูปครอดเรติด (quadratic form) ดังนั้น

$$x = \frac{x_c-mK}{1+m^2} \pm \sqrt{\frac{(mK-x_c)^2}{(1+m^2)^2} - \frac{x_c^2+K^2-R'^2}{1+m^2}}$$

$$x = \frac{x_c-mK}{1+m^2} \pm \sqrt{\frac{R'^2(1+m^2) - (mx_c+K)^2}{(1+m^2)^2}} \qquad (3.28)$$

สำหรับค่า y จะหาได้จากสมการ (3.25) หรือ (3.26)

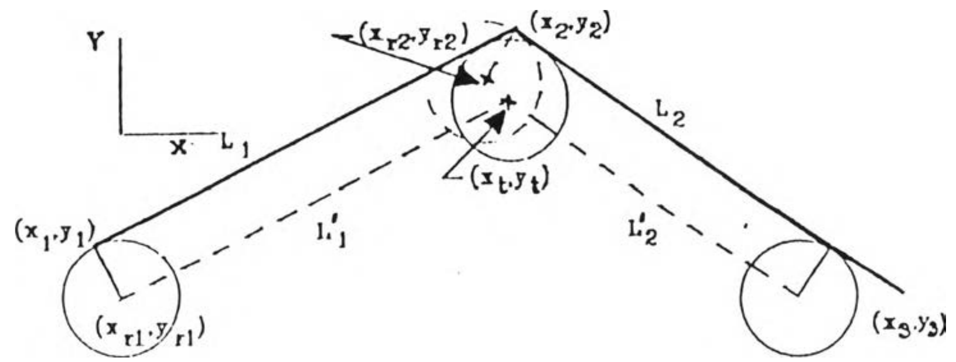
3.6.1 เส้นตรงกับเส้นตรง

ให้ (x_{r1},y_{r1}), (x_{r2},y_{r2}) เป็นตำแหน่งเริ่มต้นของคัทเตอร์ที่จะเคลื่อนที่ไปตามเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ (คำนวณได้จากสมการ (3.18),(3.19) และ (3.20))

L'_1, L'_2 เป็นทางเดินของคัทเตอร์ที่ขนานกับเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ

m_1, m_2 เป็นค่าความชันของเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ

(x_t,y_t) เป็นตำแหน่งที่คัทเตอร์จะเริ่มเปลี่ยนแนวทางเดินดังในรูปที่ 3.8 ถ้าให้คัทเตอร์เคลื่อนที่ไปตามแนวขนานกับเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ ตำแหน่งที่คัทเตอร์จะเริ่มเปลี่ยนแนวทางเดินจะหาได้จาก



รูปที่ 3.8 (x_t,y_t) คือ ตำแหน่งที่คัทเตอร์เริ่มเปลี่ยนแนวทางเดิน จากเส้นตรง L'_1 เป็นเส้นตรง L'_2

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_t - y_{r1}}{x_t - x_{r1}} \qquad (3.21)$$

และ

$$m_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_t - y_{r2}}{x_t - x_{r2}} \qquad (3.22)$$

โดยที่ $x_2 - x_1 \neq 0$, $x_t - x_{r1} \neq 0$, $x_3 - x_2 \neq 0$ และ $x_t - x_{r2} \neq 0$

จากสมการ (3.21) และ (3.22) จะได้

$$x_t = \frac{m_1x_{r1} - y_{r1} - m_2x_{r2} + y_{r2}}{m_1 - m_2} \qquad (3.23)$$

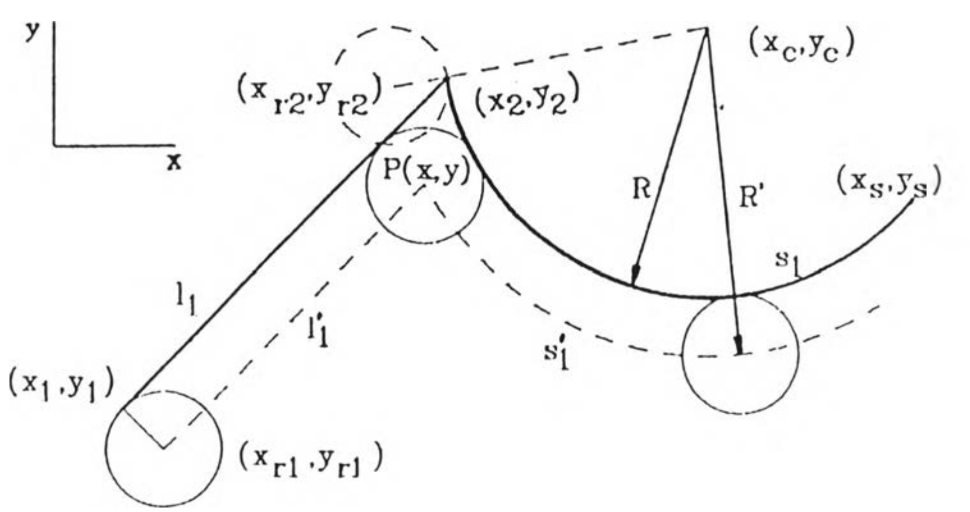
$$y_t = m_1(x_t - x_{r1}) + y_{r1} = m_2(x_t - x_{r2}) + y_{r2} \qquad (3.24)$$

3.6.2 เส้นตรงกับเส้นโค้ง

ให้ (x_{r1}, y_{r1}), (x_{r2}, y_{r2}) เป็นตำแหน่งเริ่มต้นของคัทเตอร์ที่จะทำการเซาะร่องชิ้นงานตามเส้นตรง l_1 และ เส้นโค้ง s_1 ตามลำดับ (คำนวณได้จากสมการ (3.18), (3.19) และ (3.20))

r เป็นรัศมีของคัทเตอร์

l'_1 เป็นทางเดินของจุดศูนย์กลางของคัทเตอร์ที่ขนานกับเส้นตรง l_1



รูปที่ 3.9 ตำแหน่งที่คัทเตอร์เริ่มเปลี่ยนแนวทางเดินจากเส้นตรง l'_1 เป็นเส้นโค้ง s'_1

s'_1 เป็นทางเดินของจุดศูนย์กลางของคัทเตอร์ที่ขนานกับเส้นโค้ง s_1

$P(x,y)$ เป็นตำแหน่งที่คัทเตอร์จะเริ่มเปลี่ยนแนวทางเดินดังในรูปที่ 3.9

3.6.3 เส้นโค้งกับเส้นโค้ง

ให้ (x_{r1},y_{r1}), (x_{r2},y_{r2}) เป็นตำแหน่งเริ่มต้นของคัทเตอร์ที่จะทำการเซาะร่องชิ้นงานตามเส้นโค้ง s_1 และ เส้นโค้ง s_2 ตามลำดับ (คำนวณได้จากสมการ (3.18), (3.19) และ (3.20))

r เป็นรัศมีของคัทเตอร์

s'_1 เป็นทางเดินของจุดศูนย์กลางของคัทเตอร์ที่ขนานกับเส้นโค้ง s_1

s'_2 เป็นทางเดินของจุดศูนย์กลางของคัทเตอร์ที่ขนานกับเส้นโค้ง s_2

(x_{p1},y_{p1}), (x_{p2},y_{p2}) เป็นจุดตัดของวงกลม 2 วง

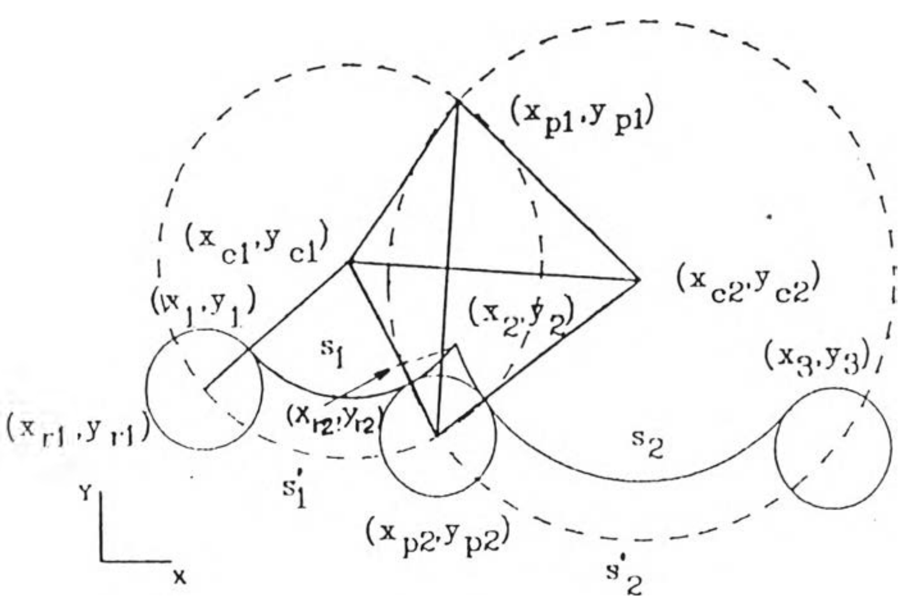
จากสมการวงกลม เราจะได้รัศมีของเส้นโค้ง s'_1 และ s'_2 มีค่าเท่ากับ

$$R_1^2 = (x_{r1}-x_{c1})^2 + (y_{r1}-y_{c1})^2 \tag{3.29}$$

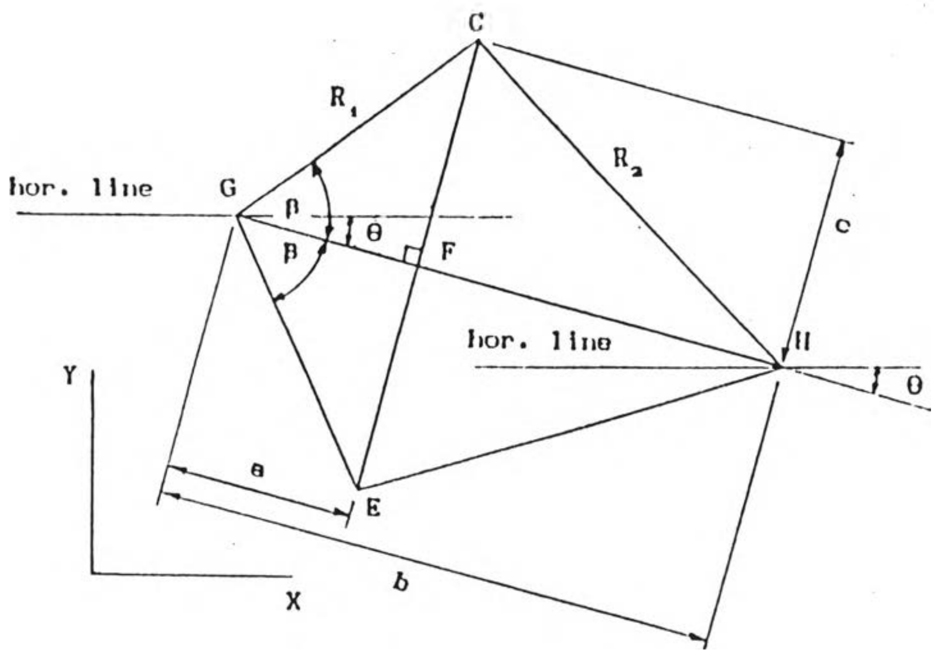
และ

$$R_2^2 = (x_{r2}-x_{c2})^2 + (y_{r2}-y_{c2})^2 \tag{3.30}$$

จากคุณสมบัติของวงกลม "เมื่อวงกลม 2 วงตัดกัน จะได้จุดตัด 2 จุด และเส้นที่เชื่อมโยงระหว่างจุดตัดทั้งสองจะถูกแบ่งครึ่งโดยและตั้งฉากกับเส้นที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม



รูปที่ 3.10 ตำแหน่งที่คัทเตอร์เริ่มเปลี่ยนแนวทางเดินจากเส้นโค้ง s'_1 เป็นเส้นโค้ง s'_2



รูปที่ 3.11 การคำนวณหาจุดตัดของวงกลม 2 วง

ทั้งสอง" พิจารณาจากรูปที่ 3.11

$$\text{ความยาวของ GH} = b = \sqrt{(x_{c1}-x_{c2})^2 + (y_{c1}-y_{c2})^2} \qquad (3.31)$$

$$\text{ค่าความชันของเส้น GH} = \tan\theta = (y_{c1}-y_{c2})/(x_{c1}-x_{c2})$$

$$\theta = \tan^{-1}\ (y_{c1}-y_{c2})/(x_{c1}-x_{c2})$$

เมื่อ $x_{c1}-x_{c2} \neq 0$ และ เนื่องจาก GFC = HFC = 90° ดังนั้น

$$\text{ความยาวของ GF} = a = (R_1^2 - R_2^2 + b^2)/2b$$

$$\text{ความยาวของ DF} = c = \sqrt{R_1^2 - a^2}$$

มุมที่เส้น GD กระทำกับเส้น GH จะมีค่าเท่ากับ

$$\beta = \tan^{-1}(c/a)$$

มุมที่เส้น GD และเส้น GE กระทำกับเส้นในแนวระดับจะมีค่าเท่ากับ

$$\alpha_1 = \beta - \theta$$

$$\alpha_2 = \beta + \theta$$

ดังนั้น

$$x_{p1} = x_{c1} + R_1\cos\alpha_1$$

$$y_{p1} = y_{c1} + R_1\cos\alpha_1$$

และ

$$x_{p2} = x_{c1} + R_1\cos\alpha_2$$

$$y_{p2} = y_{c1} + R_1\cos\alpha_2$$

การพิจารณาเลือกใช้ตำแหน่งใดนั้น ให้ทำการเปรียบเทียบระยะทางของตำแหน่งทั้งสองที่ห่างจาก (x_2,y_2) ตำแหน่งใดที่ให้ค่าน้อยที่สุดก็จะเลือกใช้ค่าที่ตำแหน่งนั้น