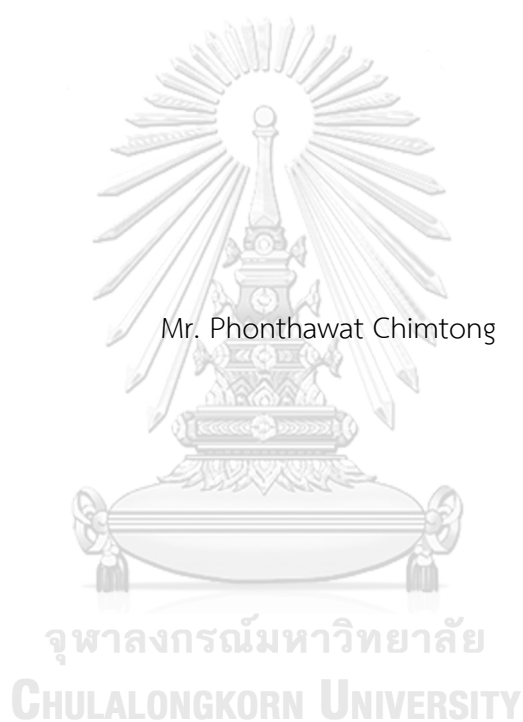


ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2563
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Effects of Organizing Mathematics Learning Activities Using Worked Examples on
Mathematical Knowledge and Communication Abilities of Ninth Grade Students



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

FACULTY OF EDUCATION

Chulalongkorn University

Academic Year 2020

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่าง
	งานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการ
	สื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	นายพลฐวัตร ฉิมทอง
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม

คณะกรรมการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

.....	คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ประธานกรรมการ
.....	
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม)	
.....	กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จินดิษฐ์ ละออปักษิณ)	
.....	กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)	

พลฐวัตร ฉิมทอง : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (Effects of Organizing Mathematics Learning Activities Using Worked Examples on Mathematical Knowledge and Communication Abilities of Ninth Grade Students) อ.ที่ปรึกษาหลัก : ผศ. ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 4) ศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานระหว่างเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 35 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ใบงาน และการสัมภาษณ์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ฐานนิยม การทดสอบค่าที และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่อนิสิต

ปีการศึกษา 2563

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

6183356927 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORD: worked examples, mathematical knowledge, mathematical communication abilities
Phonthawat Chimtong : Effects of Organizing Mathematics Learning Activities Using Worked Examples on Mathematical Knowledge and Communication Abilities of Ninth Grade Students. Advisor: Asst. Prof. PAIROT NOUMNOM, Ed.D.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical knowledge of the students after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples with the criteria of 60% 2) to compare mathematical communication abilities of the students before and after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples 3) to compare mathematical communication abilities of the students after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples with the criteria of 60% and 4) to study the development of mathematical communication abilities of the students between during taught by organizing mathematics learning activities using worked examples. The subjects were 35 ninth grade students. The instruments used for data collection were mathematical knowledge test, mathematical communication abilities tests, worksheets and interview. The data were analyzed by arithmetic mean, standard deviation, mode, t-test, and content analysis.

The results of the research revealed that 1) the mathematical knowledge of the students after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples were higher than minimum criteria of 60% at a .05 level of significance 2) the mathematical communication abilities of the students after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples were higher than those of the students before being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples at a .05 level of significance. 3) the mathematical communication abilities of the students after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples were lower than minimum criteria of 60% at a .05 level of significance and 4) the mathematical communication abilities of the students after being taught by organizing mathematics learning activities using worked examples had been improved to the positive direction.

Field of Study: Mathematics Education Student's Signature

Academic Year: 2020 Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ้ม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาที่เป็นประโยชน์กับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง ให้คำแนะนำและปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องในวิทยานิพนธ์ของผู้วิจัยอยู่เสมอ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ นอกจากนี้ยังคอยให้คำแนะนำและประสบการณ์ต่าง ๆ รวมถึงให้กำลังใจในการทำงานแก่ผู้วิจัยตั้งแต่เริ่มคิดหัวข้อวิทยานิพนธ์จนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออบปักซิณ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์จากสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์กับวิทยานิพนธ์ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ รองศาสตราจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช อาจารย์สุวรรณา ทิมสสิต อาจารย์จิราวดี กิจวัฒน์หิรัญ และ อาจารย์อทิพงษ์ มหานิล ได้กรุณาเสียสละเวลาในการให้คำแนะนำและตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนทำให้เครื่องมือวิจัยในครั้งนี้นี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ และขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน ผู้บริหาร และคณะครู จากโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย และโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลวิจัยในครั้งนี้อย่างดีตลอดจนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยในครั้งนี้อย่างดี

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัวฉิมทองเป็นอย่างสูงที่ให้กำลังใจ คอยชี้แนะและการสนับสนุนการศึกษาในระดับมหาบัณฑิตในทุก ๆ ด้าน และเพื่อน ๆ ในสาขาการศึกษา คณิตศาสตร์ทุกคนที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้กันและกัน รวมทั้งให้คำปรึกษาให้พ้นอุปสรรคต่าง ๆ ไปด้วยดี

พลฐวัตร ฉิมทอง

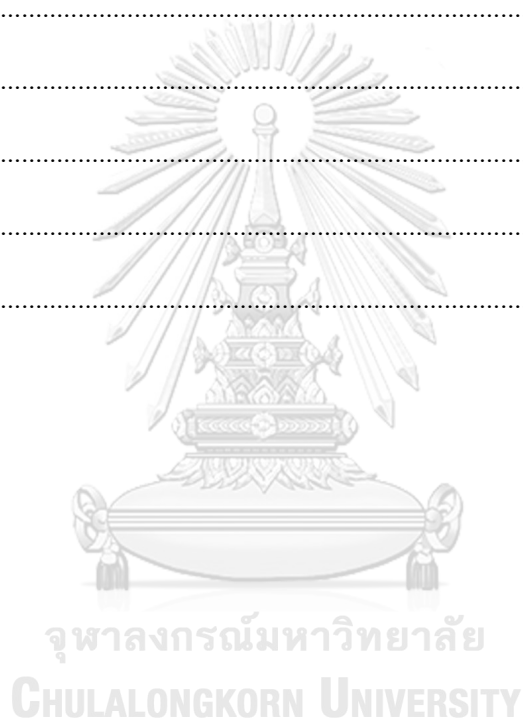
สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ
บทที่ 1	1
บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
คำถามการวิจัย	6
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานการวิจัย	6
ขอบเขตของการศึกษา.....	8
คำจำกัดความในการวิจัย.....	10
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	13
บทที่ 2	14
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	14
1. การเรียนรู้ผ่านงานตัวอย่าง (Example-based learning)	15
1.1 ที่มาและแนวคิดของการเรียนรู้ผ่านงานตัวอย่าง	15
ทฤษฎีภาระทางปัญญา (Cognitive Load Theory).....	15
การเรียนรู้จากตัวอย่างงาน (Worked examples learning).....	16

1.2 ความหมายและตัวอย่างงานแบบต่าง ๆ.....	17
1.2.1 ความหมายของตัวอย่างงาน	17
1.2.2 ประเภทของตัวอย่างงาน	19
1.3 ประโยชน์ของการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน.....	22
1.4 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน	23
2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์	24
2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์	24
2.2 ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์	27
2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์	29
2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	32
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	34
3.1 ความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	34
3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	36
3.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	37
3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	42
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	46
4.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง	46
4.2 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้อง	48
5. กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	51
บทที่ 3	52
วิธีการดำเนินการวิจัย	52
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง	52
2. การออกแบบการวิจัย	53
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	54

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	55
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	55
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	59
4.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์	59
4.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	63
4.2.3 ใบงาน	70
4.2.4 การสัมภาษณ์	72
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	72
6. การวิเคราะห์ข้อมูล	73
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย	74
บทที่ 4	77
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	77
ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60	78
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียน	79
ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจาก ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60	80
ตอนที่ 4 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	81
บทที่ 5	98
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	98
สรุปผลการวิจัย	102
อภิปรายผล	104

ตอนที่ 1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	104
ตอนที่ 2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	106
ตอนที่ 3 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	108
ภาคผนวก.....	112
ภาคผนวก ก.....	113
ภาคผนวก ข.....	115
ภาคผนวก ค.....	120
ภาคผนวก ง.....	140
ภาคผนวก จ.....	159
บรรณานุกรม.....	164
ประวัติผู้เขียน.....	168



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 มาตรฐานในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	41
ตารางที่ 2 ตารางแสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค	42
ตารางที่ 3 ตารางแสดงเกณฑ์การให้คะแนน การทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	45
ตารางที่ 4 แบบแผนการวิจัย.....	54
ตารางที่ 5 กรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน	56
ตารางที่ 6 แสดงเนื้อหาและประเภทของตัวอย่างงานที่ใช้ ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	58
ตารางที่ 7 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน	63
ตารางที่ 8 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับจำนวนข้อสอบของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและ ฉบับหลังเรียน.....	65
ตารางที่ 9 แสดงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	66
ตารางที่ 10 แสดงการทำข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่จะทดลองใช้ (try out).....	69
ตารางที่ 11 แสดงเกณฑ์ในการจัดกลุ่มพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำแนกเป็นรายด้าน	71
ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน.....	78
ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์รายด้านเปรียบเทียบระหว่างหลัง	

เรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน.....	78
ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน	79
ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่าง งาน ทั้งหมด 35 คน	80
ตารางที่ 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์รายด้านเปรียบเทียบระหว่างหลังเรียน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน.....	80
ตารางที่ 17 สรุปการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ใน ภาพรวมของนักเรียน ใน 3 ระยะ	90
ตารางที่ 18 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลง เพิ่มขึ้นจากระดับเดิม.....	91
ตารางที่ 19 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรม” ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ คงเดิม	93
ตารางที่ 20 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม	94
ตารางที่ 21 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ไม่เปลี่ยนแปลงจากระดับเดิม	95
ตารางที่ 22 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงจากลดลงจากระดับเดิม	96
ตารางที่ 23 โครงสร้างข้อสอบวัด “ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์” ในแบบวัดความรู้ทาง คณิตศาสตร์.....	141

ตารางที่ 24 โครงสร้างข้อสอบวัด “ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์” ในแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 143

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 20 ข้อ 145

ตารางที่ 26 โครงสร้างของแบบทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์..... 150

ตารางที่ 27 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 คำถาม 151

ตารางที่ 28 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 คำถาม..... 151

ตารางที่ 29 แสดงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล 160

ตารางที่ 30 แสดงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล..... 162

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบลัดชั้นตอน (Faded worked examples)	20
ภาพที่ 2 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเอง (Worked examples with self-explanation)	20
ภาพที่ 3 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบข้อผิดพลาด (Incorrect worked examples).....	21
ภาพที่ 4 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบเปรียบเทียบวิธีการ (Comparing worked examples)	22
ภาพที่ 5 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบเปรียบเทียบวิธีการ (Comparing worked examples)	22
ภาพที่ 6 แสดงกราฟแท่งเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ระยะ	82
ภาพที่ 7 แสดงกราฟแท่งเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ระยะ.....	82

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ และคิดอย่างเป็นระบบและมีระเบียบแบบแผน ลักษณะการคิดดังกล่าว ทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์จะมีประสิทธิภาพหรือประสบความสำเร็จได้ต้องอาศัยการตรวจสอบผลที่ได้จากการเรียนการสอน ด้วยการจัดให้มีการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้สะท้อนคุณภาพที่เกิดขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งคุณภาพของนักเรียนทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

อย่างไรก็ตาม การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร โดยเฉพาะการพัฒนา “ความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” ให้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ สะท้อนมาจากผลการประเมินทั้งระดับชาติและระดับนานาชาติ เช่น ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2561 พบว่านักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เพียง 30.04 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับวิชาอื่นแล้วเป็นวิชาที่มีคะแนนเฉลี่ยต่ำรองจากอันดับสุดท้าย (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2561) ผลการประเมินจากโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ในปี ค.ศ. 2018 คะแนนความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (mathematical literacy) ของนักเรียนอายุ 15 ปี คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ยของนักเรียนไทยคือ 419 คะแนน ในขณะที่ค่าเฉลี่ยของ OECD คือ 489 คะแนน นั่นคือต่ำกว่าค่า OECD ถึง 70 คะแนน และได้คะแนนลดน้อยลงเมื่อเปรียบเทียบกับย้อนหลังกับคะแนนเฉลี่ยในปี ค.ศ. 2012 ซึ่งนักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2562) นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ยังกล่าวว่านักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังขาดความสามารถเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากผลการประเมินทั้งระดับชาติและนานาชาติข้างต้น สะท้อนให้เห็นถึงความรู้และทักษะหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยที่ยังไม่ดีพอต่อการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา จึงควรเร่งหาแนวทางในการพัฒนาทั้งความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนให้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ

“ความรู้ทางคณิตศาสตร์” เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ โดยความรู้เชิงมโนทัศน์ เป็นความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความคิดรวบยอดทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การอธิบายที่มาหรือให้เหตุผล การเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ของขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการ เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กฎ หรือกลวิธี เพื่อ อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เห็นได้จากการที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนดคุณภาพของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) นอกจากนี้การจัดการศึกษาที่เป็นหัวใจหลักของการพัฒนาประเทศต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทั้งทางตรงและทางอ้อมในการคิด การวิเคราะห์ และการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับนโยบายการจัดการศึกษาของประเทศไทยที่จะพัฒนาชาติด้วยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยเฉพาะอย่างยิ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์สามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ ทั้งที่มองเห็นและมองไม่เห็น และช่วยให้คาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นได้ (อัมพร ม้าคอง, 2557)

ทักษะหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลายทักษะ ทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ให้เกิดความเข้าใจ คือ “ทักษะหรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์” ซึ่งหมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เพื่อแสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้กล่าวว่า “การสื่อสารและการนำเสนอต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” (NCTM, 1996 and 2001 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, p. 59) สอดคล้องกับ Kennedy and Tipps (1994, p.

181) ที่ว่า เป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนเรียนรู้ นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนมีการแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น นักเรียนจะสามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด (Mumme & Shepherd, 1993) โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองมากขึ้นเมื่อได้อธิบายวิธีการของตนเอง เพราะได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถาม ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด (National Council of Teachers of Mathematics, 1989, p. 214) อย่างไรก็ตาม การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ได้เน้นให้นักเรียนได้ฝึกใช้ทักษะหรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนยังมีทักษะหรือความสามารถในด้านนี้ไม่ดีพอ สอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2553) ที่กล่าวถึงปัญหาของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ว่า “การที่นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถนำเสนอข้อมูลให้ผู้อื่นเห็นภาพรวมหรือเข้าใจประเด็นสำคัญ ๆ ของสิ่งที่ต้องการนำเสนอได้ หรือไม่สามารถสื่อความหมายเรื่องบางเรื่องให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้ ทั้งที่นักเรียนผ่านการเรียนรู้การนำเสนอข้อมูลมาแล้ว คนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมาก มักสื่อความหมายหรือพูดให้คนอื่นเข้าใจไม่ได้”

จากความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะหรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กับทักษะหรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้จากตัวอย่างงาน (Example-based Learning)

แนวคิดการเรียนรู้จากตัวอย่างงาน ถูกค้นพบจากงานวิจัยที่เกี่ยวกับทฤษฎีภาระทางปัญญา (Cognitive Load Theory) (Sweller & Cooper, 1985) เพื่อช่วยพัฒนาการเรียนการสอนปกติ เนื่องจากในการเรียนการสอนปกตินั้นจะมีทั้งนักเรียนที่เข้าใจเนื้อหาบางส่วนอยู่แล้วกับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เข้าใจเนื้อหาทั้งหมด ให้นักเรียนกลุ่มนี้มักประสบปัญหาเมื่อเผชิญกับโจทย์ปัญหา นักเรียนจะพยายามหาวิธีการต่าง ๆ มาช่วยในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบโดยไม่ได้สนใจวิธีการที่ใช้ ทำให้เกิดวิธีการที่หลากหลาย เกิดกระบวนการการคิดที่มากขึ้น ทำให้เกิดภาระทางปัญญาที่สูง (Cognitive Load) และเกิดภาระงานทางปัญหาที่มากเกินไป (over load) ได้ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะทำให้การเรียนรู้ลดประสิทธิภาพ ดังนั้นการแก้ปัญหาเหล่านี้คือการที่นักเรียนสามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมกับปัญหา

นั้นได้ เพื่อลดภาระทางปัญญามากที่สุด ตัวอย่างงาน คือเครื่องมือที่เข้ามาช่วยแก้ปัญหาเหล่านี้ เนื่องจากตัวอย่างงานจะมีตัวอย่างโจทย์และแบบฝึกหัดที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แบบซ้ำ ๆ จนเข้าใจถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ของเนื้อหานั้น นั่นคือเมื่อเวลาเจอโจทย์ปัญหานักเรียนจะสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหานั้นได้ การเรียนรู้จากตัวอย่างงาน (Example-based Learning) คือ รูปแบบการเรียนการสอนที่ใช้ตัวอย่างงาน โดยตัวอย่างงานได้ถูกพัฒนามาเรื่อย ๆ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนมากขึ้น

ผู้วิจัยได้ศึกษา “ตัวอย่างงาน” ตามแนวคิดของ Julie L. Booth (Booth et al., 2015) โดย ตัวอย่างงานจะแสดงตัวอย่าง ปัญหา หรือโจทย์ ซึ่งมีขั้นตอนการแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา มี คำอธิบาย เน้นข้อผิดพลาดที่พบบ่อย รวมถึงวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียน เข้าใจเนื้อหาและแก้ปัญหาได้ Julie L. Booth (Booth et al., 2015) ได้นำเสนอและแบ่งตัวอย่าง งานเป็น 4 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1) ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอน (Faded worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่มี โจทย์หรือปัญหาหลายๆ ข้อ โดยที่โจทย์หรือปัญหาในข้อแรก จะมีขั้นตอนการหาคำตอบและสรุป คำตอบที่ถูกต้อง ส่วนโจทย์หรือปัญหาในข้อถัด ๆ ไป จะมีขั้นตอนการหาคำตอบให้เพียงบางโดยจะ ค่อยๆ ลดการแนะขั้นตอนลงเรื่อย ๆ แล้วนักเรียนเป็นผู้เติมขั้นตอนที่เหลือเอง และจะมีโจทย์หรือ ปัญหาที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นหาวิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง

2) ตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเอง (Worked examples with self-explanation) คือ ตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาที่มีขั้นตอนการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ ถูกต้อง โดยจะมีการแทรกคำถามให้นักเรียนตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการหา คำตอบของนักเรียน

3) ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด (Incorrect worked examples) เป็นตัวอย่าง งานที่มีโจทย์หรือปัญหาที่นำเสนอวิธีการคำตอบที่ “ไม่ถูกต้องหรือมีข้อผิดพลาด” ซึ่งมาความเข้าใจที่ คลาดคลาดของเนื้อหาของนักเรียน โดยจะมีคำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบหรือค้นหาว่าวิธีการ คำตอบนั้นมีข้อผิดพลาดหรือดำเนินการไม่ถูกต้องอย่างไร และจะแก้ไขให้ถูกต้องอย่างไร

4) ตัวอย่างงานแบบเน้นเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการ (Comparing worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย เพื่อให้เกิด การเปรียบเทียบความแตกต่าง สิ่งที่ไม่ถูกต้อง หรือวิธีการที่ใช้ โดยเน้นการเปรียบเทียบใน 4 ลักษณะ

คือ 1) ซึ่ให้เห็นว่าโจทย์หรือปัญหาต่างกันแต่มีวิธีการหาคำตอบที่เหมือนกันหรือคล้ายกัน 2) เน้นการเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหที่ต่างกันแต่ใช้ความรู้หรือแนวคิดที่คล้ายกัน 3) เน้นการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง และ 4) ซึ่ให้เห็นว่าโจทย์ปัญหาเดียวกัน สามารถมีวิธีการคำตอบที่ถูกต้องสมเหตุผลได้หลายวิธีที่ต่างกัน

จากการศึกษาการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานพบว่า มีความเป็นไปได้ที่จะนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้จากตัวอย่างงานสามารถสอนเนื้อหา การใช้ทฤษฎีหรือหลักการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา รวมถึงการอธิบายที่มาของขั้นตอน และอธิบายให้ผู้อื่นได้เข้าใจในวิธีการของตนเอง นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยที่ใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนด้วย Alexander Renkl (2002) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลของการเรียนรู้จากตัวอย่างงานประกอบคำอธิบายด้วยตนเอง ซึ่งผลวิจัยที่ได้พบว่าตัวอย่างงานสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ Endah Retnowati et al. (2010) ทำวิจัยเรื่อง ผลจากการเรียนรู้จากตัวอย่างงานระหว่างเรียนรู้ด้วยตนเองกับเรียนรู้แบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบ การเรียนรู้จากตัวอย่างงานทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาที่กว้างขึ้นได้ Atik Rodiawati (2018) ทำวิจัยเรื่อง การเรียนรู้จากตัวอย่างงานร่วมกับปัญหาโครงสร้างไม่สมบูรณ์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง ผลการวิจัยพบว่า การเรียนรู้จากตัวอย่างงานร่วมกับปัญหาโครงสร้างไม่สมบูรณ์สามารถพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงได้ เพราะตัวอย่างงานร่วมกับปัญหาโครงสร้างไม่สมบูรณ์ช่วยให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ จนทำให้เวลาคิดการแก้ปัญหาปราศจากภาระทางปัญญาได้ นอกจากนี้สามารถทำให้ผู้เรียนคิดวิธีการแก้ใหม่ ๆ ขึ้นเพื่อช่วยแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้นได้ สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยที่ได้พบว่าตัวอย่างงานสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อีกด้วย

ผู้วิจัยจึงสนใจนำแนวคิดการเรียนรู้จากตัวอย่างงาน มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาผลในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยศึกษากับเนื้อหาเรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิธีนี้ เพราะเป็นเนื้อหาที่ประกอบไปด้วยการกำหนดตัวแปรจากข้อความ การแสดงวิธีการแก้ และสามารถแสดงถึงวิธีการนำไปใช้ในโจทย์ปัญหาของนักเรียนเพื่อสะท้อนความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาของนักเรียนได้ รวมถึงเพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมาได้

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60
4. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานระหว่างเรียน

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน พบว่ายังไม่ปรากฏงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงอ้างงานวิจัยเพื่อเทียบเคียงและการวิเคราะห์ขั้นตอนของการเรียนรู้จากตัวอย่างงาน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

Sweller and Cooper (1985) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงาน หลังจากที่ครูให้ความรู้พื้นฐานแก่นักเรียนแล้ว นักเรียนจะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผ่านตัวอย่างงาน โดยการศึกษาวิธีการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบจากตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนสามารถซักถามข้อสงสัยจากครูได้ตลอดเวลา แต่ถ้านักเรียนใช้เวลามากเกินไปครูต้องให้ความช่วยเหลือ

Zhu and Simon (1987) ได้ศึกษาการใช้ตัวอย่างงานและพบว่าถ้ามีการออกแบบและเรียงลำดับขั้นตอนของตัวอย่างงานเพื่อใช้ในการเรียนการสอน ตัวอย่างงานนั้นสามารถใช้สอน

การแก้ปัญหาทางการคำนวณได้โดยไม่ต้องมีครูได้ ช่วยประหยัดเวลาในการสอน ทำให้นักเรียนเรียนได้รวดเร็วกว่าการเรียนการสอนแบบปกติ

Anderson, Fincham and Douglass (1997) กล่าวไว้ว่า การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการให้ตัวอย่างของปัญหาแต่ละประเภทเพื่อให้นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างเพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งนักเรียนต้องสรุปกฎ หรือหลักการในการแก้ปัญหาแต่ละประเภท เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาใหม่ต่อไป

Alexander Renkl (2002) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการเรียนรู้จากตัวอย่างงานประกอบคำอธิบายด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนได้ศึกษาจากตัวอย่างงานพบว่า เมื่อครูให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถบอกทฤษฎีหรือหลักการที่ใช้ได้อย่างถูกต้อง

Clark and Mayer (2003) พบว่า ตัวอย่างงานมีประโยชน์สำหรับครูเมื่อครูต้องการสอนเนื้อหาใหม่ๆ ซึ่งถ้าใช้ตัวอย่างงานจะช่วยประหยัดเวลาในการสอนโดยนักเรียนจะเปรียบเทียบความแตกต่างของปัญหาหรือแบบฝึกหัดจากตัวอย่างงาน และจะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการเรียนรู้

Roxana (2006) ได้เสนอว่า แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่จะทำให้ นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และทำให้นักเรียนมีความเข้าใจดีขึ้น มีความคล่องแคล่ว ชำนาญการคิดคำนวณ และแก้โจทย์ปัญหาได้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Endah Retnowati et al. (2010) ได้ศึกษา ผลจากการเรียนรู้จากตัวอย่างงานระหว่างเรียนรู้ด้วยตนเองกับเรียนรู้แบบกลุ่ม ซึ่งได้ผลว่านักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาที่กว้างขึ้นหรือซับซ้อนมากขึ้นได้

Atik Rodiawati (2018) ได้ศึกษา การเรียนรู้จากตัวอย่างงานร่วมกับปัญหา โครงสร้างไม่สมบูรณ์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง ผลที่ได้คือ ตัวอย่างงานสามารถช่วยให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ จนทำให้เวลาคิดการแก้ปัญหาปราศจากภาระทางปัญญาได้ นอกจากนี้ยังสามารถทำให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ไขใหม่ ๆ ขึ้นเพื่อช่วยแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้นได้

จารุวรรณ ทศนโกวิท (2544) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3: การเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสาร

ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน

อัมพร ม้าคนอง (2546) ได้กล่าวเกี่ยวกับเอกสารตัวอย่างงานว่า เอกสารตัวอย่างงานเป็นเอกสารที่ประกอบด้วยตัวอย่างงานที่ครูต้องการให้นักเรียนทำ มักใช้กับงานที่มีขั้นตอนเฉพาะหรือที่มีความแตกต่างจากขั้นตอนทั่วไป และครูต้องการเน้นให้นักเรียนเห็นถึงความแตกต่างเหล่านั้น

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือ 50%

จากการวิเคราะห์ดังกล่าว พบว่า ตัวอย่างงานจะชัดเจนในด้านของการพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน แต่การที่นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างงานจนเข้าใจถึงองค์ประกอบของเนื้อหา นั้นได้ รวมถึงสามารถอธิบายที่มา เหตุผลที่ใช้ ทฤษฎีหรือหลักการที่ใช้ได้นั้น ทำให้มีความเป็นไปได้ว่า การเรียนรู้จากตัวอย่างงานน่าจะสามารถพัฒนาความรู้และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของงานวิจัยในครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
2. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ขอบเขตของการศึกษา

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน

3.2 ตัวแปรตาม คือ

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. ช่วงเวลาของการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

เนื่องจากแผนการดำเนินการวิจัย ได้แก่ การทดลองใช้ (Try out) เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล การทดลองการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และการรวบรวมข้อมูลวิจัย อยู่ในช่วงสถานการณ์ของการแพร่ระบาดของเชื้อโรค COVID-19 ประกอบกับโรงเรียนที่ผู้วิจัยได้ติดต่อขอทดลองใช้เครื่องมือในการรวบรวมข้อมูล และขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย ได้กำหนดการจัดการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์ ผู้วิจัยจึงจำเป็นต้องทดลองเครื่องมือวิจัยและเก็บข้อมูลวิจัยในรูปแบบออนไลน์

4.1 ผู้วิจัยทดลองใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยทดลองใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์กับนักเรียน ผ่านโปรแกรม Google meet โดยให้นักเรียนตอบข้อสอบแต่ละข้อผ่านโปรแกรม Google Form ส่วนการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียนกับนักเรียน ผ่านโปรแกรม Google meet โดยให้นักเรียนเขียนแสดงคำตอบของข้อสอบแต่ละข้อในกระดาษหรือ iPad และส่งคำตอบในโปรแกรม E-mail ทั้งนี้ผู้วิจัยเน้นย้ำกับนักเรียนทำแบบวัดอย่างเต็มความสามารถ และขณะทำข้อสอบผ่านโปรแกรม Google meet ขอให้นักเรียนเปิดกล้องตลอดเวลาของทำแบบวัด

4.2 ผู้วิจัยทดลองการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้ง 11 แผน ผ่านโปรแกรม Google meet โดยผู้วิจัยได้พยายามควบคุมการทดลองให้เป็นไปตามกรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานอย่างเคร่งครัด ซึ่งในการสอนแต่ละแผน ผู้วิจัยได้มีการชี้แจงให้นักเรียนตั้งใจและใช้ความพยายามในการทำกิจกรรมต่าง ๆ เช่น การตอบคำถาม การนำเสนอแนวคิด เป็นต้น ส่วนการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยทดสอบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผ่านโปรแกรม Google meet โดยให้นักเรียนตอบข้อสอบแต่ละข้อผ่านโปรแกรม Google Form ส่วนการทดสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน และใบงาน ผ่านโปรแกรม Google meet โดยให้นักเรียนเขียนแสดงคำตอบของข้อสอบแต่ละข้อในกระดาษหรือ iPad และส่งคำตอบในโปรแกรม

LINE ทั้งนี้ในขณะที่ทำแบบวัดและใบงาน ผ่านโปรแกรม Google meet ผู้วิจัยเน้นย้ำให้นักเรียนเปิดกล้องตลอดเวลาของทำแบบวัดและใบงาน หากพบนักเรียนปิดกล้อง ผู้วิจัยจะทำการแจ้งเตือนให้นักเรียนทำการเปิดกล้อง

คำจำกัดความในการวิจัย

1. **ตัวอย่างงาน** หมายถึง ตัวอย่างงานตามแนวคิดของ Julie L. Booth (Booth et al, 2015) ที่ครูจัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้เพื่อเน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาสาระสามารถนำความรู้ไปใช้งานและการแก้ปัญหาได้ โดยตัวอย่างงาน จะประกอบด้วย “ตัวอย่าง ปัญหาหรือโจทย์” พร้อมทั้งมีวิธีการหาคำตอบ มีคำถามเพื่อเน้นให้เข้าใจถึงวิธีการหาคำตอบ และมีการนำเสนอวิธีการคำตอบที่ “ไม่ถูกต้องหรือมีข้อผิดพลาด” เพื่อเน้นป้องกันไม่ให้นักเรียนทำตาม ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างงานตามแนวคิดของ Julie L. Booth มาทั้งหมด 3 แบบ คือ ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอน ตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเอง และ ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด โดยผู้วิจัยได้ดัดแปลงและผนวกตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเองไว้ด้วยกัน ทั้งนี้เพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ที่ออกแบบ สรุปได้ดังนี้

ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย หมายถึง ตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาหลายๆ ข้อ โดยที่โจทย์หรือปัญหาในข้อแรก จะมีขั้นตอนการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ถูกต้อง ส่วนโจทย์หรือปัญหาในข้อถัด ๆ ไป จะมีขั้นตอนการหาคำตอบให้เพียงบางข้อโดยจะค่อย ๆ ลดการแนะนำขั้นตอนลงเรื่อย ๆ แล้วนักเรียนเป็นผู้เติมขั้นตอนที่เหลือเอง และจะมีโจทย์หรือปัญหาที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นหาวิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง โดยจะมีการแทรกคำถามให้นักเรียนตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการหาคำตอบของนักเรียน

ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด หมายถึง ตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาที่นำเสนอวิธีการคำตอบที่ “ไม่ถูกต้องหรือมีข้อผิดพลาด” ซึ่งมาความเข้าใจที่คลาดคลาดของเนื้อหาของนักเรียน โดยจะมีคำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบหรือค้นหาว่าวิธีการคำตอบนั้นมีข้อผิดพลาดหรือดำเนินการไม่ถูกต้องอย่างไร และจะแก้ไขให้ถูกต้องอย่างไร

2. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้น “การเรียนรู้จากตัวอย่างงาน” ตามแนวคิดของ Julie L. Booth (Booth et al, 2015) เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาสาระ สามารถนำความรู้ไปใช้งานและการแก้ปัญหาได้ โดยเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากตัวอย่างงานทั้งแบบรายบุคคลและกลุ่มย่อย ได้แลกเปลี่ยนแนวคิด

และร่วมกันสรุปสาระสำคัญของเนื้อหาและแนวทางการนำความรู้ไปใช้งานและการแก้ปัญหา ผู้วิจัย ออกแบบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ยึดตามธรรมชาติของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เตรียมความพร้อม ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนหรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 สร้างความรู้ใหม่ ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากตัวอย่างงาน โดยมีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งขึ้นกับลักษณะเนื้อหาที่สอน 2 แนวทาง ดังนี้

แนวทางที่ 1 ครูเน้นการอธิบายสาระสำคัญของเนื้อหา จากนั้นจะให้นักเรียนศึกษา “ตัวอย่างงาน” เพื่อให้เข้าใจเนื้อหามากขึ้นและเพื่อชี้ให้นักเรียนมองเห็นถึงวิธีคิดและการทำงานที่มีข้อผิดพลาด

แนวทางที่ 2 ครูเน้นให้นักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยได้ศึกษาสาระสำคัญหรือแนวทางจาก “ตัวอย่างงาน” เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับ “ขั้นตอนการคิดและการทำงาน ผลลัพธ์และคำอธิบายเพิ่มเติม” ในการทำกิจกรรมหรือหาคำตอบของปัญหาจากตัวอย่างงานนั้น ๆ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอธิบายและให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ร่วมกับครูเพื่อให้ได้ความรู้ที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 นำความรู้ใหม่ไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนฝึกใช้ความรู้ที่ได้รับขั้นที่ 2 ในสถานการณ์หรือปัญหาที่หลากหลาย โดยครูใช้ “ตัวอย่างงาน” ข้างต้นให้เหมาะสมกับเนื้อหา เพื่อชี้ให้นักเรียนเข้าใจถึงแนวทางการนำความรู้ไปใช้ในการอธิบายสถานการณ์หรือแก้ปัญหา รวมถึงเพื่อชี้ให้นักเรียนมองเห็นถึงวิธีคิดและการทำงานที่มีข้อผิดพลาด จากนั้น นักเรียนฝึกใช้ความรู้ไปแก้ปัญหาโดยอาศัยแนวทางจากตัวอย่างงาน

สำหรับการเลือกใช้ “ตัวอย่างงาน” ข้างต้น ในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อาจใช้ตัวอย่างงานแบบใดแบบหนึ่งหรือทั้งสองแบบร่วมกัน ทั้งนี้ ขึ้นอยู่กับลักษณะของเนื้อหาหรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่ออกแบบ

3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากการเรียนรู้และประสบการณ์ในด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งแบ่งได้ 2 ลักษณะ คือ

3.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความคิดรวบยอดทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การอธิบายที่มาหรือให้เหตุผล การเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ของขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับ ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กฎ หรือกลวิธี เพื่อ อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายความรู้ ข้อมูล การแก้ปัญหา หรือแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อแสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่าง ถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ ผู้วิจัยสร้างขึ้น เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน โดยมี องค์ประกอบที่จะแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2 องค์ประกอบ ดังนี้

4.1 ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของ นักเรียนในการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

4.2 ด้านการนำเสนอและนำเสนอนแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่าง ชัดเจนเป็นระบบ

5. การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของระดับพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนเป็นรายด้าน ได้แก่ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และ ด้านการนำเสนอและ นำเสนอนแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสะท้อนจากร่องรอยและหลักฐานในการเขียน แสดงแนวคิดของนักเรียนเพื่อตอบสนองการถามและคำถามในใบงาน รวมถึงพิจารณาคำตอบจากการ สัมภาษณ์เพิ่มเติมกรณีนี้นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจนหรือไม่ตอบ ทำให้ไม่สามารถระบุระดับ พฤติกรรมได้

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 แผนที่ 1 - 4 ระยะที่ 2 แผนที่ 5 - 8 และระยะที่ 3 แผนที่ 9 - 11 และผู้วิจัยประเมินระดับพฤติกรรมเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับดีมาก ระดับดี ระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง (รายละเอียดของพฤติกรรมแต่ละระดับแสดงดังตาราง 11)

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ทราบแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เพื่อส่งเสริมความรู้และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและการพัฒนา
2. ครูคณิตศาสตร์หรือผู้สนใจสามารถนำผลการวิจัยที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ และสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การเรียนรู้ผ่านงานตัวอย่าง (Example-based learning)
 - 1.1 ที่มาและแนวคิดของการเรียนรู้ผ่านงานตัวอย่าง
 - 1.2 ความหมายและตัวอย่างงานแบบต่าง ๆ
 - 1.3 ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยตัวอย่างงาน
2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความสำคัญของการรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 4.1 งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้อง
 - 4.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

1. การเรียนรู้ผ่านงานตัวอย่าง (Example-based learning)

1.1 ที่มาและแนวคิดของการเรียนรู้ผ่านงานตัวอย่าง

Example-based learning เป็นการนำตัวอย่างงานมาใช้ในการเรียนการสอนเพื่อให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งมีต้นกำเนิดมาจาก ภาระทางปัญญา (Cognitive Load Theory) ที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ลำบากมากขึ้น ดังนั้น ก่อนอื่นควรทำความเข้าใจความหมายของภาระทางปัญญาก่อน

ทฤษฎีภาระทางปัญญา (Cognitive Load Theory)

การทำงานของสมองของมนุษย์เปรียบเหมือนระบบการทำงานของคอมพิวเตอร์ การที่มนุษย์จะต้องเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ นั้นเราต้องประมวลผลก่อน การคิดวิเคราะห์เปรียบเสมือนแรมของคอมพิวเตอร์ที่สามารถเรียนรู้หรือวิเคราะห์ข้อมูลได้อย่างจำกัด ถ้าทำงานมากเกินไปจะทำให้เกิดภาระที่หนักจนทำให้การทำงานหลังจากนั้นผิดพลาดได้ การที่สามารถทำความเข้าใจเนื้อหาได้นั้นเปรียบได้กับการทำงานที่สำเร็จแล้วของคอมพิวเตอร์ ซึ่งเราจะเอาข้อมูลความรู้ในส่วนนั้นมาใช้เมื่อไหร่ก็ได้ในภายหลัง ในส่วนนี้คือส่วนของความจำเปรียบเสมือนหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์คือความจำที่อยู่ในระยะยาว สิ่งที่ได้เรียนรู้จะถูกเพื่อเก็บไว้เพื่อใช้ในอนาคต หากสิ่งที่เก็บไว้ไม่ดีพอหรือเป็นข้อมูลที่ผิดจะมีผลต่อการเรียนในระยะยาว ดังนั้นเราควรหาวิธีการเรียนรู้ที่ใช้งานส่วนนี้ให้ได้ อย่างมีประสิทธิภาพเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดี ทุกอย่างที่ใช้ในการเรียนรู้จะต้องเหมาะสมกับนักเรียน หากน้อยไปก็ไร้ประสิทธิภาพก็แทบไม่ได้อะไรเลย ใช้เวลาฟุ่มเฟือย ถ้ามากไปก็ไร้ประสิทธิภาพเพราะนักเรียนจะรับภาระไม่ไหว

ภาระทางปัญญา (Cognitive Load) คือ ภาระทางสมองที่เกิดขึ้นอัตโนมัติ โดยเกิดจากการพยายามเรียนรู้ และ ทำความเข้าใจข้อมูลข่าวสารเนื้อหาที่กำลังได้รับ (John Sweller et al., 1998) ซึ่งสมองจะบังคับให้ทำการเก็บข้อมูลไว้ในส่วนของหน่วยความจำทำงาน (Working memory) ซึ่งหน่วยความจำนี้จะมีขนาดจำกัด และเก็บได้ในระยะสั้นเท่านั้น ประมาณ ไม่เกิน 20-30 วินาที ในขณะที่สมองกำลังทำความเข้าใจ ข้อมูลใหม่นั้นก็จะมีการระลึกหรือเรียกข้อมูลเก่าในหน่วย ความจำระยะยาว (Long-term memory) เพื่อเชื่อมโยงเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจใหม่ หากข้อมูล ที่นักเรียนกำลังเรียนรู้ใหม่นี้ ได้รับมาจำนวนมากเกิน หรือไม่สัมพันธ์กับฐานข้อมูลเดิมที่มีอยู่ในหน่วยความจำระยะยาวจะทำให้เกิดภาวะที่หนักเกินไปเรียกว่า Over Load หรือเกินความสามารถสมองจะทำความเข้าใจในข้อมูลใหม่ที่ได้รับมา

ภาระทางปัญญาจำแนกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ภาระภายใน (Intrinsic Cognitive Load) เป็นภาระภายในที่เกิดจากความซับซ้อน (Complexity) และจำนวนข้อมูล (Elements) ของตัวข้อมูลเนื้อหาเอง เนื้อหาที่มีความยาก ซับซ้อน หรือมีจำนวนข้อมูลมาก ก็จะเกิดภาระทางปัญญามากตามไปด้วย เช่น โจทย์คณิตศาสตร์ $(5 \times 6) + 3$ จะมีภาระภายในมากกว่าโจทย์คณิตศาสตร์ $2 + 5$ เป็นต้น

2. ภาระภายนอก (Extraneous Cognitive Load) เป็นภาระภายนอกที่เกิดจากลักษณะสื่อและการนำเสนอ โดยถ้าสื่อออกแบบมาไม่เหมาะสมจะทำให้เกิดภาระทางปัญญาสูง เช่น โจทย์ที่คุณครูให้เงื่อนไขในการแก้ปัญหาไม่ตีพอ ทำให้นักเรียนแก้ปัญหาเกินความจำเป็น

3. ภาระอัตโนมัติ (Germane Cognitive Load) เป็นภาระที่เกิดจาก กระบวนการอัตโนมัติ ซึ่งสมองจะพยายามทำความเข้าใจ เกิดการเรียนรู้ขึ้น เกิดการทำซ้ำ ทำความเข้าใจเนื้อหาองค์ประกอบ รายละเอียด ซึ่งเป็นส่วนที่ควรเกิดขึ้นมากที่สุด

กล่าวสรุปคือ ภาระภายใน (Intrinsic Cognitive Load) ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ เพราะขึ้นอยู่กับเนื้อหาในเรื่องนั้น อย่างไรก็ตามภาระภายนอก (Extraneous Cognitive Load) และ ภาระอัตโนมัติ (Germane Cognitive Load) สามารถเปลี่ยนแปลงได้และจะแปรผกผันกัน ยังมีภาระภายนอกมากเท่าไรก็จะยิ่งภาระอัตโนมัติน้อยลงเท่านั้น ดังนั้นวิธีการสอนที่ดีจะต้องสามารถลดภาระภายนอกและส่งเสริมภาระอัตโนมัติ หรือแผนการสร้างเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพได้

การเรียนรู้จากตัวอย่างงาน (Worked examples learning)

แนวคิดของการใช้ตัวอย่างงานถูกค้นพบจากงานวิจัยที่เกี่ยวกับทฤษฎีภาระทางปัญญา (Cognitive Load Theory) (Sweller & Cooper, 1985) เพื่อช่วยพัฒนาการเรียนการสอนปกติ เนื่องจากในการเรียนการสอนปกตินั้นจะมีทั้งนักเรียนที่เข้าใจเนื้อหาบางส่วนอยู่แล้วกับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เข้าใจเนื้อหาทั้งหมด ให้นักเรียนกลุ่มนี้มักประสบปัญหาเมื่อเผชิญกับโจทย์ปัญหา นักเรียนจะพยายามหาวิธีการต่าง ๆ มาช่วยในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบโดยไม่ได้สนใจวิธีการที่ใช้ ทำให้เกิดวิธีการที่หลากหลาย เกิดกระบวนการการคิดที่มากขึ้น ทำให้เกิดภาระทางปัญญาที่สูง (Cognitive Load) และเกิดการ over load ได้ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะทำให้การเรียนรู้ลดประสิทธิภาพ ดังนั้นการแก้ปัญหาเหล่านี้คือการที่นักเรียนสามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมกับปัญหานั้นได้ เพื่อลดภาระทางปัญญามากที่สุด ตัวอย่างงาน คือเครื่องมือที่เข้ามาช่วยแก้ปัญหาเหล่านี้ การที่นักเรียนทำการเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านงานตัวอย่างสามารถช่วยลดภาระภายใน (Intrinsic Cognitive Load) ของเนื้อหา

ได้ เนื่องจากตัวอย่างงานจะมีตัวอย่างโจทย์และแบบฝึกหัดที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แบบซ้ำ ๆ จนเข้าใจถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ของเนื้อหานั้น สิ่งนี้ทำให้เกิดภาระอัตโนมัติ (Germane Cognitive Load) ตลอดเวลาการเรียนรู้ นั่นคือเมื่อเวลาเจอโจทย์ปัญหานักเรียนจะสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหานั้นได้ สิ่งนี้จะทำให้อัตนภาระภายนอก (Extraneous Cognitive Load) ได้นั่นเอง

หลังจากที่มีการตีพิมพ์เอกสารงานตัวอย่าง นักการศึกษาหลายคนได้มองผลลัพธ์ของการเรียนรู้จากตัวอย่างงาน กล่าวคือ สิ่งที่สำคัญของงานวิจัยนี้ คือ ตัวอย่างงานทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และทำความเข้าใจด้วยตนเอง ซึ่งสามารถทำให้อัตนภาระภายใน (Intrinsic Cognitive Load) ได้ แต่นักเรียนแต่ละคนได้ผลลัพธ์ที่ไม่เท่ากัน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีการเรียนรู้ที่ไม่เหมือนกัน ดังนั้นนักเรียนควรถูกฝึกให้เข้าใจตัวอย่างโจทย์ปัญหาอย่างลึกซึ้ง โดยการที่นักเรียนสามารถอธิบายแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาได้ เพื่อแสดงถึงความเข้าใจเนื้อหานั้นได้มากขึ้น (Renkl, 2011) สิ่งนี้จะเกิดประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อนักเรียนสามารถบอกหลักการหรือทฤษฎีที่ถูกใช้ในแต่ละขั้นตอนได้ จึงได้มีการพัฒนาตัวอย่างงานขึ้น โดย สิ่งแรกคือ พยายามขยายแนวคิดตัวอย่างงานโดยการเพิ่มคำอธิบาย หรือคำถามในขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้คิดตามและได้ทำความเข้าใจกับเนื้อหานั้นมากขึ้น สิ่งที่สองคือ วิธีการแก้โจทย์ปัญหาในตัวอย่างงานอาจเริ่มจากตัวอย่างที่แสดงวิธีทำทั้งหมด จากนั้นข้อต่อไปลดทีละขั้นตอนลงเพื่อให้นักเรียนเติมเอง จนนักเรียนต้องทำเองทั้งข้อ เพื่อให้ นักเรียนฝึกความเข้าใจด้วยตนเอง และสิ่งสุดท้ายคือ ตัวอย่างงานสามารถใช้กลยุทธ์อื่น ๆ มาใช้ร่วมกันได้เพื่อทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากที่สุด

CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.2 ความหมายและตัวอย่างงานแบบต่าง ๆ

1.2.1 ความหมายของตัวอย่างงาน

มีนักการศึกษาต่างประเทศได้กล่าวถึงความหมายของตัวอย่างงานไว้ดังนี้

Faulkner Russell and David Russell (1999) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานว่า ตัวอย่างงานเป็นปัญหาขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาให้นักเรียนศึกษาเป็นขั้นๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาใหม่ได้

Robert K. Atkinson et al. (2000) ให้ความหมายของตัวอย่างงานว่า ตัวอย่างงานเป็นเครื่องมือที่ผู้เชี่ยวชาญแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้นักเรียนได้เรียนรู้

Crissman (2000) กล่าวว่า ตัวอย่างงานเป็นสื่อการสอนอีกแบบหนึ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในระดับที่สูงขึ้นไป

Van Gog et al. (2008) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานไว้ว่า ตัวอย่างงานเป็นวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพที่นำไปใช้สอนทักษะการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน

Renkl (2011) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานไว้ว่า ตัวอย่างงานคือเนื้อหา ตัวอย่างปัญหา และการแสดงวิธีแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะต่าง ๆ ด้วยตนเอง

Sweller (2011) กล่าวว่า ตัวอย่างงานคือ สิ่งที่ทำให้นักเรียนศึกษาองค์ประกอบของเนื้อหา และวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับในประเทศไทยยังไม่มีนักการศึกษาที่ให้ความหมายของตัวอย่างงานโดยตรง แต่มีผู้ให้ความหมายของเอกสารตัวอย่างงานไว้ดังนี้

จากรุวรรณ ทศนโกวิท (2544) ได้ให้ความหมายของเอกสารตัวอย่างงานว่า เอกสารตัวอย่างงาน หมายถึง เอกสารที่ครูจัดทำให้นักเรียน ซึ่งประกอบด้วย การสรุปเนื้อหาย่อแต่ละเนื้อหาย่อ ตัวอย่างโจทย์พร้อมคำอธิบายขั้นตอนและเหตุผลในการแก้ปัญหาในรูปแบบเฉพาะใด ๆ ตลอดจนมีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกทำในตอนท้าย

อัมพร ม้าคนอง (2546) ได้กล่าวเกี่ยวกับเอกสารตัวอย่างงานว่า เอกสารตัวอย่างงานเป็นเอกสารที่ประกอบด้วยตัวอย่างงานที่ครูต้องการให้นักเรียนทำ มักใช้กับงานที่มีขั้นตอนเฉพาะหรือที่มีความแตกต่างจากขั้นตอนทั่วไป และครูต้องการเน้นให้นักเรียนเห็นถึงความแตกต่างเหล่านั้น

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552) กล่าวว่า เอกสารตัวอย่างงาน หมายถึง ตัวอย่างโจทย์หรือปัญหาที่ครูจัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการสอนการแก้ปัญหาได้ ซึ่งมีการแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือมีคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาไว้ให้ศึกษา

จากข้างต้นสามารถกล่าวสรุปได้ว่า ตัวอย่างงาน คือ การแสดงตัวอย่าง ปัญหา หรือโจทย์ที่ครูจัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ประกอบการการนำความรู้ไปใช้และการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนการแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา มีคำอธิบาย เน้นข้อผิดพลาดที่พบบ่อย รวมถึงวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาและแก้ปัญหาได้

1.2.2 ประเภทของตัวอย่างงาน

การศึกษาตัวอย่างงานมีมาอย่างต่อเนื่องแต่ก็ยังมีนักการศึกษาที่มีการแบ่งประเภทของตัวอย่างงานไว้ไม่มากนัก นักการศึกษาที่ได้จัดแบ่งประเภทของตัวอย่างงานไว้มีดังนี้

Xiaoxia Huang (2007) แบ่งตัวอย่างงานออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

1. ตัวอย่างงานแบบมาตรฐาน (Standard worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีขั้นตอนแสดงวิธีทำไว้ให้ศึกษา ซึ่งเหมือนตัวอย่างทั่ว ๆ ไป

2. ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน และในแต่ละขั้นตอนอาจมีบางขั้นตอนที่จะมีคำถาม หรือมีการเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้ นักเรียนเขียนคำอธิบายประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเอง

3. ตัวอย่างงานแบบอธิบายวิธีทำ (Worked examples with instructional explanations) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่างละเอียดและชัดเจน พร้อมกับมีคำอธิบายประกอบไว้ให้อย่างละเอียด

4. ตัวอย่างงานแบบผสมแบ่งส่วน (Worked examples with a combination of instructional explanations and self-explanation prompts) เป็นตัวอย่างงานที่มีการรวมกันระหว่าง ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) กับตัวอย่างงานแบบสมบูรณ์ (Worked examples with instructional explanations) โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกจะแสดงตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่างละเอียดและชัดเจน พร้อมกับมีคำอธิบายไว้ให้อย่างละเอียด และส่วนหลังจะเป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละขั้นตอนอาจมีบางขั้นตอนที่จะมีคำถาม หรือมีการเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้ นักเรียนเขียนคำอธิบายประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเอง

Van Gog et al. (2008) ได้แบ่งประเภทของตัวอย่างงานไว้ 2 ประเภท คือ

1. ตัวอย่างงานแบบมุ่งผลลัพธ์ (product-oriented worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่แสดงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียว


2. ตัวอย่างงานมุ่งกระบวนการ (process-oriented worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่แสดงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลด้วย

Julie L. Booth and other (2015) ได้แบ่งเป็น 4 ประเภทดังนี้

1. ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอน (Faded worked examples) คือ ตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาหลายๆ ข้อ โดยที่โจทย์หรือปัญหาในข้อแรก จะมีขั้นตอนการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ถูกต้อง ส่วนโจทย์หรือปัญหาในข้อถัด ๆ ไป จะมีขั้นตอนการหาคำตอบให้เพียงบางโดยจะค่อยๆ ลดการแนะขั้นตอนลงเรื่อย ๆ แล้วนักเรียนเป็นผู้เติมขั้นตอนที่เหลือเอง และจะมีโจทย์หรือปัญหาที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นหาวิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง

For each set, first examine the problem on the left. Next help the students finish the two incomplete problems. Finally, complete the similar problem on the right.

SET 1 Solve each equation.




<p>Denise solved this problem correctly. Here is her work:</p> $\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ 4x+7 = 5 \\ -7 \quad -7 \\ 4x = -2 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$	<p>Mark started to solve this problem, but got stuck. Help him finish the problem.</p> $\begin{array}{r} 4(3x+9) = 12 \\ 4(3x+9) = 12 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ 3x+9 = 3 \\ -9 \quad -9 \\ 3x = -6 \end{array}$	<p>Shakirah started to solve this problem, but got stuck. Help her finish the problem.</p> $\begin{array}{r} 2(6x+2) = 16 \\ 2(6x+2) = 16 \\ \div 2 \quad \div 2 \\ 6x+2 = 8 \end{array}$	<p> Your Turn:</p> $3(2x+7) = 9$
--	---	---	---

ภาพที่ 1 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอน (Faded worked examples)
(ที่มา: Booth et al, 2015)

2. ตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเอง (Worked examples with self-explanation) คือ ตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาที่มีขั้นตอนการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ถูกต้อง โดยจะมีการแทรกคำถามให้นักเรียนตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการหาคำตอบของนักเรียน

For each set, first examine the problem on the left and answer the question about it. Then complete the similar problem on the right.

SET 1 Solve each equation.

<p> Denise solved this problem correctly. Here is her work:</p> $\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ 4x+7 = 5 \\ -7 \quad -7 \\ 4x = -2 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$	<p> Why did Denise subtract 7 from BOTH SIDES of the equation?</p>	<p> Your Turn:</p> $4(3x+9) = 12$
--	---	--

ภาพที่ 2 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเอง (Worked examples with self-explanation)
(ที่มา: Booth et al, 2015)

3. ตัวอย่างงานแบบข้อผิดพลาด (Incorrect worked examples) คือ ตัวอย่างงานที่มี โจทย์หรือปัญหาที่นำเสนอวิธีการคำตอบที่ “ไม่ถูกต้องหรือมีข้อผิดพลาด” ซึ่งมาความเข้าใจที่คลาดคลาตของเนื้อหาของนักเรียน โดยจะมีคำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบหรือค้นหาว่าวิธีการคำตอบนั้นมีข้อผิดพลาดหรือดำเนินการไม่ถูกต้องอย่างไร และจะแก้ไขให้ถูกต้องอย่างไร

For each set, first examine the problem on the left and answer the question about it. Then complete the similar problem on the right.

SET 1 Solve each equation.

X Denise didn't solve this problem correctly. Here is her work:

$$3(4x + 7) = 15$$

$$\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ 4x+7 = 5 \\ -7 \\ 4x = 5 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ x = \frac{5}{4} \end{array}$$

Why should Denise have subtracted 7 from BOTH SIDES of the equation?

Your Turn:

$$4(3x + 9) = 12$$

ภาพที่ 3 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบข้อผิดพลาด (Incorrect worked examples)
(ที่มา: Booth et al, 2015)

4. ตัวอย่างงานแบบเปรียบเทียบวิธีการ (Comparing worked examples) คือ ตัวอย่างงานที่มีโจทย์หรือปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย เพื่อให้เกิดการเปรียบเทียบความแตกต่าง สิ่งที่ไม่ถูกต้อง หรือวิธีการที่ใช้ โดยเน้นการเปรียบเทียบใน 4 ลักษณะ คือ 1) ชี้ให้เห็นว่า โจทย์หรือปัญหาต่างกันแต่มีวิธีการหาคำตอบที่เหมือนกันหรือคล้ายกัน 2) เน้นการเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาที่ต่างกันแต่ใช้ความรู้หรือแนวคิดที่คล้ายกัน 3) เน้นการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง และ 4) ชี้ให้เห็นว่าโจทย์ปัญหาเดียวกัน สามารถมีวิธีการคำตอบที่ถูกต้องสมเหตุผลได้หลายวิธีที่ต่างกัน

For each set, first compare the two solution methods on the left. Then answer the questions on the right.

SET 1 Solve each equation.

Denise's solution:	Mark's solution:
$3(4x + 7) = 15$ $\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ 4x+7 = 5 \\ -7 \quad -7 \\ 4x = -2 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$	$3(4x + 7) = 15$ $\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ 4x+7 = 5 \\ -7 \quad -7 \\ 4x = 5 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ x = \frac{5}{4} \end{array}$

How is Denise's way different from Mark's way?

Why can't you solve the problem Mark's way?

ภาพที่ 4 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบเปรียบเทียบวิธีการ (Comparing worked examples) (ที่มา: Booth et al, 2015)



For each set, first compare the two solution methods on the left. Then answer the questions on the right.

SET 1 Solve each equation.

Denise's solution:	Mark's solution:
$3(4x + 7) = 15$ $\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ 4x+7 = 5 \\ -7 \quad -7 \\ 4x = -2 \\ \div 4 \quad \div 4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$	$3(4x + 7) = 15$ $\begin{array}{r} 3(4x+7) = 15 \\ 12x+21 = 15 \\ -21 = -21 \\ 12x = -6 \\ \div 12 \quad \div 12 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$

Denise and Mark solved the problem differently, but they got the same answer. Why?

Why might you choose to use Denise's way?

ภาพที่ 5 ภาพแสดงตัวอย่างงานแบบเปรียบเทียบวิธีการ (Comparing worked examples) (ที่มา: Booth et al, 2015)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จากรูปแบบข้างต้น ผู้วิจัยต้องการใช้ตัวอย่างงานของ Julie L. Booth มาออกแบบตัวอย่างงาน ในงานวิจัยนี้ โดยดัดแปลงเหลือ 3 แบบ คือ 1) ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบายซึ่งได้ผสม ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอน (Faded worked examples) และ ตัวอย่างงานแบบอธิบายด้วยตนเอง (Worked examples with self-explanation) ไว้ด้วยกัน และ 2) ตัวอย่างงานแบบข้อผิดพลาด

1.3 ประโยชน์ของการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน

การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนได้มีนักการศึกษากล่าวถึงประโยชน์ ดังนี้

Anderson and others (1981) พบว่า การสอนโดยใช้ตัวอย่างงานทำให้นักเรียนสนใจ ศึกษาการอธิบายจากตัวอย่างมากกว่าการเขียนอธิบายของครู

Zhu and Simon (1987) ได้ศึกษาการใช้ตัวอย่างงานและพบว่าการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนมีประโยชน์ดังนี้

1. ถ้ามีการออกแบบและเรียงลำดับขั้นตอนของตัวอย่างงานที่ดี ก็สามารถนำตัวอย่างงานนั้นไปสอนการแก้ปัญหาทางการคำนวณได้โดยไม่ต้องมีครูก็ได้ เช่น กรณีครูไม่อยู่ในห้องเรียน ซึ่งอาจเป็นการให้งานนักเรียนไว้
2. การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนช่วยประหยัดเวลาในการสอน ทำให้นักเรียนเรียนได้รวดเร็วกว่าการเรียนการสอนแบบปกติ
3. นักเรียนชอบการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานมากกว่าการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องจดบันทึกตามครู

มีนักการศึกษาได้ออกแบบขั้นตอนการสอนด้วยตัวอย่างงานไว้ดังนี้

Pass and Van (1998) พบว่า การใช้ตัวอย่างงานสามารถเพิ่มประสิทธิภาพของการสอน

Atkinson and others (2000) พบว่า ตัวอย่างงานที่มีการออกแบบเป็นอย่างดีมีประโยชน์มากในการใช้เป็นสื่อการสอนที่จะใช้สอนการแก้ปัญหาที่ยากแก่การอธิบาย แต่จะสอนให้บรรลุวัตถุประสงค์โดยผ่านตัวอย่างงานที่สร้างขึ้น

Clark and Mayer (2003) พบว่า ตัวอย่างงานมีประโยชน์สำหรับครูเมื่อครูต้องการสอนเนื้อหาใหม่ๆ ซึ่งถ้าใช้ตัวอย่างงานจะช่วยประหยัดเวลาในการสอนโดยนักเรียนจะเปรียบเทียบความแตกต่างของปัญหาหรือแบบฝึกหัดจากตัวอย่างงาน และจะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการเรียนรู้

1.4 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน

มีนักการศึกษากล่าวเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนไว้ดังนี้

Sweller and Cooper (1985) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานหลังจากที่ครูให้ความรู้พื้นฐานแก่นักเรียนแล้ว นักเรียนจะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผ่านตัวอย่างงานโดยการศึกษาวิธีการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบจากตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนสามารถซักถามข้อสงสัยจากครูได้ตลอดเวลา แต่ถ้านักเรียนใช้เวลามากเกินไปครูต้องให้ความช่วยเหลือ

Anderson, Fincham and Douglass (1997) กล่าวไว้ว่า การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการให้ตัวอย่างของปัญหาแต่ละประเภทเพื่อให้นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างเพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งนักเรียนต้องสรุปกฎ หรือหลักการในการแก้ปัญหาแต่ละประเภท เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาใหม่ต่อไป

Crissman (2006) ได้กล่าวว่า การสอนโดยการใช้ตัวอย่างงานเป็นวิธีการสอนการแก้ปัญหา อีกวิธีหนึ่งซึ่งเหมาะกับปัญหาที่มีโครงสร้างหรือรูปแบบเฉพาะ เช่น ปัญหาในทางฟิสิกส์ คณิตศาสตร์ หรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์

Roxana (2006) ได้เสนอว่า แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่จะทำให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และทำให้นักเรียนมีความเข้าใจดีขึ้น มีความคล่องแคล่ว ชำนาญการคิดคำนวณ และแก้โจทย์ปัญหาได้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรก ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยตรง และลักษณะที่สอง ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละลักษณะ มีรายละเอียด ดังนี้

สำหรับความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะแรก ซึ่งเป็นการให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยตรง มีนักวิชาการและนักการศึกษาให้ความหมายไว้ ดังนี้

Annie and John (1996) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ที่ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ความรู้ที่รู้ว่าต้องทำอะไร (Knowing how) เป็นความรู้ที่จะนำไปสู่คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การพิสูจน์ ความรู้ขั้นตอนและการดำเนินการ และความรู้ในสิ่งนั้น (Knowing that) ได้แก่ ความรู้ทางมนทัศน์

Kitcher (1961) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึงความคิดที่เป็นนามธรรม เกิดจากการฝึกฝน ประกอบด้วยความรู้ที่ได้มาโดยนัย (Tacit) และ

ความรู้ที่ได้มาโดยตรง (Explicit) โดยความรู้ที่ได้มาโดยนัย เป็นความรู้พวกเทคนิค ขั้นตอนการทำงาน การรู้จักใช้สัญลักษณ์ ความรู้ที่ได้มาโดยตรง เป็นความรู้จำพวกทฤษฎีบท การพิสูจน์

Steinbring (2007) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่ประกอบด้วยเครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ โดยเครื่องหมายเหล่านั้นไม่ได้มีความหมายตั้งแต่ต้น แต่เป็นการกำหนดเครื่องหมายและสัญลักษณ์ เพื่อเป็นสื่อแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการ

อิสริยา ปรมัตถการ (2556) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์

ณิชภาพร เจริญวานิชกูร (2559) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการรับข้อมูล และประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะที่สอง ซึ่งเป็นการให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

โดยความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Wilson (1971) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วมาสร้างความสัมพันธ์กัน

Cooney, Davis, and Henderson (1975) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิง มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม หรือความหมายของเรื่องนั้น ๆ

Toumasis (1995) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกแยะประเภทของสิ่งเร้า ที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

สุรชัย ขวัญเมือง (2522) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง การสร้างความคิดที่เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิดหรือข้อความคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2523) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิด รวบรวม ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

ณิชภาพร เจริญวานิชกูร (2559) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ เป็นความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Roeber and Reber (2001) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้ที่จะควบคุมปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการตรวจสอบปรากฏการณ์บางอย่าง

College Board (2002) กล่าวว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ประกอบด้วยขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ความสามารถในการอ่านและเขียนกราฟและตาราง การดำเนินการทางเรขาคณิต ทักษะที่ไม่เกี่ยวกับการคำนวณ เช่น การหมุน (rounding) และลำดับ (ordering) เป็นต้น

Clark and Chopeta (2004) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง แนวทางในการทำงานเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับแนวทางในการคิดคำนวณตามกฎ ตามขั้นตอนที่แสดงถึงความเฉพาะในแต่ละสาระของคณิตศาสตร์ เช่น ขั้นตอน วิธีการในการหารยาว เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2554) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ณิชภาพร เจริญวานิชกุล (2559) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอน การคำนวณหรือการดำเนินการต่าง ๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและนักการศึกษา สรุปได้ว่า **ความรู้ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากการเรียนรู้และประสบการณ์ในด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งแบ่งได้ 2 ลักษณะ คือ **1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)** เป็นความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความคิดรวบยอดทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การอธิบายที่มาหรือให้เหตุผล การเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ของขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ **2) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge)** เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กฎ หรือกลวิธี เพื่อ อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

2.2 ความสำคัญของของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนควรมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มีความรู้และความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและทักษะการคิดคำนวณ สามารถเลือกหลักการ กฎ หรือสูตร มาใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. มีเหตุผลเชิงตรรกะในการคิด สามารถถ่ายทอดความคิดได้อย่างชัดเจน
3. มีความประทับใจ มองเห็นความสำคัญและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. มีความสามารถในการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ มีทักษะในการเรียนรู้ และสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดจุดมุ่งหมายและวิสัยทัศน์เกี่ยวกับคุณภาพและมาตรฐานของนักเรียน สามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ แล้วทำให้นักเรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

สุนิดา เรื่องสิริเศรษฐ์ (2552) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียน โดยคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรม และสิ่ง ที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เด่นชัด คือ ข้อเท็จจริง กฎ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องใช้สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้เป็นพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ นักเรียนจึงควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ครูควรสอนความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนกระบวนการ เพื่อที่นักเรียนจะเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเอง ค้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร

ณิชพร เจริญวานิชกูร (2559) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ นักเรียนควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อที่นักเรียนจะสามารถเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองค้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร อีกทั้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียงที่จะสามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อกันด้วย

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำไปใช้งานในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อที่นักเรียนสามารถอธิบายหรือให้เหตุผลที่มาของขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ได้ รวมถึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนั้นในการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

Ausubel (1968) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ในการพัฒนาความรู้ทาง มโนทัศน์ นักเรียนต้องมีขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของกระบวนการของสิ่งเร้า
2. ตั้งสมมติฐานโดยมีลักษณะร่วม
3. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่งๆ
4. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. หาลักษณะของสิ่งเร้ามาสัมพันธ์กับแนวความคิดของตน
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. หาสัญลักษณ์ทางภาษา

De Cecco (1968) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่าในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ต้องมีการพัฒนาสิ่งต่อไปนี้

1. การสัมผัส นักเรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้า โดยใช้ข้อวัวยะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง
2. การรับรู้ เมื่อนักเรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้ว ย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์ขึ้น
3. การจำ หลังจากนักเรียนได้สัมผัสสิ่งเร้านั้นแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร
4. การจำแนกแยกแยะ เมื่อนักเรียนจำสิ่งเร้านั้นได้แล้ว ย่อมจะพินิจพิเคราะห์เพื่อจำแนกสิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร
5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย หลังจากทีนักเรียนพินิจพิเคราะห์และแผ่จำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้ว ก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้น เรียกว่าเป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งเร้านั้น ๆ

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2547) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า มีโมเดลการสร้างมโนทัศน์ ที่จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูล เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้างข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ครู หรือจากทั้งนักเรียนและครู หรือจากทั้งนักเรียนและครู ในขั้นนี้ครูต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการและเพียงพอในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล นักเรียนจะต้องเป็นผู้จัดกลุ่มข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ครูต้องเตือนนักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม เพื่อที่จะแยกแยะข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภข้อมูล จากกลุ่มข้อมูลที่นักเรียนจัดได้ในขั้นที่ 2 ครูจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้นักเรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ครูและนักเรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริง และความสัมพันธ์ของคุณลักษณะของข้อมูล ครูควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด ครูอาจให้นักเรียนอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้ข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือ

ให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์การดำเนินการ เหล่านี้เป็น การใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้ หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

พนัส หันนาคินทร์ (2514) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ครูควร ดำเนินการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การจัดประสบการณ์จริงจะทำให้การอธิบายมโนทัศน์ชัดเจน ซึ่งการอธิบายนั้น สัมพันธ์กับสิ่งที่เข้าใจอยู่ก่อนแล้ว โดยเฉพาะถ้าเป็นประสบการณ์ตรงจะช่วยให้เกิดความเข้าใจที่ ถูกต้อง แลกงกฏต่าง ๆ อย่างชัดเจน ประสบการณ์ที่เป็นจริงเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่ ให้แก่นักเรียน และเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องและชัดเจน

2. การให้คำอธิบายแจ่มแจ้ง ครูจะต้องให้หลักการในการติดต่อสื่อสารความคิด เช่น ใช้คำพูดที่นักเรียนคุ้นเคย ใช้ประโยคง่าย ๆ เน้นจุดสำคัญด้วยการอธิบายซ้ำ ซ้ำให้เห็นความสำคัญของ เรื่องย่อย ๆ ที่มีอยู่ในเรื่องใหญ่ และใช้คำถามที่เป็นหัวใจของเรื่องนั้น

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

Hiebert (1989 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิง ขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า การพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ จะต้องพัฒนาความเข้าใจ เกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการพัฒนาความหมายสำหรับสัญลักษณ์ เป็นขั้นของการเชื่อมโยง ระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบประจำกับแนวคิดหรือวัตถุที่สัญลักษณ์เหล่านั้นถูกใช้ แทน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์สองประเภทใหม่ ๆ คือ ตัวเลข เช่น 1 , 2.4 และเครื่องหมาย แสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น + , - หรือ \times เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาความหมายสำหรับกฎ และการดำเนินการ เป็นขั้นพัฒนา ความหมายของสิ่งที่จะกลายเป็นกฎหรือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น ประโยค สัญลักษณ์ $65 - 27 = 38$ นั้นแทนการหัก 27 ออกจาก 65 โดยหัก 10 ออกจาก 60 และ หัก 7 ออก จาก 5 แต่หัก 7 ออกจาก 5 ไม่ได้ จึงใช้วิธีใหม่ คือ แบ่ง 60 ออกเป็น 50 กับ 10 แล้วให้ 10 กับ 5 รวมเป็น 15 ซึ่งจะทำให้สามารถหักได้ โดยหัก 20 ออกจาก 50 และหัก 7 ออกจาก 15 ซึ่งจะเหลือ 30 และ 8 ตามลำดับ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็น 38

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถคาดคะเน คำตอบที่ใกล้เคียงความจริงได้ จากการใช้ความหมายในขั้นที่ 1 เช่น หากนักเรียนทราบความหมาย

ของ 4 หมายถึง จำนวนของที่รวมกันแล้วได้ 4 นักเรียนสามารถคาดคะเนได้ว่าคำตอบที่ได้ต้องมากกว่า 4 เพราะ $\frac{2}{3}$ มีค่าไม่ถึง 1 คำตอบจึงเป็น 5 หรือ 6 หรือ 7

Usiskin (1989) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าควรพัฒนาหลักการพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องพัฒนาสิ่งต่อไปนี้

1. เทคโนโลยีเปลี่ยนแปลงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างมีความสำคัญมากขึ้น บางอย่างมีความสำคัญน้อยลง แต่มีขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่มีการเปลี่ยนแปลงความสำคัญ
2. สำหรับปัญหาใด ๆ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการ 3 ชนิด คือ ชนิดที่คิดได้ด้วยสมอง ชนิดที่ทำได้ด้วยปากกาและดินสอ และชนิดที่ทำได้ด้วยการช่วยเหลือจากครู
3. ไม่ว่าครุคิดว่ากำลังสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อะไร จะมีนักเรียนบางคนที่ทำโดยวิธีที่แตกต่างออกไป
4. การจะใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ครูควรเตรียมตัวและหาวิธีการที่จะดำเนินการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างเหมาะสม
5. เพื่อให้เป็นการคุ้มค่าต่อการสอน ครูควรตั้งจุดมุ่งหมายในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ให้กับนักเรียน ทำได้โดยการพัฒนาทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการให้กับนักเรียน โดยแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ การทำให้นักเรียนเกิดการสร้างและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียน และนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ที่เรียน ส่วนแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ คือ การทำให้นักเรียนเห็นความสอดคล้องระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนเข้าใจหลักการและวิธีใช้งานของกฎ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอน

หรือกระบวนการ ซึ่งมีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Fray, Fredrick, and L Klausmeier (1969) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความจำเป็นต้องวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการประเมิน แล้วจึงค่อยออกข้อสอบให้ตรงกับความรู้ที่ได้วิเคราะห์ไว้

NCTM (1989) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการประเมินใน 2 องค์ประกอบ คือ การประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการประเมินความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียน และการประเมินความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นการประเมินความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหา

Wilson (1971) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการประเมินเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง และรู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้อามาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ (2520) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเมินตามองค์ประกอบของความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยมีการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนกระบวนการและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ จึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องถามคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

ณิชภาพ เจริญวานิชกุล (2559) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ที่ได้เรียนไป และประเมินความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการที่นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนไปแก้ปัญหา

จากที่นักศึกษากล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือการประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการจากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเน้นที่วิธีการดำเนินการและหลักการหรือทฤษฎีที่นำมาใช้

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

National Council of Teachers of Mathematics (1989, p. 214) เสนอว่าการสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถามด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด ต่อมาในปี 2000 NCTM (60-62) ได้แยกการใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิดออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

Thomas (1991 อ้างถึงใน ททัยรัตน์ ยศแผ่นดิน, 2556, p. 43) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร นักเรียนจำเป็นต้องมีการพัฒนาทักษะด้านการเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ ล้วนเป็นสิ่งสำคัญของการสร้างมโนทัศน์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอความคิดผ่านทางวัตถุ การวาดภาพ และการสร้างแผนภูมิ โอกาสในการสื่อสารเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

Baroody and Coslick (1993) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจากช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือในการค้นหาแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่าง ๆ ให้มีความชัดเจน ถูกต้องและรัดกุม

Reys et al. (2001) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ใช้รวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิดแลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น โดยใช้การ

สื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียน กราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้ทั้งการพูดและการเขียน

Prestage (2002, p. 26) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร คือการที่นักเรียนสามารถ กำหนดหรืออธิบาย อธิบายข้อมูลและข้อบันทึก และนำเสนอข้อค้นพบได้หลากหลายวัตถุประสงค์ และหลากหลายวิธีการ การสื่อสารเกิดจากหลายวัตถุประสงค์ ทั้งการแสดงความคิดเห็นของตนเอง การทำความเข้าใจคำพูดและการเขียนของบุคคลอื่น ๆ และการทำให้ความคิดของตนเองมีความ ชัดเจน

อลิสรา ชมชื่น (2550) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสาร นำเสนอ อธิบาย อธิบาย แนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยการพูด การฟัง การ อ่าน และการเขียนได้อย่างถูกต้องและกระชับ

พรรรติพา พรหมรักษ์ (2552) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและ การเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและ อธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้องชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงผลเพื่อ สนับสนุนข้อสรุปที่ได้ โดยการใช้ตาราง กราฟหรือค่าสถิติ ในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการ สื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงหรืออธิบาย แนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความ กระชับ ชัดเจนและเหมาะสม

ไตรภพ คงเสน (2559) ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์

สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

จากแนวความคิดเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายความรู้ ข้อมูล การแก้ปัญหา หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน

3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่จำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น นักเรียนควรนำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อน ๆ หรือต่อครู ซึ่งการปฏิบัติสิ่งเหล่านี้เป็นการสื่อสารทั้งสิ้น การสื่อสารช่วยให้นักเรียนเรียนรู้บทเรียนใหม่ในขณะที่ลงมือปฏิบัติกิจกรรม วาดภาพ ใช้สื่ออุปกรณ์ ช่วยในการอธิบายการคำนวณ ใช้แผนผัง เขียนและใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Mumme and Shepherd (1993) ได้เสนอประโยชน์ของการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวคือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น การฟังความคิดของคนอื่นจะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดของคนอื่นที่มีความคิดที่แตกต่างในสถานการณ์เดียวกัน นักเรียนจะสามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด

2) การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ การให้นักเรียนสื่อสารโต้ตอบกันและกัน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าการเรียนรู้จากครู เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับเดียวกันย่อมพูดกันรู้เรื่องและไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น เพราะนักเรียนที่

อธิบายต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนจะมาอธิบายได้ และยังเกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วมในการช่วยเหลือเพื่อน

3) การสื่อสารเป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนรู้ คือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้งคำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบโดยการพูดและการเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิด หรือนักเรียนถามตอบกันเองจะทำให้ นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงานสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นประเด็นที่มีความสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพ และควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดนักเรียนจะเปลี่ยนเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4) การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ คือ การพูดและการฟังในกลุ่มเพื่อนจากการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยเป็นวิธีที่ปลอดจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิดใหม่ ๆ เมื่อการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ เป็นสิ่งที่น่าสนุกสนานจะทำให้ นักเรียนเกิดความเต็มใจในการร่วมมือกัน

5) การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียน คือ ครูจะเรียนรู้สิ่งที่นักเรียนเรียนรู้ โดยการฟังสิ่งที่นักเรียนอธิบายโดยกระบวนการให้เหตุผล โดยความสามารถในการอธิบายเป็นทักษะที่ได้จากการฝึกฝนทักษะการสื่อสารในกลุ่มเพื่อนที่มีการใช้ภาษาอย่างง่าย ๆ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

จากความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสรุปได้ว่า การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์มากขึ้น จากการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่นเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดและความเข้าใจ การที่นักเรียนได้อธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นสามารถทำให้เกิดความเข้าใจได้ทั้งผู้พูดและผู้ฟัง เพราะปกติแล้วนักเรียนมักใช้ภาษาในระดับเดียวกัน การสื่อสารเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้ จากการศึกษา ค้นคว้าเพิ่มเติม เพื่อนำมาถ่ายทอดให้ผู้อื่นฟัง อีกทั้งการสื่อสารยังช่วยปรับสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมกับการเรียนรู้ เนื่องจากเมื่อนักเรียนเริ่มสื่อสารแล้วจะเกิดความสุขสบายใจไม่กังวลกับการแสดงความคิดใหม่ ๆ และการสื่อสารของนักเรียนจะทำให้ครูได้ทราบสิ่งที่นักเรียนรับรู้

3.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตโดยการสื่อสาร คือ เป็นวิธีการให้นักเรียนได้พูด ฟัง อ่าน และเขียนภาพ ศัพท์ ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบาย

ความสัมพันธ์ นักเรียนจึงต้องมีโอกาสในการทดสอบความคิดของตนเองในสังคมคณิตศาสตร์ในห้องเรียน โดยครูสามารถส่งเสริมกิจกรรมการสื่อสารในห้องเรียนได้ด้วยการสร้างสังคมที่นักเรียนรู้สึกมีอิสระในการแสดงออกทางความคิด ครูกระตุ้นการสื่อสารของนักเรียนด้วยการใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนโดยให้เพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวคิดนั้นโดยการอภิปรายข้อดีและข้อบกพร่องของแต่ละแนวทางและร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ และครู เพื่อให้ นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อธิบายเหตุผล และนักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนพร้อมทั้งสะท้อนความคิดของเพื่อนด้วย และให้นักเรียนได้ฝึกการอ่านและการเขียนไปพร้อมกัน โดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนอ่อนอาจจะไม่เข้าใจแนวคิดบางอย่างซึ่งคนอื่นเข้าใจแล้ว ดังนั้นครูจึงต้องให้ความช่วยเหลือเป็นพิเศษ การเรียนรู้โดยผ่านมุมมองของคนอื่นเป็นสิ่งที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มนี้ การมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียนเป็นสิ่งท้าทายของนักเรียนบางคน ดังนั้นครูควรส่งเสริมการสื่อสารให้มากขึ้น

Rowan and Morrow (1993) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

- 1) การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ
- 2) ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียนทำให้การสื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์
- 3) การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดอย่างสร้างสรรค์
- 4) ให้โอกาสนักเรียนได้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนเป็นทักษะการสื่อสารที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด ช่วยพัฒนาการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้ทราบว่า

ตนเองมีความคิดเห็นและมีความเข้าใจอย่างไร เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกด้วยการพูดได้แสดงออกโดยการเขียน

5) ใช้การเรียนแบบร่วมมือซึ่งกันและกัน (Cooperative and collaborative group) เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

6) ใช้การชี้แนะโดยตรงและโดยอ้อม (Overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริการและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่ยากและมาตรฐานในการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

Buschman (1995) ได้แนะนำการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารไว้ดังนี้

- 1) เสนอปัญหาและคำตอบ และให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ
- 2) เสนอปัญหาที่แก้ผิดบ่อย ๆ ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น
- 3) เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูล และเงื่อนไขของปัญหาให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ และมีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหานั้น 2 ข้อ
- 4) เสนอปัญหาและวิธีการแก้ปัญหบบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาคือให้สำเร็จ และให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหบบนใหม่และอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น
- 5) เสนอปัญหาและข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวกับคำตอบ นักเรียนระบุข้อเท็จจริงเหล่านั้น และเขียนปัญหานั้นใหม่โดยตัดข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
- 6) เสนอปัญหา แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญห โดยใช้เพียงคำสั้น ๆ
- 7) หลังจากนักเรียนแก้ปัญหบบเสร็จแล้ว ให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีบริบทแตกต่างกันไป แต่ยังมีโครงสร้างปัญหาเหมือนเดิม
- 8) เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน ให้นักเรียนประมาณคำตอบและตัวเลขที่หายไป

9) เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนเขียนเรื่องที่น่าเสนอข้อมูลในกราฟหรือตารางนั้น

10) เสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

11) ให้นักเรียนเขียนเรื่องราวใหม่โดยมีข้อมูลที่เป็นตัวเลขอยู่ด้วยเพื่อใช้เป็นแหล่งในการสร้างโจทย์ปัญหา

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ ดังนี้

- 1) จัดระบบและรวบรวมเหตุผลความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
- 2) สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่น ๆ
- 3) วิเคราะห์ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ ซึ่งพฤติกรรมปฏิบัติที่พึงชี้ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- 1) การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต
- 2) การใช้สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิดและข้อมูลเพื่อการสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา (deceptive)

- 3) สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

กรมวิชาการ (2546) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2) ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยครูชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะการสื่อสารต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์เป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2546) ได้กำหนดมาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุผลตรงกันไว้ดังตาราง 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 มาตรฐานในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น			
ป. 1-3	ป. 4-6	ม. 1-3	ม. 4-6
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนออย่างถูกต้องและเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนออย่างถูกต้องและเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนออย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนออย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

โดยกรมวิชาการ (2546) ได้แจกแจงความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะการสื่อสารที่จะนำมาประเมินการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

- 1) เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
- 2) ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
- 3) บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
- 4) สรุปสาระสำคัญที่จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
- 5) เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

ดังนั้นจากคำกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่า การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเป็นทักษะที่สามารถพัฒนาได้ แนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการสื่อสารนั้น

ควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสมีปฏิสัมพันธ์ มีโอกาสในการอธิบายแนวคิด แสดงความคิดเห็นและเหตุผลของตนเองอย่างต่อเนื่อง ทั้งที่อยู่ในรูปของภาษาพูดและภาษาเขียน

3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Suzanne (1993: 16-23 อ้างถึงใน พรรรทิพา พรหมรักษ์, 2552, p. 57) ได้เสนอกฎเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกทั่ว ๆ ไป (General Rubric) ซึ่งพัฒนาจากโปรแกรมการประเมินผลของแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989 อ้างถึงใน พรรรทิพา พรหมรักษ์, 2552, p. 57) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างรูบริกเฉพาะ (Specific Rubric) สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีการประเมิน (Holistics) ไว้ 5 ระดับ คือ 0 – 4 คะแนนดังตาราง 2

ตารางที่ 2 ตารางแสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก

ระดับคะแนน 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน แสดงความเชี่ยวชาญ ในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล
ระดับคะแนนแบบ 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์เกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้องเป็นส่วนมาก แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย

ระดับคะแนนแบบ 3	
ความรู้เกี่ยวกับ กลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกได้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผนและไม่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและแสดงความเข้าใจทั่ว ๆ ไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจนไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงการสนับสนุน การให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย
ระดับคะแนนแบบ 2	
ความรู้ทาง คณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด การคำนวณอาจพลาด
ความรู้เกี่ยวกับ กลยุทธ์	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญได้บ้าง แต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์หรือบางที่ไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่อง หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน
ระดับคะแนนแบบ 1	
ความรู้ทาง คณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับ กลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขอาจจะไม่สมบูรณ์หรือบางที่ไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความยาก

ระดับคะแนนแบบ 0	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบของปัญหาผิด ลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่พยายามแก้ปัญหา
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพประกอบผิดพลาด

Kennedy and Tipps (1994) กล่าวถึงเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

- 1) ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)
 - ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
 - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
 - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
 - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
- 2) การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics representation)
 - ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
 - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ชัดเจน
- 3) ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of presentation)
 - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
 - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
 - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
 - การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

กรมวิชาการ (2546, pp. 121-124) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบ อัตนัยทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังตาราง 3

ตารางที่ 3 ตารางแสดงเกณฑ์การให้คะแนน การทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระดับ คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน เป็นระบบ กระชับชัดเจน และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำ แต่คำตอบถูกต้องครบถ้วนหรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิหรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0/ไม่พยายาม	ไม่ทำหรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าว ผู้วิจัยได้เลือกใช้เกณฑ์การประเมินแบบรูปิก โดยแบ่งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ด้าน ตามแนวคิดของ Kennedy and Tipps (1994) คือ 1) ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ 3) ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา

และในแต่ละด้านในงานวิจัยนี้ได้แบ่งเกณฑ์การให้คะแนน ตามแนวทางของกรมวิชาการ ระดับคะแนน 0 - 3 คะแนน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

Senne-Dibble (1995) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม และกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอนเรื่อง เรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจและการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อเขาคิดเขาก็พูดได้ 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียนสามารถเขียนสื่อสารความเข้าใจ ทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสม เมื่อนักเรียนได้รับการประเมินความสามารถในการสื่อสาร ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Rodeheaver (2000) ได้ทำการศึกษากรณีศึกษาระหว่างนักเรียนและครู และความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่มีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครู ผลปรากฏว่าข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษานี้แสดงถึงครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารอย่างมาก โดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

Alexander Renkl (2002) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการเรียนรู้จากตัวอย่างงานประกอบ คำอธิบายด้วยตนเอง กลุ่มตัวอย่างคือนักศึกษาจากมหาวิทยาลัย โดยเป็นกลุ่มทดลอง 28 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน ผลการวิจัยพบว่าคำอธิบายจากการเรียนการสอนมีผลในเชิงบวกต่อการเรียนรู้ กลุ่มทดลองมีผลการเรียนดีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Lewison et al. (2006) ได้ศึกษาเรื่องการสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทาระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

Zemira R. Mevarech and Shimon Fridkin (2006) ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การฝึกการรู้คิดด้วยวิธี IMPROVE ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรที่ใช้คือนักเรียนในวิทยาลัยของประเทศอิสราเอลจำนวน 81 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอน IMPROVE มีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ การวิจัยในครั้งนี้แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวิทยาลัยภายใต้การใช้วิธีการสอนการรู้คิด ซึ่งงานวิจัยก่อนส่วนใหญ่มุ่งเน้นเฉพาะการใช้วิธีการสอน IMPROVE กับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา

Endah Retnowati, Paul Ayres และ John Sweller (2010) ทำวิจัยเรื่อง ผลจากการเรียนรู้จากตัวอย่างงานระหว่างเรียนรู้ด้วยตนเองกับเรียนรู้แบบกลุ่ม กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนระดับประถมศึกษา 107 คน จากอินโดนีเซีย ผลการวิจัยพบ การเรียนรู้จากตัวอย่างงานมีประสิทธิภาพดีกว่าการเรียนรู้แบบปกติทั้งแบบเดี่ยวและแบบกลุ่ม และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาที่กว้างขึ้นได้

Atik Rodiawati (2018) ทำวิจัยเรื่อง การเรียนรู้จากตัวอย่างงานร่วมกับปัญหา โครงสร้างไม่สมบูรณ์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง ผลการวิจัยพบว่า การเรียนรู้จากตัวอย่างงานร่วมกับปัญหาโครงสร้างไม่สมบูรณ์สามารถพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงได้ เพราะตัวอย่างงานร่วมกับปัญหาโครงสร้างไม่สมบูรณ์ช่วยให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ จนทำให้เวลาคิดการแก้ปัญหาปราศจากภาระทางปัญญาได้ นอกจากนี้ยังสามารถทำให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ไขใหม่ ๆ ขึ้นเพื่อช่วยแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้นได้

4.2 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้อง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้วิจัยการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งศักยภาพทางคณิตศาสตร์สื่อสารพัฒนาฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า ศักยภาพด้านการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดสื่อสารหลังเรียนกับก่อนเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างโมเดลกับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 96 คน เป็นกลุ่มทดลอง 45 คน กลุ่มควบคุม 51 คน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประชากรในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 54 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 54 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือ 50% นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่า กลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ นักเรียนกลุ่มที่ทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ .05

สิริรัตน์ ผลขวัญโชติกา (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 4E x 2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 มีความสามารถในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายและแสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพัทลุง เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 48 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม 45 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

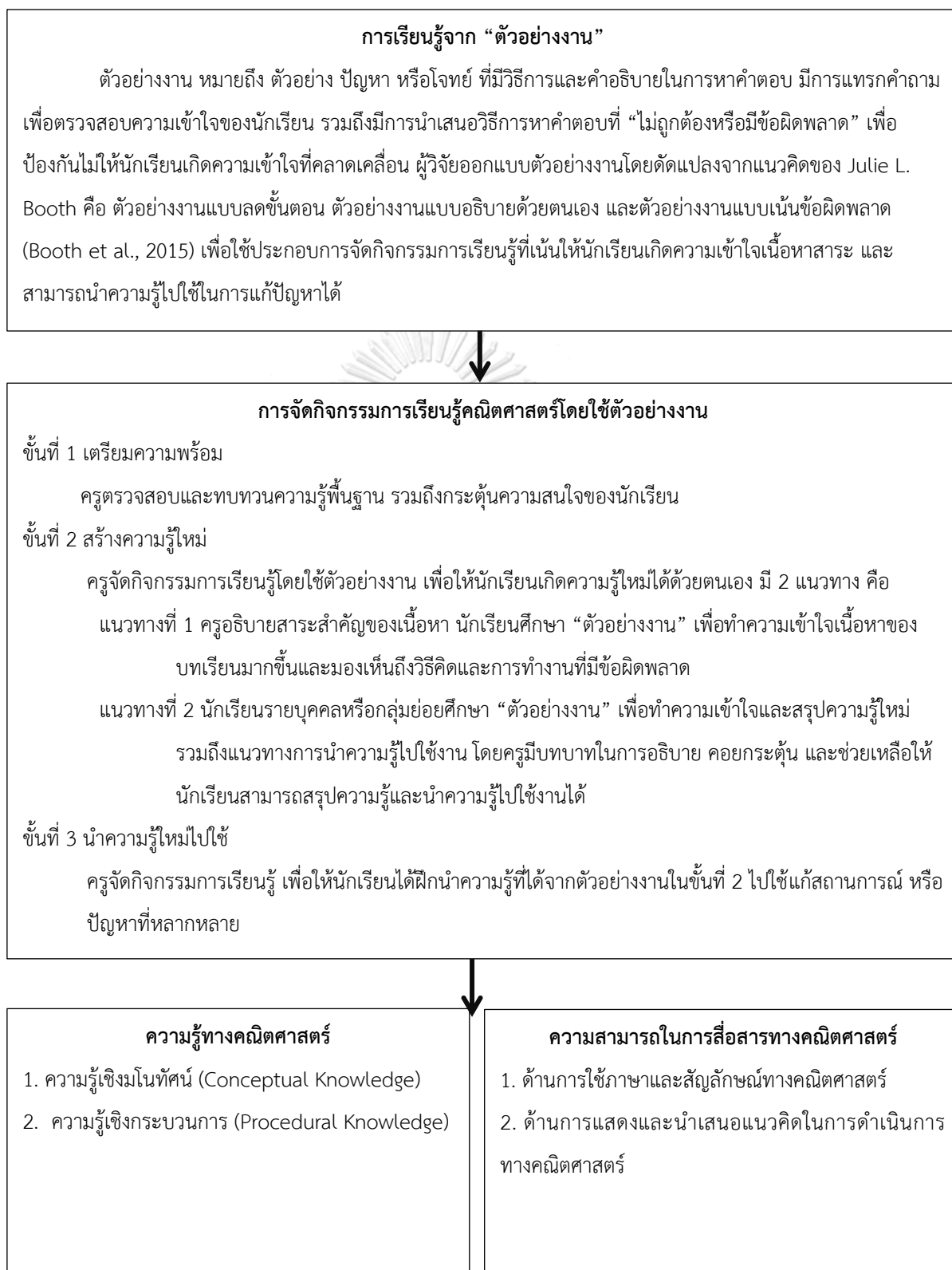
อิสริยา ปรมัตถการ (2556) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลนครราชสีมาเป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 40 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม 41 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

ณิชภาพร เจริญวานิชกูร (2559) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน ตามแนวคิดของ MAYNES และ SCOTT ที่มีต่อความรู้

ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 44 คน และกลุ่มควบคุม 46 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบในระยะเวลาระหว่างเรียน และนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

ไตรภพ คงเสน (2559) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโพร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ กลุ่มทดลองจำนวน 44 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

5. กรอบแนวคิดในการวิจัย



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้และสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย
 - 7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด
 - 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียด ดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากห้องสมุดและอินเทอร์เน็ต งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) ศึกษาเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รวมถึงศึกษาจากหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดขอบเขตเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้ และแนวทางในการทำแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4) ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา และข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการและวิธีสร้างแบบวัด รวมถึงเกณฑ์การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และใบงานที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นแนวทางในการออกแบบการสัมภาษณ์เกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กรณีที่นักเรียนเขียนคำตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หรือใบงานไม่ชัดเจน

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-experimental research) ที่มีกลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว โดยก่อนเรียนจะมีการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ระหว่างทดลองจะมีการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และหลังเรียนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน จะมีการทดสอบ ได้แก่ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีแบบแผนการวิจัยดังนี้

ตารางที่ 4 แบบแผนการวิจัย

แผนการวิจัย	ก่อนเรียน	ระหว่างเรียน	หลังเรียน
การทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ (K)	–	–	K
การทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (C)	C ₁	–	C ₂
การเก็บข้อมูลการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (CO)	–	CO ₁ - CO ₂ - CO ₃	–

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

- K แทน การทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
- C₁ และ C₂ แทน การทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน และหลังเรียน ตามลำดับ
- CO₁, CO₂ และ CO₃ แทน การเก็บข้อมูลเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ในระยะที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งจากการสำรวจพบว่า โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่และโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถในการเรียนรู้ และในปีการศึกษา 2564 มีนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 513 คน มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีนักเรียนที่

มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ อยู่ในห้องเดียวกัน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการดำเนินการดังนี้

1) โรงเรียนคัดสรรนักเรียนจำนวน 1 ห้อง จำนวน 44 คน ซึ่งเป็นนักเรียนห้องปกติ และลดความสามารถ โดยนักเรียนห้องนี้มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ

2) ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขของการเป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยพิจารณาจากการเข้าชั้นเรียนอย่างน้อยร้อยละ 80 และให้ความร่วมมือในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างสม่ำเสมอ รวมถึงให้ความร่วมมือในการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และใบงาน

3) จากจำนวนนักเรียนทั้ง 44 คนดังกล่าว มีนักเรียนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของการเป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ระบุไว้ในข้อ 2) จำนวน 35 คน

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.2.3 ใบงาน

4.2.4 การสัมภาษณ์

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 11 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 50 นาที โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนตามรายละเอียดต่อไปนี้

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีขั้นตอนในการสร้างต่อไป

1) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3) สร้างกรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ให้สอดคล้องกับนิยามเชิงปฏิบัติการของกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ในบทที่ 1 หน้า 8-9 แสดงดังตาราง 5

ตารางที่ 5 กรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน

ขั้นตอน	กิจกรรมย่อย
<p>ขั้นที่ 1 เตรียมความพร้อม</p> <p>ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนหรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียน</p>	<p>- ครูอธิบายเนื้อหา หรือสาระสำคัญ ที่เป็นความรู้พื้นฐานสำหรับเนื้อหาใหม่</p>
<p>ขั้นที่ 2 สร้างความรู้ใหม่</p> <p>ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากตัวอย่างงาน โดยมีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งขึ้นกับลักษณะเนื้อหาที่สอน 2 แนวทาง ดังนี้</p> <p>แนวทางที่ 1 ครูเน้นการอธิบายสาระสำคัญของเนื้อหา จากนั้นจะให้นักเรียนศึกษา “ตัวอย่างงาน” เพื่อให้เข้าใจเนื้อหามากขึ้น และเพื่อชี้ให้นักเรียนมองเห็นถึงวิธีคิดและการทำงานที่มีข้อผิดพลาด</p> <p>แนวทางที่ 2 ครูเน้นให้นักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยได้ศึกษาสาระสำคัญหรือแนวทางจาก “ตัวอย่างงาน” เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับ “ขั้นตอนการคิดและการทำงาน ผลลัพธ์และ</p>	<p><u>แนวทางที่ 1</u></p> <p>- ครูอธิบายหรือจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจสาระสำคัญของเนื้อหา</p> <p>- นักเรียนศึกษา “ตัวอย่างงาน” เพื่อให้เข้าใจเนื้อหามากขึ้นและเพื่อชี้ให้นักเรียนมองเห็นถึงวิธีคิดและการทำงานที่มีข้อผิดพลาด</p> <p>- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้โดยครูใช้คำถาม</p> <p><u>แนวทางที่ 2</u></p> <p>- นักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยได้ศึกษาสาระสำคัญหรือแนวทางจาก “ตัวอย่างงาน” เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับ “ขั้นตอนการคิดและการทำงาน ผลลัพธ์และคำอธิบายเพิ่มเติม”</p>

ขั้นตอน	กิจกรรมย่อย
<p>คำอธิบายเพิ่มเติม”ในการทำกิจกรรมหรือหาคำตอบของปัญหาจากตัวอย่างงานนั้น ๆ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอธิบายและให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ร่วมกับครูเพื่อให้ได้ความรู้ที่ถูกต้อง</p>	<p>ในการทำกิจกรรมหรือหาคำตอบของปัญหาจากตัวอย่างงานนั้น ๆ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอธิบายและแลกเปลี่ยนความรู้ - นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ร่วมกับครูเพื่อให้ได้ความรู้ที่ถูกต้อง
<p>ขั้นที่ 3 นำความรู้ใหม่ไปใช้</p> <p>เป็นขั้นที่นักเรียนฝึกใช้ความรู้ที่ได้รับขั้นที่ 2 ในสถานการณ์หรือปัญหาที่หลากหลาย โดยครูใช้ตัวอย่างงาน เพื่อชี้ให้นักเรียนเข้าใจถึงแนวทางการนำความรู้ไปใช้ในการอธิบายสถานการณ์หรือแก้ปัญหา รวมถึงเพื่อชี้ให้นักเรียนมองเห็นถึงวิถีคิดและการทำงานที่มีข้อผิดพลาด จากนั้น นักเรียนฝึกใช้ความรู้ไปแก้ปัญหาโดยอาศัยแนวทางจากตัวอย่างงาน</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนศึกษาวิธีการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาจากตัวอย่างงาน - ครูคอยแนะแนวทางหรือช่วยเหลือในกรณีที่จำเป็นได้ แต่ไม่มากจนเกินไปเพื่อให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองให้มากที่สุด - ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีการและคำตอบที่ถูกต้อง ครูอาจอธิบายเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนซักถาม - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยครูอาจใช้คำถามเพื่อเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ จากบทเรียนนี้ รวมถึงมอบหมายแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญในบทเรียน

4) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้สอดคล้องกับกรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ประกอบด้วย แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 11 แผน แผนละ 50 นาที และจัดเตรียมเอกสารประกอบการสอน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นสร้างความรู้ใหม่ ขั้นนำความรู้ใหม่ไปใช้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 11 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้ง 11 แผน ที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขจากข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วไปทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง

สำหรับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้ง 11 แผน มีรายละเอียดเนื้อหารายคาบ มโนทัศน์ที่สำคัญ และประเภทของตัวอย่างงานที่ใช้ แสดงดังตาราง 6

ตารางที่ 6 แสดงเนื้อหาและประเภทของตัวอย่างงานที่ใช้ ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	ประเภทของตัวอย่างงาน
1	ความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันในชีวิตจริง	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
	ความหมายของอสมการ	-
	สัญลักษณ์และเครื่องหมายของอสมการ	-
	การเขียนอสมการแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
	ความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
2	คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
	อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 แบบ ที่จำแนกตามลักษณะคำตอบ	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
	กราฟแสดงคำตอบทั้งหมดของอสมการ	- ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด
	การพิจารณาคำตอบทั้งหมดของอสมการจากกราฟ และการเขียนกราฟแสดงคำตอบทั้งหมดของอสมการ	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
3	สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย
	อสมการที่สมมูลกัน	-
	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย

แผนการจัดการ เรียนรู้ที่	เนื้อหา	ประเภทของตัวอย่างงาน
4	สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย
	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย - ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด
5	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย
6	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน (ต่อ)	- ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด
7	การกำหนดตัวแปรและสร้างสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สัมพันธ์กับ “โจทย์ปัญหา”	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย
8	การแก้โจทย์ปัญหาอย่างง่าย โดยใช้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย
9	การแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย
10 -11	การแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)	- ตัวอย่างงานแบบลดขั้นต้นตอนและมีการอธิบาย - ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ใบงาน และแบบสัมภาษณ์ โดยรายละเอียดและการพัฒนาแบบวัดทั้งสองมีดังนี้

4.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นแบบวัดปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ซึ่งมีรายละเอียด สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

รายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอน ดังนี้

1) ศึกษาความหมายและนิยามเชิงปฏิบัติการจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3) วิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 23 (หน้า 141) และตารางที่ 24 (หน้า 143) ในภาคผนวก ง

3) สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามนิยามเชิงปฏิบัติการ เป็นแบบวัดปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน โดยเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกต้องได้ 1 คะแนน และตอบผิดได้ 0 คะแนน

4) นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

5) นำแบบวัดความรู้คณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาเสนอให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดและให้คำแนะนำเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยใช้ดัชนี IOC (item objective congruence) ที่ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ว่าค่าดัชนี IOC ≥ 0.50 จึงจะถือว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับโครงสร้างและนิยามที่ต้องการวัด โดยข้อคำถามทุกข้อมีค่าดัชนี IOC ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด และข้อเสนอแนะจากผู้ทรงคุณวุฒิมีประเด็นที่ต้องแก้ไข มีดังต่อไปนี้

5.1 ความเหมาะสมของภาษา ควรใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ให้เข้าใจง่ายขึ้น สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน เช่น

โจทย์เดิม

จากอสมการ $-4x < 8$ เมื่อดำเนินการใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน จะได้ “อสมการสุดท้าย” ตรงกับข้อใด

1. $x > -2$
2. $x < -2$
3. $x \geq -2$
4. $x \leq -2$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

จากอสมการ $-4x < 8$ เมื่อดำเนินการใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน จะได้ “อสมการคำตอบ” ตรงกับข้อใด

1. $x > -2$
2. $x < -2$
3. $x \geq -2$
4. $x \leq -2$

โจทย์เดิม

ให้ x แทนปริมาณสินค้า (หน่วยเป็นชิ้น) ที่นายเอกต้องการผลิตตามเงื่อนไข โดยเมื่อสร้างและแก้สมการ _____ ที่จะใช้หาค่า x ได้ อสมการสุดท้าย เป็น $x \geq \frac{19}{2}$ ข้อใดสรุปได้

ถูกต้อง

1. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าไม่เกิน 9 ชิ้น
2. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าได้มากที่สุด 10 ชิ้น
3. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าไม่น้อยกว่า 9 ชิ้น
4. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าอย่างน้อย 10 ชิ้น

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ให้ x แทนปริมาณสินค้า (หน่วยเป็นชิ้น) ที่นายเอกต้องการผลิตตามเงื่อนไข โดยเมื่อสร้างและแก้สมการที่เกี่ยวข้องกับค่า x จะได้ผลลัพธ์เป็น อสมการสุดท้าย เป็น $x \geq \frac{19}{2}$ ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าไม่เกิน 9 ชิ้น
2. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าได้มากที่สุด 10 ชิ้น
3. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าไม่น้อยกว่า 9 ชิ้น
4. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าอย่างน้อย 10 ชิ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Chulalongkorn University

5.2 ประเด็นอื่น ๆ ปรับสถานการณ์ในโจทย์ให้มีความสมจริงมากยิ่งขึ้น

เช่น

โจทย์เดิม

กำหนดสถานการณ์คือ

พ่อซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง (หน่วยเป็นผล) ลูกกินไป 5 ผล ไม่เกิน ไปอีก 7 ผล ทำให้ตอนนี้เหลือ ส้มไม่เกิน 15 ผล

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าตอนแรกพ่อซื้อส้มมา x ผล อสมการที่แทน ข้อความข้างต้น คือ $x - 12 < 15$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดสถานการณ์คือ

พ่อซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง (หน่วยเป็นผล) ลูกชายทานไป 5 ผล จากนั้นแม่ทานไปอีก 7 ผล ทำให้ พ่อเหลือ ส้มอยู่ไม่เกิน 15 ผล

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าให้พ่อซื้อส้มมา x ผล อสมการที่แทนข้อความข้างต้น คือ $x - 12 < 15$

ข. ถ้าให้ y แทนสั้มหลังจากลูกกินไปแล้ว
อสมการที่

$$\text{แทนข้อความข้างต้น คือ } y - 7 \leq 15$$

ข้อความใดถูกต้อง

1. ก. ถูกเพียงข้อเดียว
2. ข. ถูกเพียงข้อเดียว
3. ทั้ง ก. และ ข. ถูกต้อง
4. ทั้ง ก. และ ข. ไม่ถูกต้อง

ข. ถ้าให้ y แทนจำนวนสั้มที่เหลือหลังจากลูกชาย
ทานไป

แล้ว อสมการที่แทนข้อความข้างต้นคือ

$$y - 7 \leq 15$$

ข้อความใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก. ถูกต้องเท่านั้น
2. ข้อความ ข. ถูกต้องเท่านั้น
3. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ถูกต้องทั้งคู่
4. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ไม่ถูกต้องทั้งคู่

6) นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 5) ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2564 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาแล้ว โดยเป็นนักเรียนจากโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย จำนวน 88 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

หมายเหตุ ผู้วิจัยเลือกทดลองใช้ (Try out) แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เนื่องจากเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถูกจัดให้เรียนเป็นเรื่องแรกของภาคเรียนที่ 1 ซึ่งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ยังไม่ได้เรียนเนื้อหาเรื่องนี้

7) นำคะแนนที่ได้จากข้อ 6) มาหาค่าความยาก (p) โดยมีเกณฑ์อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยมีเกณฑ์ 0.20 ขึ้นไป ทั้ง 35 ข้อ จากนั้นคัดเลือกข้อที่ผ่านเกณฑ์ให้เหลือ 20 ข้อ แล้วนำมาหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder-Richardson-20: KR-20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข

8) ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ ที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีดังนี้

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.778
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.20 – 0.72
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.25 – 0.60

9) นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์และแสดงข้อมูลในข้อ 8) ไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มี 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 8 ข้อ โดยแบ่งเป็นด้านที่ 1 ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ และด้านที่ 2 ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน เนื้อหาที่ใช้คือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 8 ข้อ โดยแบ่งเป็นด้านที่ 1 ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ และด้านที่ 2 ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน เนื้อหาที่ใช้คือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน

ตารางที่ 7 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน

แบบวัด	องค์ประกอบการวัด	เนื้อหา
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์		
ฉบับก่อนเรียน	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 2 ด้าน คือ (1) ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทาง	สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน จากหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

แบบวัด ความสามารถใน การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	องค์ประกอบการวัด	เนื้อหา
	คณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง (2) ด้านการแสดงผลและนำเสนอแนวคิดในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถ ของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ อย่างถูกต้อง และอธิบายลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนเป็น ระบบ	พุทธศักราช 2551 ได้แก่ 1.สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2. ความเท่ากันทุกประการ 3. เส้นขนาน
ฉบับหลังเรียน	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 2 ด้าน คือ (1) ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนใน การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง (2) ด้านการแสดงผลและนำเสนอแนวคิดในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถ ของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ อย่างถูกต้อง และอธิบายลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนเป็น ระบบ	สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พื้นฐาน จากหลักสูตรกลุ่ม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้แก่ 1.สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2. ความเท่ากันทุกประการ 3. เส้นขนาน

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและ
ฉบับหลังเรียนโดยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาความหมายและนิยามเชิงปฏิบัติการจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสม

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน

3) สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน

3.1 วิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน แสดงดังตารางที่ 8

3.2 ตารางวิเคราะห์หลักสูตรของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน

ตารางที่ 8 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับจำนวนข้อสอบของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและ ฉบับหลังเรียน

องค์ประกอบ เนื้อหา	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์			ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์		
	จำนวนข้อ ที่ทดลอง ใช้	จำนวนข้อที่ใช้จริง		จำนวนข้อ ที่ทดลอง ใช้	จำนวนข้อที่ใช้จริง	
		ฉบับก่อน เรียน	ฉบับหลัง เรียน		ฉบับก่อน เรียน	ฉบับหลัง เรียน
1.สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	6	2	2	6	2	2
2. ความเท่ากันทุก ประการ และ	3	1	1	3	1	1
3. เส้นขนาน	3	1	1	3	1	1
รวม	12	4	4	12	4	4

3.3 เขียนข้อสอบที่ทดลองใช้ (try out) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ตามจำนวนที่แสดงในตารางที่ 8

3.4 สร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
ด้าน 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย	3	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมายได้ถูกต้องทั้งหมด
	2	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมายได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
	1	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมายได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมายไม่ถูกต้อง หรือ ไม่ตอบ
(2) ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์	3	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องทั้งหมด และมีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นระบบ
	2	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องทั้งหมด แต่มีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นระบบ - เขียนอธิบายแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน แต่มีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นระบบ
	1	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง แต่มีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นระบบ - เขียนอธิบายแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน แต่มีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นระบบ
	0	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และมีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการ

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
		ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นระบบ - ไม่มีการแสดงคำตอบ หรือเว้นว่าง

4) นำข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่จะทดลองใช้ (try out) ทั้ง 24 ข้อ เสนออาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา และความถูกต้องของข้อสอบ และปรับแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา

5) นำข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่จะทดลองใช้ (try out) ทั้ง 24 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา เสนอให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดและให้คำแนะนำเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยใช้ดัชนี IOC (item objective congruence) ที่ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ว่าค่าดัชนี $IOC \geq 0.50$ จึงจะถือว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับโครงสร้างและนิยามที่ต้องการวัด โดยข้อคำถามทุกข้อมีค่าดัชนี IOC ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด และข้อเสนอแนะจากผู้ทรงคุณวุฒิมีประเด็นที่ต้องแก้ไข มีดังต่อไปนี้

5.1 ปรับภาษาที่ใช้เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายและชัดเจนมากขึ้น โดยตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการแก้ไข เช่น

โจทย์เดิม

กำหนดสถานการณ์ดังนี้
เสื้อยืดราคาตัวละ 80 บาท เสื้อเชิ้ตราคาตัวละ 100 บาท เสื้อโปโลราคาตัวละ 110 บาท ลุงวิได้ซื้อเสื้อไปขาย โดยซื้อเสื้อยืดและเสื้อเชิ้ตรวมกัน 50 ตัว ซื้อเสื้อโปโลมากกว่าเสื้อยืดอยู่ 30 ตัว ลุงวิใช้เงินซื้อเสื้อทั้งสามชนิดไปทั้งหมด 9,200 บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้
1. จงกำหนด “ตัวแปรหรือสัญลักษณ์” เพื่อแทน “จำนวนเสื้อชนิดใดชนิดหนึ่งที่ลุงวิซื้อ มา” แล้วเขียนแทน “จำนวนเสื้อของอีกสอง

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดสถานการณ์ดังนี้
เสื้อยืดราคาตัวละ 80 บาท เสื้อเชิ้ตราคาตัวละ 100 บาท เสื้อโปโลราคาตัวละ 110 บาท ลุงวิได้ซื้อเสื้อไปขาย โดยซื้อเสื้อยืดและเสื้อเชิ้ตรวมกัน 50 ตัว ซื้อเสื้อโปโลมากกว่าเสื้อยืดอยู่ 30 ตัว ลุงวิใช้เงินซื้อเสื้อทั้งสามชนิดไปทั้งหมด 9,200 บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้
1. จงกำหนด “ตัวแปรหรือสัญลักษณ์” เพื่อแทน “จำนวนเสื้อชนิดใดชนิดหนึ่งที่ลุงวิซื้อ มา” แล้วเขียนแทน “จำนวนเสื้ออีกสองชนิดที่

ชนิดที่ลู่วีชี้อมา” ในรูปของตัวแปรหรือสัญลักษณ์ที่กำหนดดังกล่าว

2. จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “จำนวนเส้นยึดกับจำนวนเส้นเชื่อม เส้นชนิดใดที่ลู่วีชี้อมากกว่ากัน และมากกว่าอยู่ที่ตัว”

โจทย์เดิม

กำหนดสถานการณ์ดังนี้

กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมีด้าน BC เป็นฐาน มีจุด D และจุด E แบ่งด้าน BC ที่ทำให้ $BD = DE = EC$

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงวาดรูปเพื่อแสดงสามเหลี่ยม ABC จุด D และจุด E ที่สอดคล้องเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนดให้

2. จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “ถ้าด้าน AD ยาว 8 เซนติเมตร แล้ว ด้าน AE ยาวกี่เซนติเมตร”

โจทย์เดิม

กำหนดสถานการณ์ดังนี้

กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุม ABC มีขนาดมุมเท่ากับมุม ACB จุด D เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC ทำให้ด้าน AD ตั้งฉากกับด้าน BC

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงวาดรูปเพื่อแสดงสามเหลี่ยม ABC รวมถึงแสดงส่วนอื่น ๆ และเติมข้อมูลให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนด

เหลือ” ในรูปของตัวแปรหรือสัญลักษณ์ที่กำหนดดังกล่าว

2. จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “จำนวนเส้นยึดกับจำนวนเส้นเชื่อม เส้นชนิดใดที่ลู่วีชี้อมากกว่ากัน และมากกว่าอยู่ที่ตัว”

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดสถานการณ์ดังนี้

กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมีด้าน BC เป็นฐาน ให้จุด D และจุด E แบ่งด้าน BC ที่ทำให้ $BD = DE = EC$

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงวาดรูปและเขียนสัญลักษณ์เพื่อแสดงสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC จุด D และจุด E ที่สอดคล้องเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนดให้

2. จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “ถ้าด้าน AD ยาว 8 เซนติเมตร แล้ว ด้าน AE ยาวกี่เซนติเมตร”

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดสถานการณ์ดังนี้

กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุม ABC มีขนาดมุมเท่ากับมุม ACB จุด D เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC ทำให้ด้าน AD ตั้งฉากกับด้าน BC

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงวาดรูปและเขียนสัญลักษณ์เพื่อแสดงสามเหลี่ยม ABC ตามข้อมูลที่ระบุในสถานการณ์ให้ครบถ้วน

2. จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดง 2. จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดง
 รายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “ถ้าด้าน รายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า
 BC และ ด้าน AB ยาว 12 หน่วย และ 7 หน่วย “ถ้าด้าน BC และ ด้าน AB ยาว 12 หน่วย
 ตามลำดับ แล้ว “ด้าน AC ยาวที่หน่วย” และ 7 หน่วย ตามลำดับ แล้ว “ด้าน AC ยาว
 ที่หน่วย”

6) นำข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่จะทดลองใช้ (try out) ทั้ง 24 ข้อ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วจากข้อ 5) มาจัดทำเป็น 2 ฉบับ ฉบับละ 12 ข้อ แสดงดังตารางที่ 10 ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2564 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน มาแล้ว โดยทั้งสองฉบับ เป็นนักเรียนจากโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ฉบับละ 45 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

ตารางที่ 10 แสดงการทำข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่จะทดลองใช้ (try out)

องค์ประกอบ เนื้อหา	ฉบับที่ 1		ฉบับที่ 2	
	องค์ประกอบ ด้านที่ 1	องค์ประกอบ ด้านที่ 2	องค์ประกอบ ด้านที่ 1	องค์ประกอบ ด้านที่ 2
1.สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	3	3	3
2. ความเท่ากันทุกประการ	2	2	1	1
3. เส้นขนาน	1	1	2	2
รวม	12		12	

7) นำคะแนนที่ได้จากข้อ 6) มาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) จากนั้นคัดเลือกข้อที่ผ่านเกณฑ์ให้เหลือ 16 ข้อ แล้วมาหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข

8) นำข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์มาจัดเป็นแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน โดยแบ่งเป็นฉบับก่อนเรียน 8 ข้อ และฉบับหลังเรียน 8 ข้อ

9) ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ ที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีดังนี้

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.810
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.38 – 0.79
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.36 – 0.73

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ ที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีดังนี้

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.808
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.33 – 0.79
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.36 – 0.79

10) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4.2.3. ใบงาน

ผู้วิจัยสร้างใบงานเพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นจำนวน 3 ใบงาน แต่ละใบงานประกอบด้วย 1 สถานการณ์ และมีคำถาม 2 ข้อ เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยใช้ใบงานในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เป็นหลักฐาน หรือร่องรอยการเขียนตอบ ที่แสดงถึงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแผนที่ 4, 8 และ 11 (แผนละ 1 ใบงาน) แต่ละใบงานจะใช้เวลาให้นักเรียนในการตอบคำถามใบงาน 10 นาที ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์ในการประเมินระดับพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงเกณฑ์ในการจัดกลุ่มพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
จำแนกเป็นรายด้าน

พฤติกรรมของ ความสามารถในการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์	ระดับ พฤติกรรม	คำอธิบาย
ด้าน 1 การใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์	ดีมาก	นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อ ความหมายข้อมูลได้ถูกต้องทั้งหมด
	ดี	นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อ ความหมายข้อมูลได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
	พอใช้	นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อ ความหมายข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน
	ปรับปรุง	นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อ ความหมายข้อมูลไม่ถูกต้อง <u>หรือ</u> นักเรียนไม่เขียนแสดงการ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อ ความหมายข้อมูล
ด้าน 2 การแสดงและ นำเสนอแนวคิดในการ ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์	ดีมาก	นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ถูกต้องทั้งหมด และมีลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นระบบ
	ดี	นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ถูกต้องทั้งหมด แต่มีลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นระบบ <u>หรือ</u> นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน แต่มีลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นระบบ
	พอใช้	นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง แต่มีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการ ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นระบบ <u>หรือ</u> นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน แต่มีลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นระบบ

พฤติกรรมของ ความสามารถในการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์	ระดับ พฤติกรรม	คำอธิบาย
	ปรับปรุง	นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และมีลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นระบบ หรือ นักเรียนเขียนแสดงแนวคิด

4.2.4 การสัมภาษณ์

ผู้วิจัยใช้ “การสัมภาษณ์” นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามไม่ชัดเจนในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และใบงาน เพื่อนำข้อมูลมาประกอบการพิจารณาการให้คะแนนจากการตอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับตัวคำถามในการสัมภาษณ์จะมุ่งเน้นการถามให้นักเรียนอธิบาย หรือแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ตอบในแบบวัดและใบงาน โดยการสัมภาษณ์จะมีการจดบันทึกคำตอบของนักเรียน

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้สอดคล้องกับกรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานประกอบด้วย แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 11 แผน แผนละ 50 นาที และจัดเตรียมเอกสารประกอบการสอน

2. ก่อนเริ่มการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบ “ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน” ของนักเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที ตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน สำหรับข้อมูลที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจน หรือเว้นว่าง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมให้เพียงพอต่อการให้คะแนน

3. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวนทั้งสิ้น 11 แผน แผนละ 50 นาที โดยสอนละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวม 11 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564

4. ในระหว่างการทดลอง ผู้วิจัยจะมีการเก็บข้อมูลจากใบงานเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยให้นักเรียนตอบคำถามใบงานในช่วงท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละใบงานใช้เวลา 10 นาที โดยระยะที่ 1 (แผนที่ 1 - 4) เก็บข้อมูลในแผนที่ 4 ระยะที่ 2 (แผนที่ 5 - 8) เก็บข้อมูลในแผนที่ 8 และระยะที่ 3 (แผนที่ 9 - 11) เก็บข้อมูลในแผนที่ 11 หลังจากนั้นผู้วิจัยนำข้อมูลมาพิจารณาแล้วประเมินระดับพฤติกรรมโดยใช้เกณฑ์ตามตารางที่ 11 (หน้า 71) สำหรับข้อมูลที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจน หรือเว้นว่าง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมให้เพียงพอต่อประเมินระดับพฤติกรรมได้

5. หลังจากผู้วิจัยได้ทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครบทั้ง 11 แผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เวลาฉบับละ 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน สำหรับข้อมูลที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจน หรือเว้นว่าง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมให้เพียงพอต่อการให้คะแนน

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าที (t -test)

2. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน และหลังเรียน โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t -paired samples test)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณหา

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าที (*t*-test)

4. ศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนำข้อมูลเชิงคุณภาพที่เป็นงานเขียนตอบของนักเรียนจากใบงาน ซึ่งในระยะเวลาที่ 1 (แผนที่ 1 - 4) เก็บใบงานในแผนที่ 4 ระยะเวลาที่ 2 (แผนที่ 5 - 8) เก็บใบงานในแผนที่ 8 และระยะเวลาที่ 3 (แผนที่ 9 - 11) เก็บใบงานในแผนที่ 11 และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมกรณีที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจนหรือไม่ตอบ ทำให้ไม่สามารถระบุพฤติกรรมได้ แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis) พฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ผู้วิจัยจัดกลุ่มตามระดับพฤติกรรมเป็น 4 ระดับ คือ ระดับดีมาก ระดับดี ระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง ซึ่งได้จากการตัดแปลงจากเกณฑ์แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 11 (หน้า 71) จากนั้นผู้วิจัยวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเป็น 3 ระยะ แล้วนำผลมาสรุปเป็นทั้งรายบุคคล และภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบวัด
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบวัดในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบวัดทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, p. 128)

1.2 หาความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้สูตรของวิทท์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, pp. 147-148)

1.3 หาอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้สูตรของวิทท์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, pp. 147-148)

1.4 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน 20 (Kuder-Richardson Method: KR-20) ดังนี้

$$KR-20: r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนของข้อสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

(Ebel, Robert L., 1972: 414)

1.5 หาความยาก (p) ของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{N}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	R_h	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนคนทั้งหมด

(Carey, Lou., 1988: 252)

1.6 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{\frac{N}{2}}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าความยาก
	R_h	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนคนทั้งหมด

(Carey, Lou., 1988: 259)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for the Social Science) เพื่อหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ฐานนิยม (Mode) และการทดสอบค่าที (t -test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำเสนอทั้งผลวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน

ความรู้ทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{x}	S.D.	M	t	Sig.
หลังเรียน	20	13.37	2.68	66.85	3.03	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 12 พบว่า คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.37 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.68 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 66.85 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.03 สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานในการอภิปรายเกี่ยวกับผลการวิจัย ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละด้านแสดงดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์รายด้านเปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน

ความรู้ทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{x}	S.D.	ร้อยละ	t	Sig.
ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	10	6.97	1.77	69.70	3.24	0.00*
ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์	10	6.40	1.19	64.00	1.98	0.03*

* $p < .05$

จากตารางที่ 13 สามารถแปลผลได้ดังนี้

คะแนนความรู้เชิงมนทัศน์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.97 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.77 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 69.70 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.24 สรุปได้ว่า ความรู้เชิงมนทัศน์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความรู้เชิงกระบวนการหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.40 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.19 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 64.00 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 1.98 สรุปได้ว่า ความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน

ความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t	Sig.
		\bar{x}	(S.D.)	\bar{x}	(S.D.)		
	24	8.31	6.64	13.89	7.58	5.38	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 14 เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมพบว่า คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 8.31 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.64 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 13.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.58 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 5.38 สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
หลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน

ความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	คะแนน เต็ม	\bar{x}	S.D.	ร้อยละ	t	Sig.
หลังเรียน	24	13.89	7.58	57.88	-0.40	0.35

* $p < .05$

จากตารางที่ 15 เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมพบว่า คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.58 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 57.88 และผลการทดสอบค่าที่ (t -test) เท่ากับ -0.40 สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน เพื่อเป็นข้อมูลในการอภิปรายผลการวิจัย กำหนดข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้ และข้อเสนอแนะในการทำการวิจัยครั้งต่อไป ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์รายด้านเปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้งหมด 35 คน

ความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{x}	S.D.	M
ด้านที่ 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	12	6.94	3.91	57.83

ความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{x}	S.D.	M
ด้านที่ 2 ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดใน การดำเนินการทางคณิตศาสตร์	12	6.97	3.70	58.08

จากตารางที่ 16 สามารถแปลผลได้ดังนี้

คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 พบว่า คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.94 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.91 และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 57.83 ซึ่งไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

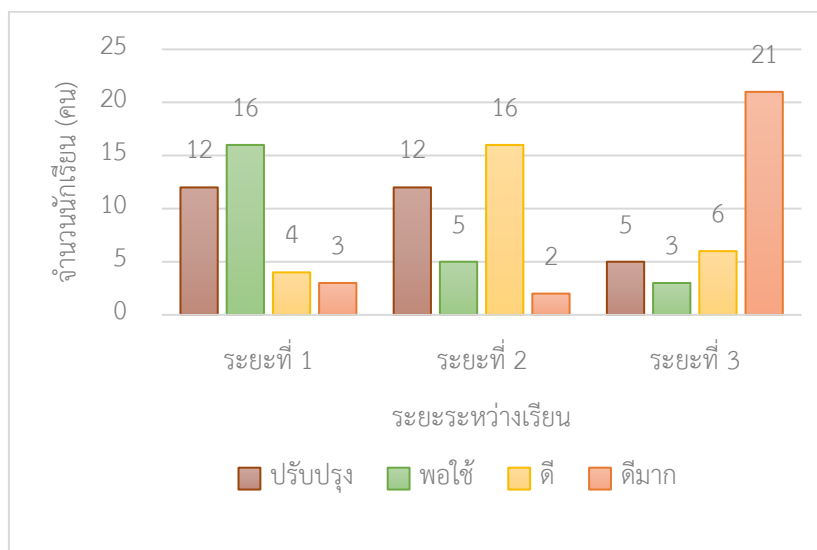
คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 พบว่า คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.97 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.70 และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 58.08 ซึ่งไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

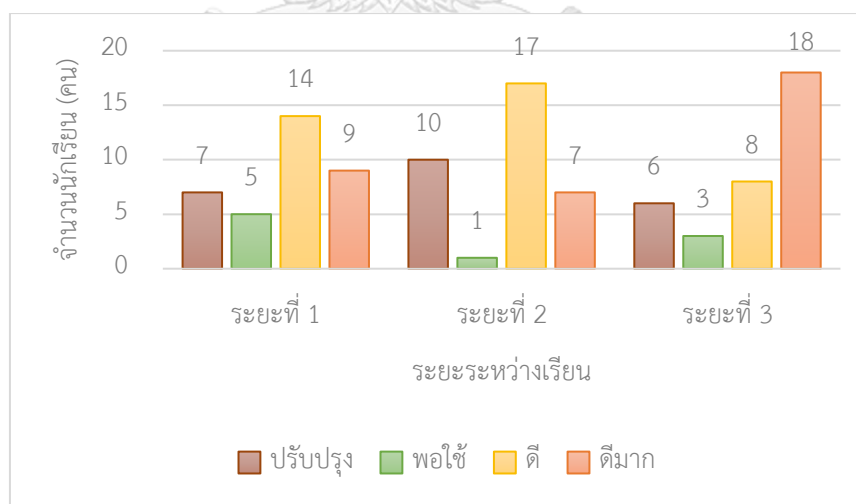
4.1 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง นำเสนอเป็นภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด

ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้จากการนำข้อมูลเชิงคุณภาพที่เป็นงานเขียนตอบของนักเรียนจากใบงาน โดยมีทั้งหมด 3 ใบงาน ซึ่งเก็บใบงานในแผ่นที่ 4, 8 และ 11 รวมถึงใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมกรณีที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจนหรือไม่ตอบ ทำให้ไม่สามารถระบุพฤติกรรมได้ จากนั้นผู้วิจัยวิเคราะห์แล้วนำผลมาสรุปเป็นทั้งรายบุคคล และภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด โดยจัดกลุ่มพฤติกรรมเป็น 4 กลุ่ม ตามระดับพฤติกรรม คือ ระดับดีมาก ระดับดี ระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง ผลการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านของนักเรียน แสดงดังภาพที่ 6 และภาพที่ 7

ภาพที่ 6 แสดงกราฟแท่งเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ระยะ



ภาพที่ 7 แสดงกราฟแท่งเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ระยะ



ผลการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละระยะ มีดังนี้

ระยะที่ 1 (แผนที่ 1 – 4)

ระยะที่ 1 เป็นระยะเริ่มต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน รายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 1

จากแผนภาพที่ 6 พบว่า ฐานนิยมของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 1 อยู่ในระดับ “พอใช้” (จำนวน 16 จาก 35 คน) กล่าวคือ นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนดได้ “ถูกต้องบางส่วน” เช่น การกำหนดตัวแปร การเขียนอสมการแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน เป็นต้น มีข้อสังเกตว่า มีนักเรียนจำนวนเกือบหนึ่งในสาม ที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูล “ไม่ถูกต้อง” หรือ ไม่เขียนอะไรเลย

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนด ในระยะที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 1

1. พิจารณาข้อความ ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบไม่มากกว่าห้า

จงกำหนดตัวแปรแทน “จำนวนจำนวนหนึ่ง” และเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความข้างต้น

วิธีทำ จาก ผลบวกจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบไม่มากกว่าห้า

บวกด้วย

ตัวอย่างที่ 2

1. พิจารณาข้อความ ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบไม่มากกว่าห้า

จงกำหนดตัวแปรแทน “จำนวนจำนวนหนึ่ง” และเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความข้างต้น

$-6 + 10 < 5$

$X + 10 < 5$

จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ข้างต้น เป็นตัวอย่างการตอบคำถามในใบงาน ซึ่งเป็นตัวอย่างพฤติกรรมที่อยู่ในระดับ “ปรับปรุง” และ “พอใช้” ตามลำดับ โดยตัวอย่างที่ 1 นักเรียนไม่สามารถกำหนดตัวแปรและไม่สามารถเขียนอสมการแทนข้อความที่กำหนดให้ได้ และตัวอย่างที่ 2 นักเรียนเขียนอสมการเพื่อแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันที่ปัญหามกำหนดไม่ถูกต้อง

ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 1

จากแผนภาพที่ 7 พบว่า ฐานนิยมของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 1 อยู่ใน “ระดับดี” (จำนวน 14 จาก 35 คน) กล่าวคือ นักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดที่มีลำดับขั้นตอนอย่างเป็นระบบ แต่แนวคิดดังกล่าวมีรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเพียงบางส่วน อย่างไรก็ตาม มีนักเรียนจำนวนหลายคนที่แสดงพฤติกรรมอยู่ใน “ระดับปรับปรุง” กล่าวคือ นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่กำหนดขั้นตอนไม่เป็นระบบและเขียนแสดงความรู้คณิตศาสตร์ประกอบแนวคิดไม่ถูกต้อง

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 3

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อแก้สมการ $x - 3 \leq 2$

2. วิธีทำ $x - 3 \leq 2$
 $x \leq 3 + 2$
 $x \leq 5$

∴ คำตอบของสมการคือ จำนวนจริงจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5
 กราฟแสดงดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อแก้สมการ $x - 3 \leq 2$

วิธีทำ จาก $x - 3 \leq 2$

บวกด้วย x ทั้งสองข้างของสมการ

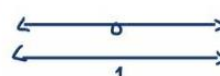
$$(x + 3) \times (x + 2)$$

$$x = 1$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 1

ดังนั้น คำตอบของสมการคือจำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 1

กราฟแสดงดังต่อไปนี้



จากตัวอย่างที่ 3 ข้างต้น เป็นตัวอย่างการตอบคำถามในใบงาน ซึ่งมีพฤติกรรมอยู่ในระดับดี โดย นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีลำดับขั้นตอนในการแก้สมการได้อย่างเป็นระบบ แต่นักเรียนเขียนแสดงรายละเอียดของสมบัติของการไม่เท่ากันที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนของการแก้สมการ ส่วนจากตัวอย่างที่ 4 ข้างต้น เป็นตัวอย่างพฤติกรรมในระดับปรับปรุง โดยนักเรียนแสดงแนวคิดและใช้สัญลักษณ์ในการอธิบายขั้นตอนการสมการไม่ถูกต้อง

ระยะที่ 2 (แผนที่ 5 – 8)

ระยะที่ 2 อยู่ในช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานในแผนที่ 5 ถึง 8 รายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2

จากแผนภาพที่ 6 พบว่า การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในระยะที่ 2 ดีขึ้นจากระยะที่ 1 ไม่มากนัก แม้ว่าฐานนิยมของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 2 อยู่ในระดับ “ดี” (จำนวน 16 จาก 35 คน) แต่ยังมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่แสดงพฤติกรรมอยู่ใน “ระดับปรับปรุง” ซึ่งนักเรียนยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนดได้ “ไม่ถูกต้อง” อย่างไม่รู้ก็ตาม มีข้อสังเกตว่านักเรียนที่ไม่เขียนตอบอะไรเลย มีจำนวนลดลงจากระยะที่ 1 อย่างชัดเจน

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนด ในระยะที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 5

1. พิจารณาข้อความ

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวยาวกว่าความกว้างอยู่ 5 หน่วย โดยความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ยาวไม่เกิน 30 หน่วย

จงกำหนดตัวแปรแทน “ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า” และ “ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า” แล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความข้างต้น

1. จำนวนนักเรียนทั้งหมด
 จำนวนนักเรียนชาย $X+5$
 จำนวนนักเรียนหญิง X
 จำนวนนักเรียนทั้งหมด 30
 $2(X+X+5) \leq 30$

ตัวอย่างที่ 6

1. จำนวนนักเรียนทั้งหมด
 จำนวนนักเรียนชาย $X+5$
 จำนวนนักเรียนหญิง X
 จำนวนนักเรียนทั้งหมด 30
 $X+5 \leq 30$

จากตัวอย่างที่ 5 และตัวอย่างที่ 6 ข้างต้น เป็นตัวอย่างการตอบคำถามในใบงาน ซึ่งเป็นตัวอย่างพฤติกรรมที่อยู่ในระดับดี โดยนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและนิพจน์แทนปริมาณต่างๆ ที่ปัญหากำหนดได้ แต่เขียนอสมการเพื่อแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันที่ปัญหากำหนด ไม่ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2

ในระยะที่ 2 นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างจากระยะที่ 1 เท่าใดนัก โดยจากแผนภาพที่ 7 แม้ว่าฐานนิยมของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในระยะที่ 2 อยู่ใน “ระดับดี” (จำนวน 17 จาก 35 คน) และมีจำนวนเพิ่มขึ้นจากในระยะที่ 1 อยู่พอสมควร แต่เมื่อพิจารณานักเรียนที่แสดงพฤติกรรมที่อยู่ใน “ระดับปรับปรุง” นั้น มีจำนวนมากกว่าในระยะที่ 1

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 7

$$\begin{array}{l}
 2. \quad 2 - 3X \geq 9 \\
 \text{วิธีทำ} \quad 2 - 3X \geq 9 \\
 \quad \quad -3X \geq 9 - 2 \\
 \quad \quad -3X \geq 7 \\
 \quad \quad X \leq \frac{7}{3}
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 8

$$\begin{array}{l}
 2. \quad 2 - 3X \geq 9 \\
 \text{วิธีทำ} \quad 2 - 3X \geq 9 \\
 \quad \quad 2 - 3X + (-2) \geq 9 - 2 \\
 \quad \quad -3X \geq 7 \\
 \quad \quad \frac{-3X}{-3} \leq \frac{7}{-3} \\
 \quad \quad X \leq \frac{-7}{3} \\
 \therefore \text{จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ } \frac{-7}{3}
 \end{array}$$

จากตัวอย่างที่ 7 ข้างต้น เป็นตัวอย่างการตอบคำถามในใบงาน ซึ่งมีพฤติกรรมอยู่ในระดับดี โดย นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดที่มีลำดับขั้นตอนในการแก้สมการได้อย่างเป็นระบบ แต่นักเรียนเขียนแสดงรายละเอียดของสมบัติของการไม่เท่ากันที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนของการแก้สมการ ส่วนจากตัวอย่างที่ 8 ข้างต้นซึ่งเป็นตัวอย่างพฤติกรรมในระดับดีมาก โดยนักเรียนเขียนแสดงแนวคิดในการแก้สมการอย่างเป็นขั้นตอน และเขียนแสดงร่องรอยของการใช้สมบัติของการไม่เท่ากันในการแก้สมการ

ระยะที่ 3 (แผนที่ 9 - 11)

ระยะที่ 3 เป็นระยะสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานรายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 3

นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 3 ดีขึ้นเมื่อเทียบกับระยะที่ 1 อย่างชัดเจน โดยจากแผนภาพที่ 6 พบว่า ฐานนิยมของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 3 อยู่ในระดับ “ดีมาก” (จำนวน 21 จาก 35 คน) กล่าวคือ นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนดได้ “ถูกต้องทั้งหมด” เช่น การกำหนดตัวแปร การเขียนอสมการแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน เป็นต้น อย่างไรก็ตาม แม้ว่ายังมีนักเรียนบางคนที่ยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนด “ไม่ถูกต้อง” แต่ก็มีแนวโน้มที่ดีขึ้นกว่าระยะที่ 1 และ 2

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนด ในระยะที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 9

ปัญหา: แนนโตะซื้อส้มโอและมะม่วงมาขาย โดยซื้อมารวมกัน 100 ลูก เป็นเงิน 1,700 บาท ถ้าเขาขายส้มโอลูกละ 40 บาท มะม่วงลูกละ 5 บาท เมื่อขายหมดจะได้กำไรอย่างน้อย 625 บาท อยากทราบว่าแนนโตะซื้อส้มโมาอย่างน้อยกี่ลูก

1. จงกำหนดตัวแปรและสร้างอสมการแทนปัญหาข้างต้น

เงิน x แทนจำนวนส้มโอแนนโตะซื้อ
 $100 - x$ แทนจำนวนมะม่วงที่แนนโตะซื้อ
 $40x$ แทนราคาส้มโอที่ขายได้
 $5(100 - x)$ แทนราคามะม่วงที่ขายได้
 อสมการเป็น $40x + 5(100 - x) \geq 1,700 + 625$

จากตัวอย่างที่ 9 เป็นตัวอย่างการตอบคำถามในใบงาน ซึ่งเป็นตัวอย่างพฤติกรรมที่อยู่ในระดับดีมาก โดยนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและนิพจน์แทนปริมาณต่างๆ ได้ รวมถึงเขียนอสมการแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันตามแบบที่โจทย์กำหนดได้

ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 3

นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 3 “ดีขึ้น” จากระยะที่ 1 และระยะที่ 2 ค่อนข้างชัดเจน โดยจากแผนภาพที่ 7 พบว่า ฐานนิยมของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 3 อยู่ในระดับ “ดีมาก” (จำนวน 18 จาก 35 คน) กล่าวคือ

นักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบแนวคิดที่ถูกต้องทั้งหมด อย่างไรก็ตาม ยังมีนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมที่อยู่ใน “ระดับปรับปรุง” แต่มีจำนวนลดลงกว่าในระยะเวลาที่ 2 และน้อยกว่าในระยะเวลาที่ 1

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในระยะเวลาที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 10

ปัญหา: แนนนี่ซื้อส้มโอและมะม่วงมาขาย โดยซื้อมารวมกัน 100 ลูก เป็นเงิน 1,700 บาท ถ้าเขาขายส้มโอลูกละ 40 บาท มะม่วงลูกละ 5 บาท เมื่อขายหมดจะได้กำไรอย่างน้อย 625 บาท อยากทราบว่าแนนนี่ซื้อส้มโอมาอย่างน้อยกี่ลูก

1. จงกำหนดตัวแปรและสร้างสมการแทนปัญหาข้างต้น

$$\begin{aligned} & \text{ให้ } x \text{ แทนจำนวนส้มโอแนนนี่ซื้อ} \\ & 100 - x \text{ แทนจำนวนมะม่วงที่แนนนี่ซื้อ} \\ & 40x \text{ แทนราคาส้มโอที่ขายได้} \\ & 5(100 - x) \text{ แทนราคามะม่วงที่ขายได้} \\ & \text{สมการเป็น } 40x + 5(100 - x) \geq 1,700 + 625 \end{aligned}$$

2. จากสมการในข้อ 1 จงเขียนแสดงการแก้สมการและสรุปคำตอบที่ปัญหาต้องการทราบ

$$\begin{aligned} 40x + 5(100 - x) & \geq 1,700 + 625 \\ 40x + 500 - 5x & \geq 2,325 \\ 40x - 5x & \geq 1,825 \\ 35x & \geq 1,825 \\ x & \geq \frac{1,825}{35} \\ x & \geq 52.14 \\ \therefore \text{แนนนี่ซื้อส้มโอมาอย่างน้อย } & \underline{53} \text{ ลูก} \end{aligned}$$

จากตัวอย่างที่ 10 ข้างต้น เป็นตัวอย่างการตอบคำถามในใบงาน ซึ่งมีพฤติกรรมอยู่ในระดับดีมาก โดยนักเรียนเขียนแสดงแนวคิดในการแก้สมการอย่างเป็นขั้นตอน และเขียนแสดงรายละเอียดของแนวคิดที่ถูกต้องและชัดเจน

จากรายละเอียดที่กล่าวข้างต้น ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะเวลาที่ 1, 2 และ 3

สามารถสรุปการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในภาพรวมของนักเรียน ใน 3 ระยะ แสดงดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 สรุปการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในภาพรวมของนักเรียน ใน 3 ระยะ

ระยะของการทดลอง	พฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในภาพรวม
ระยะที่ 1 (แผนที่ 1 – 4)	นักเรียนแสดงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านยังไม่ดีเท่าที่ควร ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวน 16 จาก 35 คน อยู่ในระดับพอใช้ โดยนักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบที่โจทย์กำหนดถูกต้องบางส่วน เช่น การกำหนดตัวแปร การเขียนสมการแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน ส่วนด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวน 14 จาก 35 คน อยู่ในระดับพอใช้ โดยนักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดที่มีลำดับขั้นตอนอย่างเป็นระบบ แต่แนวคิดดังกล่าวยังมีการอ้างอิงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระยะที่ 2 (แผนที่ 5 – 8)	นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองด้านเริ่มดีขึ้นจากระยะที่ 1 โดยพฤติกรรมดีขึ้นค่อนข้างชัดเจน คือด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ส่วนด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เริ่มดีขึ้นแต่ไม่แตกต่างจากระยะที่ 1 เท่าใดนัก อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจะเริ่มดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ต้องได้รับการปรับปรุง
ระยะที่ 3 (แผนที่ 9 – 11)	นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองด้านดีขึ้นอย่างชัดเจนจากระยะที่ 1 ซึ่งอยู่ในระดับดีมาก โดยพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงดีขึ้นชัดเจนกว่าพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม ในระยะนี้ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ได้รับการปรับปรุงแต่มีจำนวนลดลงจากระยะที่ 1

4.2 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง นำเสนอเป็นรายบุคคล

ในการศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยนำข้อมูลระดับพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคน (รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 29 (หน้า 160) และตารางที่ 30 (หน้า 162) ในภาคผนวก จ) มาวิเคราะห์และพิจารณาว่านักเรียนแต่ละคนมีการเปลี่ยนแปลงระดับพฤติกรรมในระยะที่ 3 เมื่อเทียบกับระยะที่ 1 อย่างไร จากนั้นผู้วิจัยนำเสนอผลวิเคราะห์เป็นรายด้าน ดังนี้

4.2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

การเปลี่ยนแปลงระดับพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคลในระยะที่ 3 เมื่อเทียบกับระยะที่ 1 สามารถจำแนกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

(1) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม แสดงดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม

นักเรียน เลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3				สรุปจำนวน นักเรียน
	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	
8	√						√		1 คน
5	√							√	7 คน
10	√							√	
11	√							√	
13	√							√	
14	√							√	
17	√							√	
19	√							√	
22		√					√		5 คน
23		√					√		
27		√					√		

นักเรียน เลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3				สรุปจำนวน นักเรียน
	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	
30		√					√		
34		√					√		
4		√						√	7 คน
20		√						√	
21		√						√	
26		√						√	
28		√						√	
29		√						√	
32		√						√	
2			√					√	4 คน
9			√					√	
12			√					√	
24			√					√	
รวมนักเรียนทั้งหมด									24 คน

จากตารางที่ 18 พบว่า นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม มีทั้งหมด 24 คน คิดเป็นร้อยละ 68.57 โดยนักเรียนจำนวนมากที่สุด คือ นักเรียนกลุ่มที่มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงจาก “ระดับปรับปรุง” ไปเป็น “ระดับดีมาก” และนักเรียนกลุ่มที่มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงจาก “ระดับพอใช้” ไปเป็น “ระดับดีมาก” ซึ่งมีจำนวน 7 คน ส่วนนักเรียนจำนวนน้อยที่สุด คือ นักเรียนกลุ่มที่มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงจาก “ระดับปรับปรุง” ไปเป็น “ระดับดี”

(2) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่เปลี่ยนแปลงจากระดับเดิม แสดงดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรม” ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ
คงเดิม

นักเรียน เลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3				สรุปจำนวน นักเรียน
	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	
1	√				√				4 คน
6	√				√				
7	√				√				
15	√				√				
18		√				√			3 คน
31		√				√			
35		√				√			
3				√				√	3 คน
25				√				√	
33				√				√	
รวมนักเรียนทั้งหมด									10 คน

จากตารางที่ 19 พบว่า นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่เปลี่ยนแปลงจากระดับเดิม มีจำนวนทั้งหมด 10 คน คิดเป็นร้อยละ 28.57 โดยนักเรียนจำนวนมากที่สุด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองระยะ อยู่ใน “ระดับปรับปรุง”

(3) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงจากลดจากระดับเดิม มีจำนวน 1 คน คือ นักเรียนคนที่ 6 (ตารางที่ 29 ในภาคผนวก จ หน้า 161) โดยแสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเดิมระยะที่ 1 อยู่ใน “ระดับพอใช้” เปลี่ยนแปลงลดลงเป็น “ระดับปรับปรุง”

4.2.2 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

การเปลี่ยนแปลงระดับพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคลในระยะเวลาที่ 3 เมื่อเทียบกับระยะเวลาที่ 1 สามารถจำแนกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

(1) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม แสดงดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม

นักเรียน เลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3				สรุปจำนวน นักเรียน
	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	
20	√						√		2 คน
23	√						√		
12		√					√		2 คน
14		√					√		
5		√						√	3 คน
18		√						√	
26		√						√	
6			√					√	7 คน
10			√					√	
25			√					√	
28			√					√	
31			√					√	
32			√					√	
33			√					√	
รวมนักเรียนทั้งหมด									14 คน

จากตาราง 20 พบว่า นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม มีทั้งหมด 14 คน คิดเป็นร้อยละ 40 โดยนักเรียน

จำนวนมากที่สุด คือ นักเรียนกลุ่มที่มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงจาก “ระดับดี” ไปเป็น “ระดับดีมาก” มีจำนวน 7 คน ส่วนนักเรียนจำนวนน้อยที่สุดมีจำนวนเท่ากับ 2 กลุ่ม คือ นักเรียนกลุ่มที่มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงจาก “ระดับปรับปรุง” ไปเป็น “ระดับดี” และ นักเรียนกลุ่มที่มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงจาก “ระดับพอใช้” ไปเป็น “ระดับดี” ซึ่งมีจำนวน 2 คน

(2) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่เปลี่ยนแปลงจากระดับเดิม แสดงดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่เปลี่ยนแปลงจากระดับเดิม

นักเรียน เลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3				สรุปจำนวน นักเรียน
	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	
1	√				√				5 คน
2	√				√				
4	√				√				
15	√				√				
16	√				√				
8			√				√		3 คน
17			√				√		
35			√				√		
7				√				√	8 คน
9				√				√	
11				√				√	
13				√				√	
22				√				√	
27				√				√	
29				√				√	
30				√				√	
รวมนักเรียนทั้งหมด									16 คน

จากตารางที่ 21 พบว่า นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่เปลี่ยนแปลงจากระดับเดิม มีจำนวนทั้งหมด 16 คน คิดเป็นร้อยละ 45.71 โดยนักเรียนจำนวนมากที่สุด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองระยะ อยู่ใน “ระดับดีมาก” มีจำนวน 8 คน ส่วนนักเรียนจำนวนน้อยที่สุด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองระยะ อยู่ใน “ระดับดี” มีจำนวน 3 คน

(3) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงจากลดลงจากระดับเดิม แสดงดังตารางที่ 22

ตารางที่ 22 นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงจากลดลงจากระดับเดิม

นักเรียน คนที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3				สรุปจำนวน นักเรียน
	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	ปรับปรุง	พอใช้	ดี	ดีมาก	
19			✓		✓				1
3			✓			✓			3
21			✓			✓			
34			✓			✓			
24				✓			✓		1
รวมนักเรียนทั้งหมด									5 คน

จากตารางที่ 22 พบว่า นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงจากลดลงจากระดับเดิม มีจำนวนทั้งหมด 5 คน คิดเป็นร้อยละ 14.29 โดยนักเรียนจำนวนมากที่สุด คือ นักเรียนที่พฤติกรรมด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงจาก “ระดับดี” ลดลงมาอยู่ “ระดับพอใช้” มีจำนวน 3 คน

4.2.3 สรุปการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

จากรายละเอียดที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล ซึ่งเปรียบเทียบระดับพฤติกรรมในระยาะที่ 3 กับระยาะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนมากแสดงพฤติกรรมทั้งสองด้านเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม โดยด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 68.57 และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 40 อย่างไรก็ตาม มีนักเรียนบางส่วนที่แสดงระดับพฤติกรรมเปลี่ยนแปลง “ลดลง” จากระดับเดิม โดยด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 28.57 และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 14.29



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับเกณฑ์ร้อยละ 60
4. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งจากการสำรวจพบว่า โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่และโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถในการเรียนรู้ และในปีการศึกษา 2564 มีนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 513 คน มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ อยู่ในห้องเดียวกัน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการดำเนินการดังนี้

1) โรงเรียนคัดสรรนักเรียนจำนวน 1 ห้อง จำนวน 44 คน ซึ่งเป็นนักเรียนห้องปกติ และลดความสามารถ โดยนักเรียนห้องนี้มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ

2) ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขของการเป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยพิจารณาจากการเข้าชั้นเรียนอย่างน้อยร้อยละ 80 และให้ความร่วมมือในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างสม่ำเสมอ รวมถึงให้ความร่วมมือในการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และใบงาน

3) จากจำนวนนักเรียนทั้ง 44 คนดังกล่าว มีนักเรียนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของการเป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ระบุไว้ในข้อ 2) จำนวน 35 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 11 แผน แผนละ 50 นาที

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบวัดปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ มีความเที่ยง 0.778 ค่าความยาก (p) 0.20 – 0.72 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.25 – 0.60

2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที เนื้อหาที่ใช้คือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน มีค่าความเที่ยง 0.810 ค่าความยาก (p) 0.38 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.36 – 0.73

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที เนื้อหาที่ใช้คือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน มีค่าความเที่ยง 0.808 ค่าความยาก (p) 0.33 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.36 – 0.79

2.4 ใบงาน ผู้วิจัยสร้างเพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นจำนวน 3 ใบงาน แต่ละใบงานประกอบด้วย 1 สถานการณ์ และมีคำถาม 2 ข้อ เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยใช้ใบงานในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เป็นหลักฐาน หรือร่องรอยการเขียนตอบ ที่แสดงถึงพฤติกรรมของความสามารถในสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแผนที่ 4, 8 และ 11 (แผนละ 1 ใบงาน) แต่ละใบงานจะใช้เวลาให้นักเรียนในการตอบคำถามใบงาน 10 นาที ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์ในการประเมินระดับพฤติกรรมของความสามารถในสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 11 (หน้า 71)

2.5 การสัมภาษณ์ ผู้วิจัยใช้ “การสัมภาษณ์” นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามไม่ชัดเจนในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และใบงาน เพื่อนำข้อมูลมาประกอบการพิจารณาการให้คะแนนจากการตอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับตัวคำถามในการสัมภาษณ์จะมุ่งเน้นการถามให้นักเรียนอธิบาย หรือแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ตอบในแบบวัดและใบงาน โดยการสัมภาษณ์จะมีการจดบันทึกคำตอบของนักเรียน

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้สอดคล้องกับกรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 11 แผน แผนละ 50 นาที และจัดเตรียมเอกสารประกอบการสอน

2. ก่อนเริ่มการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบ “ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน” ของนักเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที ตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน สำหรับข้อมูลที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจน หรือเว้นว่าง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมให้เพียงพอต่อการให้คะแนน

3. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวนทั้งสิ้น 11 แผน แผนละ 50 นาที โดยสอนละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวม 11 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564

4. ในระหว่างการทดลอง ผู้วิจัยจะมีการเก็บข้อมูลจากใบงานเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยให้นักเรียนตอบคำถามใบงานในช่วงท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละใบงานใช้เวลา 10 นาที โดยระยะที่ 1 (แผนที่ 1 - 4) เก็บข้อมูลในแผนที่ 4 ระยะที่ 2 (แผนที่ 5 - 8) เก็บข้อมูลในแผนที่ 8 และระยะที่ 3 (แผนที่ 9 - 11) เก็บข้อมูลในแผนที่ 11 หลังจากนั้นผู้วิจัยนำข้อมูลมาพิจารณาแล้วประเมินระดับพฤติกรรมโดยใช้เกณฑ์ตามตารางที่ 11 (หน้า 71) สำหรับข้อมูลที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจน หรือเว้นว่าง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมให้เพียงพอต่อประเมินระดับพฤติกรรมได้

5. หลังจากผู้วิจัยได้ทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครบทั้ง 11 แผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เวลาฉบับละ 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน สำหรับข้อมูลที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจน หรือเว้นว่าง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมให้เพียงพอต่อการให้คะแนน

6. ผู้วิจัยเก็บรวบรวมแบบวัดทั้งหมดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้ และนำมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าที (t -test)

- เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน และหลังเรียน โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วน

เบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (*t*-paired samples test)

- เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าที (*t*-test)

- ศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนำข้อมูลเชิงคุณภาพที่เป็นงานเขียนตอบของนักเรียนจากใบงาน ซึ่งในระยาะที่ 1 (แผนที่ 1 - 4) เก็บใบงานในแผนที่ 4 ระยาะที่ 2 (แผนที่ 5 - 8) เก็บใบงานในแผนที่ 8 และระยาะที่ 3 (แผนที่ 9 - 11) เก็บใบงานในแผนที่ 11 และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมกรณีที่นักเรียนเขียนตอบไม่ชัดเจนหรือไม่ตอบ ทำให้ไม่สามารถระบุพฤติกรรมได้ แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis) พฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ผู้วิจัยจัดกลุ่มตามระดับพฤติกรรมเป็น 4 ระดับ คือ ระดับดีมาก ระดับดี ระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง ซึ่งได้จากการดัดแปลงจากเกณฑ์แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 11 (หน้า 71) จากนั้นผู้วิจัยวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเป็น 3 ระยาะ แล้วนำผลมาสรุปเป็นทั้งรายบุคคล และภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

4.1 เมื่อพิจารณาเป็นภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด พบว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น โดยในระยะที่ 1 (แผน ที่ 1 – 4) นักเรียนแสดงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านยังไม่ได้ เท่าที่ควร ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวน 16 จาก 35 คน อยู่ใน ระดับพอใช้ โดยนักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบ ที่โจทย์กำหนดถูกต้องบางส่วน เช่น การกำหนดตัวแปร การเขียนสมการแทนความสัมพันธ์ของการ ไม่เท่ากัน ส่วนด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวน 14 จาก 35 คน อยู่ในระดับพอใช้ โดยนักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดที่มีลำดับขั้นตอนอย่างเป็น ระบบ แต่แนวคิดดังกล่าวยังมีการอ้างอิงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน ระยะที่ 2 (แผนที่ 5 – 8) นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้ง สองด้านเริ่มดีขึ้นจากระยะที่ 1 โดยพฤติกรรมดีขึ้นค่อนข้างชัดเจน คือด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ ส่วนด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เริ่มดีขึ้นแต่ ไม่แตกต่างจากระยะที่ 1 เท่าใดนัก อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจะเริ่มดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ต้องได้รับการปรับปรุง และในระยะที่ 3 (แผนที่ 9 – 11) นักเรียนมีการ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองด้านดีขึ้นอย่างชัดเจนจาก ระยะที่ 1 ซึ่งอยู่ในระดับดีมาก โดยพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงดีขึ้นชัดเจนกว่าพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม ในระยะนี้ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ได้รับการปรับปรุงแต่มีจำนวนลดลงจาก ระยะที่ 1

4.2 เมื่อพิจารณาเป็นรายบุคคล โดยเปรียบเทียบระดับพฤติกรรมในระยะที่ 3 กับ ระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนมากแสดงพฤติกรรมทั้งสองด้านเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม โดย ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 68.57 และด้าน แสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 40

อย่างไรก็ตาม มีนักเรียนบางส่วนที่แสดงระดับพฤติกรรมเปลี่ยนแปลง “ลดลง” จากระดับเดิม โดยด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.86 และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 14.29

อภิปรายผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายเป็น 3 ตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยที่พบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยที่ใช้แนวคิดใกล้เคียง คือ การที่นักเรียนได้ศึกษาจากตัวอย่างงานด้วยตนเอง งานวิจัยของ Renkl (2002) ที่พบว่า เมื่อครูให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถบอกทฤษฎีหรือหลักการที่ใช้ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ Retnowati et al. (2010) ได้ศึกษา ผลจากการเรียนรู้จากตัวอย่างงานระหว่างเรียนรู้ด้วยตนเองกับเรียนรู้แบบกลุ่ม ซึ่งได้ผลว่านักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาที่กว้างขึ้นหรือซับซ้อนมากขึ้นได้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน 2 ประการ ดังนี้

ประการแรก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีส่วนให้นักเรียนเกิดความรู้ในเนื้อหาที่เรียนทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการอย่างถูกต้องชัดเจน โดยมีขั้นตอนที่ช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ที่ถูกต้องอย่างค่อยเป็นค่อยไป กล่าวคือ *ขั้นที่ 1* นักเรียนได้รับการทบทวนและการความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้เพียงพอสำหรับการทำความเข้าใจเนื้อหาสาระหรือสร้างความรู้ใหม่ *ขั้นที่ 2* นักเรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหาสาระและสร้างความรู้ที่ถูกต้อง ผ่านตัวอย่างงานทั้งสองลักษณะ คือ แบบเน้นข้อผิดพลาดและแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย ซึ่งตัวอย่างงานดังกล่าว จะแสดงลักษณะสำคัญของความรู้ แนวคิดหรือแนวทางในนำความรู้ไปใช้กับโจทย์อย่างง่าย มีคำถามเพื่อเน้นให้เข้าใจถึงวิธีการหาคำตอบ และมีการนำเสนอวิธีการคำตอบที่ “ไม่ถูกต้องหรือมีข้อผิดพลาด” เพื่อเน้นป้องกันไม่ให้นักเรียนทำตาม รวมถึงมีแบบฝึกหัดให้นักเรียนฝึกทำจนเกิดความเข้าใจเนื้อหาสาระที่ถูกต้องมากขึ้น และ *ขั้นที่ 3* นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ไปใช้ใน

สถานการณ์หรือปัญหาที่หลากหลาย ผ่านตัวอย่างงานทั้งสองลักษณะดังกล่าวซึ่งแสดงวิธีคิดหรือแนวทางในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจนมากยิ่งขึ้น โดยในแต่ละชั้น จะครูคอยให้การสนับสนุนการสรุปและนำความรู้ใหม่ไปแก้ปัญหาจากการศึกษาตัวอย่างงาน การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานตามขั้นตอนทั้ง 3 อย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนได้สร้างความรู้ใหม่ที่ถูกต้องและชัดเจนขึ้น

ประการที่สอง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ตัวอย่างงานมีแนวคิดสอดคล้องกับแนวทางพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ที่กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (Metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว้ว่า นักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่าง ๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้น มักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ Klausmeier and Ripple (1971, อ้างถึงใน นิชาพร เจริญวานิชกูร, 2559) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความรู้รวมถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำได้โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่เรียนในการแก้ปัญหา และลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียน "สะท้อนการเรียนรู้ของตนเอง" การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความเข้าใจของตนเองตลอดจนครูควรให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับผลการเรียนรู้แก่นักเรียน เพื่อให้ทราบข้อผิดพลาดและสิ่งที่ต้องปรับปรุงแก้ไข อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง และนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังมีข้อสังเกตเกี่ยวกับคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเท่ากับ 66.85 (ดังตารางที่ 12) ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มไม่มากนัก เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ เท่ากับ 69.70 และ 64.00 ตามลำดับ (ดังตาราง 13) ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ไม่มากนักเช่นกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานผ่านรูปแบบออนไลน์ ซึ่งการเรียนผ่านระบบออนไลน์ของนักเรียนอาจเป็นตัวแปรแทรกซ้อนที่อาจส่งผลกระทบต่อ “บรรยากาศการเรียนการสอน” โดยทำให้ขาดการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียนด้วยกัน และระหว่างนักเรียนกับครูในบางโอกาส รวมถึงยังอาจส่งผลกระทบต่อ “นักเรียน” โดยอาจทำให้นักเรียนขาดแรงจูงใจในการเรียน หรือขาดสมาธิในการทำความเข้าใจในเนื้อหาของบทเรียน นอกจากนี้การที่นักเรียนบางส่วนไม่พร้อมในเรื่อง

อุปกรณ์ สัญญาณอินเทอร์เน็ต หรือไม่ให้ความร่วมมือในการเปิดกล้องขณะที่เรียน อาจส่งผลกระทบต่อ “ครู” ที่ไม่สามารถสังเกตได้ว่านักเรียนเข้าใจเนื้อหาบทเรียนหรือไม่ หรือนักเรียนให้ความร่วมมือกับกิจกรรมการเรียนการสอนหรือไม่ จากประเด็นผลกระทบต่าง ๆ ที่เกิดจากการเรียนผ่านรูปแบบออนไลน์ที่กล่าวมานั้น อาจเป็นสาเหตุที่ทำให้คะแนนร้อยละเฉลี่ยของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทั้งในภาพรวม และรายด้าน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มไม่มากนัก

ตอนที่ 2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.1 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

ผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้ อาจมีเหตุผลสนับสนุน 3 ประการ ดังนี้

ประการแรก การที่ผู้วิจัยทราบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านใด ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อมูลเกี่ยวกับข้อบกพร่องของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งข้อมูลข้อบกพร่องนี้ ผู้วิจัยนำมาใช้ออกแบบ “ตัวอย่างงาน” เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ผ่านตัวอย่างงาน นอกจากจะให้เห็นตัวอย่างการเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง แล้วยังจะได้เห็นตัวอย่างการเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง ทั้งเรื่องการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง และการแสดงแนวคิดที่ไม่เป็นขั้นตอนผ่านรายละเอียดมากขึ้น ซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Renkl (2011) ที่พบว่า ตัวอย่างงานคือเนื้อหา ตัวอย่างปัญหา และการแสดงวิธีแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเห็นกระบวนการคิด และเขียนอธิบายขั้นตอนการทำต่าง ๆ ได้ชัดเจนมากขึ้น

ประการที่สอง จากการที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ “ตัวอย่างแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย” ทำให้นักเรียนเห็นตัวอย่างการเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์อย่างถูกต้อง มีการแสดงแนวคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และแสดงรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง รวมถึงตัวอย่างแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย จะมีโจทย์ให้นักเรียนได้ฝึกเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วย นอกจากนี้การที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ “ตัวอย่างงานแบบเน้นข้อผิดพลาด” ทำให้นักเรียนเห็นการเขียนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง หรือแสดงแนวคิดที่มีข้อผิดพลาดหรือไม่ถูกต้อง อาจส่งผลให้นักเรียนเห็นแนวทางการเขียน

สื่อสารที่ถูกต้องชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Buschman (1995) ที่กล่าวไว้ว่า การสอนโดยใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลซึ่งมีขั้นตอนของการแสดงแนวคิดและมีการใช้สัญลักษณ์ที่ถูกต้อง หรือการสอนโดยใช้ปัญหาและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้องหรือมีข้อผิดพลาด สามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ประการที่สาม จากการที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ “ตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย” ซึ่งจะมีโจทย์ให้นักเรียนฝึกเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ เมื่อครูตรวจสอบสิ่งที่นักเรียนฝึกเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของโจทย์ดังกล่าว ทำให้ครูมีข้อมูลเกี่ยวกับข้อดีและข้อบกพร่องในการเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อนักเรียนเขียนไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถเขียนได้ ครูสามารถชี้แนะ หรือเขียนแสดงวิธีการที่ถูกต้องให้นักเรียนได้ จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้คะแนนสื่อสารหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993) ที่กล่าวว่า การชี้แนะโดยตรงและโดยอ้อม (Overt and covert clues) ของครูเกี่ยวกับผลงานหรือแนวคิดของนักเรียน เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนได้ทราบถึงเป้าหมายในการเรียน และพัฒนาหรือปรับปรุงผลงานของตนเองให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และยังสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ

2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ผลการวิจัยที่พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน 2 ประการ ดังนี้

ประการแรก อาจเป็นเพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานในครั้งนี้เป็นรูปแบบออนไลน์ ซึ่งส่งผลกระทบต่อบรรยากาศการเรียนการสอนที่ขาดการมีปฏิสัมพันธ์ต่อตัวนักเรียนที่ขาดสมาธิ และแรงจูงใจในการเรียน และต่อตัวครูที่ไม่สามารถช่วยเหลือนักเรียนรายบุคคลได้ ดังที่ได้อภิปรายไว้แล้วในตอนที 1 ประการที่สอง (หน้า 97) นอกจากนี้การที่นักเรียนบางส่วนไม่ให้ความร่วมมือในการเปิดกล่องขณะเรียนออนไลน์ อาจทำให้ครูไม่สามารถตรวจสอบได้ว่านักเรียนทุกคนฝึกเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในโจทย์จากตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบายหรือไม่ รวมถึงความไม่พร้อมของอุปกรณ์ในการเรียน และความเสถียรของสัญญาณอินเทอร์เน็ตของนักเรียนบางส่วน อาจส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแบ่งปันผลงานของตนเองให้ผู้อื่น

หรือตอบคำถามครูได้ จึงอาจส่งผลให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ประการที่สอง เนื่องจากเนื้อหาที่ใช้ในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ พื้นฐานทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเรียนตอน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ทำให้นักเรียนอาจมีการหลงลืมเนื้อหา อาจส่งผลต่อการตอบแบบวัด ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ จิรรัตน์ จตุรานนท์ (2554) ที่ได้กล่าวว่า เนื้อหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์หากไม่ได้รับการฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง จะทำให้เกิดความหลงลืมได้

ตอนที่ 3 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นำเสนอเป็นภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด และเป็นรายบุคคล มีดังนี้

3.1 เมื่อพิจารณาเป็นภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด พบว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น โดยในระยะที่ 1 (แผน ที่ 1 – 4) นักเรียนแสดงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านยังไม่ดีเท่าที่ควร ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวน 16 จาก 35 คน อยู่ใน ระดับพอใช้ โดยนักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อมูลตามแบบ ที่โจทย์กำหนดถูกต้องบางส่วน เช่น การกำหนดตัวแปร การเขียนอสมการแทนความสัมพันธ์ของการ ไม่เท่ากัน ส่วนด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวน 14 จาก 35 คน อยู่ในระดับพอใช้ โดยนักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดที่มีลำดับขั้นตอนอย่างเป็น ระบบ แต่แนวคิดดังกล่าวยังมีการอ้างอิงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน ระยะที่ 2 (แผนที่ 5 – 8) นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้ง สองด้านเริ่มดีขึ้นจากระยะที่ 1 โดยพฤติกรรมดีขึ้นค่อนข้างชัดเจน คือด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ ส่วนด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เริ่มดีขึ้นแต่ ไม่แตกต่างจากระยะที่ 1 เท่าใดนัก อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจะเริ่มดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ต้องได้รับการปรับปรุง และในระยะที่ 3 (แผนที่ 9 – 11) นักเรียนมีการ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองด้านดีขึ้นอย่างชัดเจนจาก ระยะที่ 1 ซึ่งอยู่ในระดับดีมาก โดยพฤติกรรมด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงดีขึ้นชัดเจนกว่าพฤติกรรมด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทาง

คณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม ในระยะนี้ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ได้รับการปรับปรุงแต่มีจำนวนลดลงจากระยะที่ 1

3.2 เมื่อพิจารณาเป็นรายบุคคล โดยเปรียบเทียบระดับพฤติกรรมในระยะที่ 3 กับระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนมากแสดงพฤติกรรมทั้งสองด้านเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม โดยด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 68.57 และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 40 อย่างไรก็ตาม มีนักเรียนบางส่วนที่แสดงระดับพฤติกรรมเปลี่ยนแปลง “ลดลง” จากระดับเดิม โดยด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.86 และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 14.29

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังข้อ 3.1 และ 3.2 ข้างต้น มีประเด็นการอภิปรายสองประการดังนี้

ประการแรก การที่ผู้วิจัยทราบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และทราบข้อมูลจากการตรวจใบงานในแต่ละระยะ ทำให้ทราบว่านักเรียนมีจุดเด่นและจุดบกพร่องความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านใด โดยผู้วิจัยได้นำข้อมูลเกี่ยวกับจุดเด่นและจุดบกพร่องของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาใช้ออกแบบตัวอย่างงาน เมื่อนักเรียนเรียนรู้ผ่านตัวอย่างงาน ทำให้นักเรียนเห็นการแสดงแนวคิดที่มีข้อผิดพลาดหรือไม่ถูกต้อง ส่งผลให้นักเรียนเห็นแนวทางการเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องชัดเจน รวมถึงครูให้ข้อมูลป้อนกลับเพื่อช่วยเหลือนักเรียนทั้งภาพรวมและรายบุคคล

ประการที่สอง จากผลการวิจัยดังข้อ 3.1 ข้างต้นที่พบว่า ในระยะที่ 1 นักเรียนแสดงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านยังไม่ดีเท่าที่ควร อาจเป็นเพราะว่านักเรียนยังมีข้อจำกัดเรื่องการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ของนักเรียนที่ได้ค่าเฉลี่ย 8.31 คะแนน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน) และเหตุผลอีกประการคือ ในการประเมินพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระยะที่ 1 ได้ดำเนินการในแผนที่ 4 ซึ่งนักเรียนได้เห็นและได้ฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพียง 4 แผน จึงอาจไม่เพียงพอที่ทำให้พฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นอย่างชัดเจน

เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ในช่วงระยะที่ 2 และระยะที่ 3 โดยในขณะที่ใช้ตัวอย่างแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย ได้มีการเน้นการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องจากตัวอย่างงานนั้น และขณะที่ใช้ตัวอย่างงานแบบลดข้อผิดพลาด ได้มีการเน้นให้นักเรียนเห็นการแสดงแนวคิดที่มีข้อผิดพลาดหรือไม่ถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยใช้ตัวอย่างงานทั้งสองแบบ เพื่อเน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องอย่างต่อเนื่องจากช่วงระยะที่ 2 ถึงระยะที่ 3 อาจทำให้นักเรียนได้เห็นและได้ฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อย่างค่อยเป็นค่อยไป ทั้งด้านการใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ จึงอาจเป็นเหตุผลที่ทำให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระยะที่ 3 ดีขึ้นกว่าระยะที่ 1

ประการที่สาม จากผลการวิจัยดังข้อ 3.2 ข้างต้นที่พบว่า เมื่อจบระยะที่ 3 นักเรียนส่วนมากแสดงพฤติกรรมทั้งสองด้านเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิม ทั้งด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 68.57 และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 40 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า การกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ทั้ง 3 ระยะ มีการใช้ตัวอย่างงานทั้งสองแบบอย่างต่อเนื่อง ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้เห็นและได้ฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อย่างค่อยเป็นค่อยไป ทั้งด้านการใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการที่ผู้วิจัยได้ตรวจงานที่นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดในตัวอย่างงาน แล้วผู้วิจัยให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับข้อดีและข้อบกพร่องในการเขียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน และเมื่อนักเรียนเขียนแสดงแนวคิดไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถเขียนแสดงแนวคิดในตัวอย่างงานได้ ผู้วิจัยจะให้การชี้แนะ อธิบายเพิ่มเติม หรือเขียนแสดงแนวคิดที่ถูกต้องให้ดูเป็นตัวอย่าง การดำเนินการดังกล่าว จึงอาจส่งผลทำให้เมื่อจบระยะที่ 3 นักเรียนส่วนมากแสดงพฤติกรรมทั้งด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และด้านแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระดับเดิมในระยะที่ 1

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เน้นการออกแบบและเลือกใช้ “ตัวอย่างงาน” ที่หลากหลายและเหมาะสม โดยครูควรวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อกำหนดความรู้ที่สำคัญ ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดต่าง ๆ ที่อาจจะเกิดขึ้นกับนักเรียน เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการออกแบบ “ตัวอย่างงาน” ให้มีความเหมาะสมกับเนื้อหานั้น ๆ

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เน้นให้นักเรียนศึกษาและสรุปความรู้ที่สำคัญจาก “ตัวอย่างงาน” ด้วยตัวนักเรียนเอง โดยครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาและทำความเข้าใจตัวอย่างงานด้วยตนเองเสียก่อน หากนักเรียนไม่สามารถสรุปได้ ครูจึงใช้คำถามเพื่อแนะนำและช่วยเหลือ นอกจากนี้ ครูควรใช้คำถามถามนักเรียนให้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการของตนเองและเพื่อน ๆ เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันมากขึ้น รวมถึงครูให้ข้อมูลป้อนกลับกับนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งเป็นการเสริมสร้างความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องนั้น ๆ ให้ถูกต้องและชัดเจนมากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งผู้วิจัยได้อภิปรายไว้แล้วในประการแรกของหัวข้อ 2.2 ตอนที่ 2 (หน้า 101) แล้วนั้น ว่าอาจจะเกิดจากสาเหตุที่การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของการวิจัยนี้เป็นการทดลองผ่านระบบออนไลน์ ดังนั้น จึงควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่ผู้วิจัยออกแบบ ไปทดลองซ้ำในการเรียนการสอนในห้องเรียนจริง แล้วศึกษาผลในด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มหรือไม่

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับคะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้คะแนนเฉลี่ย 66.85 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีความใกล้เคียงเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ซึ่งผู้วิจัยได้อภิปรายไว้แล้วในประการที่สองของตอนที่ 1 (หน้า 99) แล้วนั้น ว่าอาจจะเกิดจากสาเหตุที่การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของการวิจัยนี้เป็นการทดลองผ่านระบบออนไลน์ ดังนั้น จึงควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่ผู้วิจัยออกแบบ ไปทดลองซ้ำในการเรียนการสอนในห้องเรียนจริง แล้วศึกษาผลในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มหรือไม่

2. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ที่ส่งผลต่อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากผลการวิจัยครั้งนี้ พบว่า การเรียนรู้จาก “ตัวอย่างงาน” ทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ซึ่งอาจส่งผลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นได้



ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนมีรายนามดังนี้

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ | อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์
ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการ
คอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ฝ่ายมัธยม |
| 3. อาจารย์จิราวดี กิจวัฒน์หิรัญ | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย |

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน
และ ฉบับหลังเรียนมีรายนามดังนี้

- | | |
|--|--|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน | อาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. อาจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ฝ่ายมัธยม |
| 3. อาจารย์อทิพงษ์ มหานิล | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย |



ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย
และหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ อว 64.6/2972



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน
กรุงเทพมหานคร 10330

8 มิถุนายน 2564

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายพลฐวัตร ฉิมทอง นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมน้อม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องตกลงใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยตกลงใช้เครื่องมือกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ตกลงใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิจัยกิจ ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6734

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 095-5153015 email: phonthawat.c@gmail.com

ที่ อว 64.6/2933



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน
กรุงเทพมหานคร 10330

8 มิถุนายน 2564

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายพลฐวัตร ฉิมทอง นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมกุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และใบงาน โดยเก็บข้อมูลกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวงงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิจัยกิจ ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6734

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 095-5153015 email: phonthawat.c@gmail.com

ที่ อว 64.6/4688

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 ธันวาคม 2563

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายพลฐวัฒน์ ฉิมทอง นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์จิรวาทิ กิจวัฒน์ศิริคุณ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์จิรวาทิ กิจวัฒน์ศิริคุณ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตั้งกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวงงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิจัยกิจ ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6734

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 095-5153015 email: phonthawat.c@gmail.com



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน กลุ่มภารกิจบริหารการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิจัยกึ่ง ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ โทร. 82565 ต่อ 6734
 ที่ อว 64.6(2791.04)/2418 วันที่ 2 ธันวาคม 2563
 เรื่อง ขออนุญาตบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

ด้วย นายพลฐวัตร ฉิมทอง นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมน้อม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

ในการนี้จึงขออนุญาต อาจารย์วัฒณิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒณิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี



ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เดียว

เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปร

ผู้สอน นายพลฐวัตร ฉิมทอง

จำนวน 1 คาบ 50 นาที

1. สาระการเรียนรู้:

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี:

เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากันเพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. จุดประสงค์การเรียนรู้:

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้
2. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถเขียนแสดงและนำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ความรู้จากสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีความตั้งใจและให้ความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียน
2. นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

4. สารสำคัญ:

1. สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน คือ ให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$ และ $x + a \geq b$ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ดำเนินการโดย

1) จากสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้ “สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน” เพื่อให้ได้ “อสมการสุดท้าย” ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ และ $x \geq c$

2) หาคำตอบของ “อสมการสุดท้าย”

3) สรุปเป็นคำตอบของ “สมการที่ต้องการแก้”

5. สารการเรียนรู้:

5.1 การทบทวนความรู้เดิม

การแก้สมการ คือ การหาคำตอบทั้งหมดของสมการ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $x < 3$

วิธีทำ โจทย์ต้องการหาคำตอบทั้งหมดของสมการ กรณีนี้จะใช้วิธีการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

เนื่องจาก เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3 แล้วทำให้อสมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบทั้งหมดของสมการ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3

จากตัวอย่างข้างต้น พบว่า การแก้สมการ $x < 3$ ยังไม่ซับซ้อน จึงใช้วิธีการลองแทนค่าตัวแปรในสมการได้ ในทางปฏิบัติ การลองแทนค่าตัวแปรในสมการเพื่อหาคำตอบของสมการ อาจทำได้หรือไม่สะดวกเมื่อสมการมีความซับซ้อน เช่น การแก้สมการ $\frac{3x-5}{2} < 8$

ดังนั้นเพื่อความรวดเร็วในการแก้สมการ เราจะใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน (properties of inequality) ในการหาคำตอบ เช่น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

5.2 กิจกรรม: สำนวณสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

คำชี้แจง: จากอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

อสมการที่กำหนดให้	บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนต่อไปนี้	อสมการใหม่	อสมการใหม่	
			เป็นจริง	ไม่เป็นจริง
$2 < 6$	4	$6 < 8$	✓	
$2 < 6$	-4	$-2 < 2$	✓	
$\pi < 2\pi$	π	$2\pi < 3\pi$		
$\pi < 2\pi$	$-\pi$ <		
$-1 < 4$	5 <		
$-1 < 4$	-5 <		
$-4 < -2$	2.5 <		
$-4 < -2$	-2.5 <		

จากข้อมูลในตาราง ให้นักเรียนสังเกตและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากัน เมื่อบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้าง
ข้อความคาดการณ์
คือ.....

5.3 สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (additive property of inequality) มีลักษณะดังนี้
ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	ตัวอย่าง
1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$	ถ้า $10 < 20$ แล้ว $10 + 5 < 20 + 5$ จะได้ $15 < 25$ ถ้า $x + 2 < 5$ แล้ว $x + 2 + (-2) < 5 + (-2)$ จะได้ $x < 3$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$	ถ้า $a \leq -8$ แล้ว $a + (-4) \leq -8 + (-4)$ จะได้ $a - 4 \leq 12$

เนื่องจาก $a < b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b > a$

และ $a \leq b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b \geq a$

ดังนั้น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันจึงเป็นจริงสำหรับกรณี $a > b$ และ $a \geq b$ ด้วย
ดังนี้

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	ตัวอย่าง
1. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$	ถ้า $-4 > -9$ แล้ว $-4 + 10 > -9 + 10$ จะได้ $6 > 1$
	ถ้า $x + 3 > 7$ แล้ว $x + 3 + (-3) > 7 + (-3)$ จะได้ $x > 4$
2. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$	ถ้า $a \geq 4$ แล้ว $a + (-8) \geq 4 + (-8)$ จะได้ $a - 8 \geq -4$

5.4 ความหมายของอสมการที่สมมูลกัน

พิจารณาการใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันกับอสมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1

$x - 4 < 20$

นำ 4 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x - 4 + 4 < 20 + 4$
ดังนั้น $x < 24$

2

$x + 8 > 15$

นำ -8 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x + 8 + (-8) > 15 + (-8)$
ดังนั้น $x > 7$

3

$30 + x \leq 12$

นำ -30 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $30 + x + (-30) \leq 12 + (-30)$
ดังนั้น $x \leq -18$

4

$x - 12 \geq -4$

นำ 12 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x - 12 + 12 \geq -4 + 12$
ดังนั้น $x \geq 8$

จากตัวอย่างข้างต้น เราใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ทำให้อสมการสุดท้ายของตัวอย่างที่ 1-4 อยู่ในรูป $x < 24$, $x > 7$, $x \leq -18$ และ $x \geq 8$ ตามลำดับ ซึ่งคำตอบทุกคำตอบของอสมการสุดท้ายจะเป็นคำตอบของอสมการแรก และคำตอบทุกคำตอบของอสมการแรกจะเป็นคำตอบของอสมการสุดท้าย

ในกรณีนี้เรากล่าวว่ อสมการแรกและอสมการสุดท้าย เป็น **อสมการที่สมมูลกัน (equivalent)** และเมื่อสามารถหาอสมการที่สมมูลกับอสมการที่ต้องการหาคำตอบโดยมีการคำนวณในแต่ละขั้นตอนถูกต้องแล้วก็ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ

จากตัวอย่างข้างต้นจะได้สมการที่สมมูลกันดังนี้

$x - 4 < 20$	สมมูลกับ	$x < 24$
$x + 8 > 15$	สมมูลกับ	$x > 7$
$30 + x \leq 12$	สมมูลกับ	$x \leq -18$
$x - 12 \geq -4$	สมมูลกับ	$x \geq 8$

จากข้อมูลข้างต้น ทำให้เราได้แนวทางการใช้สมบัติในการแก้สมการ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ดำเนินการกับอสมการที่ต้องการแก้ ให้ได้อสมการสุดท้าย ซึ่งคำตอบของอสมการสุดท้ายจะเป็นคำตอบของอสมการที่ต้องการแก้

5.5 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

5.5.1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$ และ $x + a \geq b$ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยใช้ตัวอย่างงานชุดที่ 1 ดังนี้

ตัวอย่างงานชุดที่ 1 เป็นตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย ประกอบไปด้วยโจทย์ทั้งหมด 3 ข้อ คือ

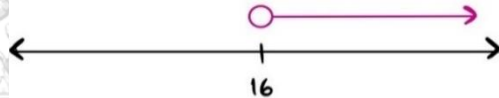
โจทย์ข้อ 1.1 จะมีแนวคิดที่แสดงขั้นตอนการแก้สมการและผลลัพธ์ของการดำเนินการในแต่ละชั้น

โจทย์ข้อ 1.2 จะมีแนวคิดที่แสดงขั้นตอนการแก้สมการ และให้นักเรียนเติมผลลัพธ์ของการดำเนินการในบางขั้นตอน

โจทย์ข้อ 1.3 จะมีแนวคิดที่แสดงขั้นตอนการแก้สมการ และให้นักเรียนเติมผลลัพธ์ของการดำเนินทั้งหมดด้วยตนเอง


โจทย์ข้อ 1.1 จงแก้สมการ $x - 14 > 2$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
<p>ขั้นที่ 1 จากสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันเพื่อทำให้ได้สมการสุดท้ายในรูป $x < c$ หรือ $x > c$</p>	<p>สมการที่ต้องการแก้ คือ $x - 14 > 2$</p> <p>ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (บวกด้วย 14 ทั้งสองข้างของสมการ)</p> <p>จะได้ $x - 14 + 14 > 2 + 14$</p> <p>สมการสุดท้าย คือ $x > 16$</p>
<p>ขั้นที่ 2 หาคำตอบของสมการสุดท้ายแล้วนำไปสรุปเป็นคำตอบของสมการที่ต้องการแก้</p>	<p>คำตอบของสมการสุดท้าย $x > 16$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 16</p> <p>สรุปได้ว่า คำตอบของสมการที่ต้องการแก้ $x - 14 > 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 16</p>
<p>ขั้นที่ 3 เขียนกราฟแสดงคำตอบ</p>	


โจทย์ข้อ 1.2 จงแก้สมการ $7 + x \leq 20$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
<p>ขั้นที่ 1 จากสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันเพื่อทำให้ได้สมการสุดท้ายในรูป $x \leq c$ หรือ $x \geq c$</p>	<p>สมการที่ต้องการแก้ คือ $7 + x \leq 20$</p> <p>ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (บวกด้วย (-7) ทั้งสองข้างของสมการ)</p> <p>จะได้</p> <p>สมการสุดท้าย คือ.....</p>
<p>ขั้นที่ 2 หาคำตอบของสมการสุดท้ายแล้วนำไปสรุปเป็นคำตอบของสมการที่ต้องการแก้</p>	<p>คำตอบของสมการสุดท้าย</p> <p>คือ</p> <p>สรุปได้ว่า คำตอบของสมการที่ต้องการแก้ $7 + x \leq 20$ คือ.....</p>
<p>ขั้นที่ 3 เขียนกราฟแสดงคำตอบ</p>	

โจทย์ข้อ 1.3 จงแก้สมการ $x - 10 \leq 4$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
<p>ขั้นที่ 1 จากสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันเพื่อทำให้ได้สมการสุดท้ายในรูป $x \leq c$ หรือ $x \geq c$</p>	<p>สมการที่ต้องการแก้ คือ $x - 10 \leq 4$</p> <p>ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (บวกด้วย.....ทั้งสองข้างของสมการ)</p> <p>จะได้</p> <p>สมการสุดท้าย คือ.....</p>
<p>ขั้นที่ 2 หาคำตอบของสมการสุดท้ายแล้วนำไปสรุปเป็นคำตอบของสมการที่ต้องการแก้</p>	<p>คำตอบของสมการสุดท้าย.....</p> <p>คือ</p> <p>สรุปได้ว่า คำตอบของสมการที่ต้องการแก้ $x - 10 \leq 4$ คือ</p>
<p>ขั้นที่ 3 เขียนกราฟแสดงคำตอบ</p>	

5.5.2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $x + a \neq b$ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยใช้ตัวอย่างงานชุดที่ 2 ดังนี้

ตัวอย่างงานชุดที่ 2 เป็นตัวอย่างงานแบบลดขั้นตอนและมีการอธิบาย ประกอบไปด้วยโจทย์ทั้งหมด 2 ข้อ คือ

โจทย์ข้อ 2.1 จะมีแนวคิดที่แสดงขั้นตอนการแก้สมการ และให้นักเรียนเติมผลลัพธ์ของการดำเนินการในบางขั้นตอน

โจทย์ข้อ 2.2 จะมีแนวคิดที่แสดงขั้นตอนการแก้สมการ และให้นักเรียนเติมผลลัพธ์ของการดำเนินทั้งหมดด้วยตนเอง

ตัวอย่างงานชุดที่ 2

โจทย์ข้อ 2.1 จงแก้สมการ $x + 15 \neq 36$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 พิจารณาสมการที่สัมพันธ์กับสมการ	สมการ $x + 35 = 36$
ขั้นที่ 2 ดำเนินการแก้สมการ	เมื่อแก้สมการแล้วจะได้ $x = 1$ จะได้ คำตอบของสมการ $x + 35 = 36$ คือ 1
ขั้นที่ 3 สรุปคำตอบของสมการ	คำตอบของสมการ $x + 35 = 36$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน ยกเว้น 1
ขั้นที่ 4 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	←—————→

โจทย์ข้อ 2.2 จงแก้สมการ $x - 5 \neq 7$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 พิจารณาสมการที่สัมพันธ์กับสมการ	สมการ.....
ขั้นที่ 2 ดำเนินการแก้สมการ	เมื่อแก้สมการแล้วจะได้..... จะได้ คำตอบของสมการ $x + 9 = 5$ คือ
ขั้นที่ 3 สรุปคำตอบของสมการ	คำตอบของสมการ $x + 9 \neq 5$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน ยกเว้น
ขั้นที่ 4 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	←—————→

5.5.3 โจทย์สำหรับฝึกการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยใช้ความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากตัวอย่างชุดที่ 1 และตัวอย่างงานชุดที่ 2 ประกอบด้วยโจทย์ 2 ข้อ ดังนี้

โจทย์ข้อที่ 3 จงแก้สมการ $12 \geq x - 6$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

โจทย์ข้อที่ 4 จงแก้สมการ $15 + x \neq 9$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

6. กิจกรรมการเรียนรู้:

1. ชั้นเตรียมความพร้อม

1.1 ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาคำตอบของสมการอย่างง่าย โดยใช้วิธีการลองแทนค่า โดยครูยกตัวอย่างสมการ และใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิธีการลองแทนค่าในการหาคำตอบของสมการ

1.2 ครูอธิบายถึงข้อจำกัดของการหาสมการ โดยใช้วิธีการลองแทนค่าที่ไม่สามารถหาคำตอบทั้งหมดของสมการได้ จากนั้นอธิบายเชื่อมโยงถึงความรู้ที่จะเรียนในวันนี้ คือ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

2. ขั้นสร้างความรู้ใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนทำ กิจกรรม: **สำรวจสมบัติของการบวกของการไม่เท่ากัน** ตามขั้นตอนของการทำกิจกรรม จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยน และร่วมกันสรุปสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน จากนั้น ครูยกตัวอย่างประกอบสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันแต่ละข้อเพื่อให้นักเรียนเข้าใจ

2.2 ครูอธิบายความหมายและยกตัวอย่างสมการที่สมมูลกัน

2.3 นักเรียนศึกษาตัวอย่างงานชุดที่ 1 ด้วยตนเอง จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนสิ่งที่ได้เรียนรู้จากตัวอย่างงานชุดที่ 1 แล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุป “แนวทางการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$ และ $x + a \geq b$ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน”

2.4 ครูใช้ตัวอย่างงานชุดที่ 2 เพื่ออธิบายและชี้ให้นักเรียนเห็น “แนวทางการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $x + a \neq b$ ”

3. ขั้นนำความรู้ใหม่ไปใช้

3.1 ครูยกโจทย์การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 2 ข้อจากนั้นให้นักเรียนใช้ความรู้ที่ได้จากตัวอย่างงานชุดที่ 1 และตัวอย่างงานชุดที่ 2 มาฝึกการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

3.2 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแนวคิดในการแก้สมการจากโจทย์ทั้งสองข้อ โดยเฉลยทีละข้อ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามสิ่งที่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

3.3 ครูสรุปความรู้ที่ได้ในคาบนี้อีกครั้ง และมอบหมายแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียนให้นักเรียนทำเพิ่มเติมเป็นการบ้าน โดยครูเน้นให้นักเรียนใช้แนวทางการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน จากตัวอย่างงานชุดที่ 1 และตัวอย่างงานชุดที่ 2

7. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัดและประเมินผล	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล	ผลการประเมิน (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้				
นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้	สังเกตจากการตอบคำถาม	รายการคำถาม	นักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้ถูกต้องและชัดเจน	
นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้	สังเกตและตรวจการแก้สมการจากโจทย์ข้อที่ 3 และโจทย์ข้อที่ 4	โจทย์ข้อที่ 3 และโจทย์ข้อที่ 4	นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้ถูกต้องและชัดเจน	
ด้านทักษะ/กระบวนการ				
นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง	สังเกตและตรวจการแก้สมการจากโจทย์ข้อที่ 3 และโจทย์ข้อที่ 4	โจทย์ข้อที่ 3 และโจทย์ข้อที่ 4	นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง	
นักเรียนสามารถเขียนแสดงและนำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ความรู้จากสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้	สังเกตและตรวจการแก้สมการจากโจทย์ข้อที่ 3 และโจทย์ข้อที่ 4	โจทย์ข้อที่ 3 และโจทย์ข้อที่ 4	นักเรียนสามารถเขียนแสดงและนำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ความรู้จากสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้	

สิ่งที่ต้องการวัด และประเมินผล	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล	ผลการประเมิน (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
การไม่เท่ากันได้				
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์				
นักเรียนมีความ ตั้งใจและให้ความ ร่วมมือกับกิจกรรม ในชั้นเรียน	สังเกตจากความ ตั้งใจและความ ร่วมมือจากการ ทำตัวอย่างงาน และการทำโจทย์ ฝึกของนักเรียน	แบบ ประเมิน พฤติกรรม ของนักเรียน	มีคะแนนระดับคุณภาพ อยู่ในระดับดีขึ้นไป ถือ ว่าผ่าน	
นักเรียนมีความ รับผิดชอบต่องานที่ ได้รับมอบหมาย	สังเกตจากการ ส่งแบบฝึกหัด	แบบ ประเมิน พฤติกรรม ของนักเรียน	มีคะแนนระดับคุณภาพ อยู่ในระดับดีขึ้นไป ถือ ว่าผ่าน	

8. สื่อการเรียนรู้

เอกสารประกอบการเรียนการสอนแผนที่ 3

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (สมบัติการบวกการไม่เท่ากัน)

การแก้สมการ คือ การหาคำตอบทั้งหมดของสมการ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $x < 3$

วิธีทำ โจทย์ต้องการหาคำตอบทั้งหมดของสมการ กรณีนี้จะใช้วิธีการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

เนื่องจาก เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3 แล้วทำให้สมการเป็นจริง ดังนั้น คำตอบทั้งหมดของสมการ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3

จากตัวอย่างข้างต้น พบว่า การแก้สมการ $x < 3$ ยังไม่ซับซ้อน จึงใช้วิธีการลองแทนค่าตัวแปรในสมการได้ ในทางปฏิบัติ การลองแทนค่าตัวแปรในสมการเพื่อหาคำตอบของสมการ อาจทำได้หรือไม่สะดวกเมื่อสมการมีความซับซ้อน เช่น การแก้สมการ $\frac{3x-5}{2} < 8$

ดังนั้นเพื่อความรวดเร็วในการแก้สมการ เราจะใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน (properties of inequality) ในการหาคำตอบ เช่น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

3.1 กิจกรรม: ตรวจสอบสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

คำชี้แจง: จากอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

อสมการที่กำหนดให้	บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนต่อไปนี้	อสมการใหม่	อสมการใหม่	
			เป็นจริง	ไม่เป็นจริง
$2 < 6$	4	$6 < 8$	✓	
$2 < 6$	-4	$-2 < 2$	✓	
$\pi < 2\pi$	π	$2\pi < 3\pi$		
$\pi < 2\pi$	$-\pi$ <		
$-1 < 4$	5 <		
$-1 < 4$	-5 <		
$-4 < -2$	2.5 <		
$-4 < -2$	-2.5 <		

จากข้อมูลในตาราง ให้นักเรียนสังเกตและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากัน เมื่อบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้าง
ข้อความคาดการณ์
คือ.....

3.2 สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (additive property of inequality) มีลักษณะดังนี้
ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	ตัวอย่าง
1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$	ถ้า $10 < 20$ แล้ว $10 + 5 < 20 + 5$ จะได้ $15 < 25$ ถ้า $x + 2 < 5$ แล้ว $x + 2 + (-2) < 5 + (-2)$ จะได้ $x < 3$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$	ถ้า $a \leq -8$ แล้ว $a + (-4) \leq -8 + (-4)$ จะได้ $a - 4 \leq 12$

เนื่องจาก $a < b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b > a$

และ $a \leq b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b \geq a$

ดังนั้น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันจึงเป็นจริงสำหรับกรณี $a > b$ และ $a \geq b$ ด้วย
ดังนี้

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	ตัวอย่าง
1. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$	ถ้า $-4 > -9$ แล้ว $-4 + 10 > -9 + 10$ จะได้ $6 > 1$
	ถ้า $x + 3 > 7$ แล้ว $x + 3 + (-3) > 7 + (-3)$ จะได้ $x > 4$
2. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$	ถ้า $a \geq 4$ แล้ว $a + (-8) \geq 4 + (-8)$ จะได้ $a - 8 \geq -4$

3.3 อสมการที่สมมูลกัน

พิจารณาการใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันกับอสมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1

$$x - 4 < 20$$

นำ 4 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้ $x - 4 + 4 < 20 + 4$

ดังนั้น $x < 24$

2

$$x + 8 > 15$$

นำ -8 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้ $x + 8 + (-8) > 15 + (-8)$

ดังนั้น $x > 7$

3

$$30 + x \leq 12$$

นำ -30 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้ $30 + x + (-30) \leq 12 + (-30)$

ดังนั้น $x \leq -18$

4

$$x - 12 \geq -4$$

นำ 12 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้ $x - 12 + 12 \geq -4 + 12$

ดังนั้น $x \geq 8$

จากตัวอย่างข้างต้น เราใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ทำให้อสมการสุดท้ายของตัวอย่างที่ 1-4 อยู่ในรูป $x < 24$, $x > 7$, $x \leq -18$ และ $x \geq 8$ ตามลำดับ ซึ่งคำตอบทุกคำตอบของอสมการสุดท้ายจะเป็นคำตอบของอสมการแรก และคำตอบทุกคำตอบของอสมการแรกจะเป็นคำตอบของอสมการสุดท้าย

ในกรณีนี้เรากล่าวว่า อสมการแรกและอสมการสุดท้าย เป็น **อสมการที่สมมูลกัน (equivalent)** และเมื่อสามารถหาอสมการที่สมมูลกับอสมการที่ต้องการหาคำตอบโดยมีการคำนวณในแต่ละขั้นตอนถูกต้องแล้วก็ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ

จากตัวอย่างข้างต้นจะได้สมการที่สมมูลกันดังนี้

$$\begin{array}{lll} x - 4 < 20 & \text{สมมูลกับ} & x < 24 \\ x + 8 > 15 & \text{สมมูลกับ} & x > 7 \\ 30 + x \leq 12 & \text{สมมูลกับ} & x \leq -18 \\ x - 12 \geq -4 & \text{สมมูลกับ} & x \geq 8 \end{array}$$

จากข้อมูลข้างต้น ทำให้เราได้แนวทางการใช้สมบัติในการแก้สมการ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ดำเนินการกับอสมการที่ต้องการแก้ ให้ได้ **อสมการสุดท้าย** ซึ่งคำตอบของอสมการสุดท้ายจะเป็นคำตอบของอสมการที่ต้องการแก้

3.4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ต่อไปเราจะศึกษาการแก้สมการโดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ดังนี้


ตัวอย่างงานชุดที่ 1

1.1 จงแก้สมการ $x - 14 > 2$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ


แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 จากอสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันเพื่อทำให้ได้สมการสุดท้ายในรูป $x < c$ หรือ $x > c$	อสมการที่ต้องการแก้ คือ $x - 14 > 2$ ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (บวกด้วย 14 ทั้งสองข้างของอสมการ) จะได้ $x - 14 + 14 > 2 + 14$ อสมการสุดท้าย คือ $x > 16$
ขั้นที่ 2 หาคำตอบของอสมการสุดท้ายแล้วนำไปสรุปเป็นคำตอบของอสมการที่ต้องการแก้	คำตอบของอสมการสุดท้าย $x > 16$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 16 สรุปได้ว่า คำตอบของอสมการที่ต้องการแก้ $x - 14 > 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 16
ขั้นที่ 3 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	

1.2 จงแก้สมการ $7 + x \leq 20$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ**แนวคิด**

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 จากสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน เพื่อให้ได้สมการสุดท้ายในรูป $x \leq c$ หรือ $x \geq c$	สมการที่ต้องการแก้ คือ $7 + x \leq 20$ ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (บวกด้วย (-7) ทั้งสองข้างของสมการ) จะได้ สมการสุดท้าย คือ.....
ขั้นที่ 2 หาคำตอบของสมการสุดท้ายแล้วนำไปสรุปเป็นคำตอบของสมการที่ต้องการแก้	คำตอบของสมการสุดท้าย คือ สรุปได้ว่า คำตอบของสมการที่ต้องการแก้ $7 + x \leq 20$ คือ
ขั้นที่ 3 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	

1.3 จงแก้สมการ $x - 10 \leq 4$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ**แนวคิด**

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 จากสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน เพื่อให้ได้สมการสุดท้ายในรูป $x \leq c$ หรือ $x \geq c$	สมการที่ต้องการแก้ คือ $x - 10 \leq 4$ ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (บวกด้วย.....ทั้งสองข้างของสมการ) จะได้ สมการสุดท้าย คือ.....
ขั้นที่ 2 หาคำตอบของสมการสุดท้ายแล้วนำไปสรุปเป็นคำตอบของสมการที่ต้องการแก้	คำตอบของสมการสุดท้าย คือ สรุปได้ว่า คำตอบของสมการที่ต้องการแก้ $x - 10 \leq 4$ คือ
ขั้นที่ 3 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	

สำหรับการแก้สมการที่มีเครื่องหมาย \neq เช่น $x - 6 \neq 28$ และ $7x + 4 \neq 25$ เราจะไม่ใช่สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน แต่จะใช้การแก้สมการเพื่อหาคำตอบ ซึ่งเมื่อได้คำตอบของสมการแล้วจะทำให้ได้คำตอบของสมการที่มีเครื่องหมาย \neq เป็นจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้นจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการนั้น

ตัวอย่างงานชุดที่ 2

2.1 จงแก้สมการ $x + 15 \neq 36$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 พิจารณาสมการที่สัมพันธ์กับสมการ	สมการ $x + 35 = 36$
ขั้นที่ 2 ดำเนินการแก้สมการ	เมื่อแก้สมการแล้วจะได้ $x = 1$ จะได้ คำตอบของสมการ $x + 35 = 36$ คือ 1
ขั้นที่ 3 สรุปคำตอบของสมการ	คำตอบของสมการ $x + 15 \neq 36$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 1
ขั้นที่ 4 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	←—————→

2.2 จงแก้สมการ $x - 5 \neq 7$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

แนวคิด

ขั้นตอนการแก้สมการ	ผลลัพธ์
ขั้นที่ 1 พิจารณาสมการที่สัมพันธ์กับสมการ	สมการ.....
ขั้นที่ 2 ดำเนินการแก้สมการ	เมื่อแก้สมการแล้วจะได้..... จะได้ คำตอบของสมการ $x + 9 = 5$ คือ
ขั้นที่ 3 สรุปคำตอบของสมการ	คำตอบของสมการ $x + 9 \neq 5$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น
ขั้นที่ 4 เขียนกราฟแสดงคำตอบ	←—————→

ต่อไปเราจะแสดงการเขียนวิธีทำในการแก้สมการ (ละขั้นตอน) ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $12 \geq x - 6$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $15 + x \neq 9$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ง

โครงสร้างของเครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการ
เก็บรวบรวมข้อมูล และตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 23 โครงสร้างข้อสอบวัด “ความรู้เชิงโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์” ในแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ที่วัด	คำอธิบายความรู้	จำนวนข้อสอบ Try Out	จำนวนข้อสอบใช้จริง
1. ความหมายของสัญลักษณ์หรือเครื่องหมายที่แสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน	<ul style="list-style-type: none"> - เครื่องหมาย “น้อยกว่า” ใช้สัญลักษณ์ $<$ แทนความสัมพันธ์น้อยกว่า - เครื่องหมาย “มากกว่า” ใช้สัญลักษณ์ $>$ แทนความสัมพันธ์มากกว่า - เครื่องหมาย “ไม่เท่ากับ” ใช้สัญลักษณ์ \neq แทนความสัมพันธ์ไม่เท่ากับ - เครื่องหมาย “น้อยกว่าหรือเท่ากับ” ใช้สัญลักษณ์ \leq แทนความสัมพันธ์น้อยกว่าหรือเท่ากับ - เครื่องหมาย “มากกว่าหรือเท่ากับ” ใช้สัญลักษณ์ \geq แทนความสัมพันธ์มากกว่าหรือเท่ากับ 	2 (ข้อที่ 1, 2)	1 (ข้อที่ 2)
2. ความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	<ul style="list-style-type: none"> - อสมการ คือ ประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, \leq, \geq หรือ \neq แสดงความสัมพันธ์ - อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 	3 (ข้อที่ 3, 4, 5)	2 (ข้อที่ 3, 5)
3. คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง	2 (ข้อที่ 6, 7)	1 (ข้อที่ 6)
4. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ	- กราฟแสดงคำตอบของอสมการ คือ กราฟที่แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ	3 (ข้อที่ 8, 9, 10)	2 (ข้อที่ 8, 10)
5. สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	<ul style="list-style-type: none"> - สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน คือ ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ 1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$ 2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$ 	2 (ข้อที่ 11, 12)	1 (ข้อที่ 12)

ความรู้ที่วัด	คำอธิบายความรู้	จำนวน ข้อสอบ Try Out	จำนวน ข้อสอบ ใช้จริง
	3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$ 4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$		
6. สมบัติการ คูณของการไม่ เท่ากัน	- ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ 1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$ 2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$ 3. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$ 4. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \geq bc$ 5. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$ 6. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$ 7. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac < bc$ 8. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \leq bc$	3 (ข้อที่ 13, 14, 15)	2 (ข้อที่ 13, 14)
6. สอง อสมการที่ สมมูลกัน	สองอสมการที่สมมูลกัน คือ อสมการที่มีอสมการคำตอบ เดียวกัน	2 (ข้อที่ 16, 17)	1 (ข้อที่ 16)
	รวม	17	10

ตารางที่ 24 โครงสร้างข้อสอบวัด “ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์” ในแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ที่วัด	คำอธิบายความรู้	จำนวนข้อสอบ Try Out	จำนวนข้อสอบใช้จริง
1. การแปลงข้อความจากสถานการณ์ในชีวิตจริงเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	การแปลงข้อความให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ ดำเนินการโดย 1) กำหนดตัวแปรและนิพจน์ แทนปริมาณต่างๆ ที่ปัญหากำหนด 2) พิจารณาความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันที่ปัญหา กำหนด และ 3) เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันจากปัญหาที่กำหนด	2 (ข้อที่ 1, 2)	1 (ข้อที่ 1)
2. การเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	การเขียนกราฟแสดงคำตอบทั้งหมดของอสมการ รวมถึงการพิจารณาคำตอบทั้งหมดของอสมการจากกราฟแสดงคำตอบของอสมการ	2 (ข้อที่ 3, 4)	1 (ข้อที่ 3)
3. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$ และ $x + a \geq b$ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$ และ $x + a \geq b$ โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ดำเนินการโดย 1) จากอสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้ “สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน” เพื่อให้ได้ “อสมการสุดท้าย” ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ และ $x \geq c$ 2) หาคำตอบของ “อสมการสุดท้าย” 3) สรุปลงเป็นคำตอบของ “อสมการที่ต้องการแก้”	2 (ข้อที่ 5, 6)	1 (ข้อที่ 5)
4. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในรูป $ax < b$, $ax > b$, $ax \leq b$ และ $ax \geq b$ โดยใช้ “สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน”	การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในรูป $ax < b$, $ax > b$, $ax \leq b$ และ $ax \geq b$ โดยใช้ “สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน” ดำเนินการโดย 1) จากอสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้ “สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน” เพื่อให้ได้ “อสมการสุดท้าย” ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ และ $x \geq c$	3 (ข้อที่ 7, 8, 9)	2 (ข้อที่ 8, 9)

ความรู้ที่วัด	คำอธิบายความรู้	จำนวน ข้อสอบ Try Out	จำนวน ข้อสอบใช้ จริง
	2) หาคำตอบของ “อสมการสุดท้าย” 3) สรุปลงเป็นคำตอบของ “อสมการที่ต้องการแก้”		
5. การแก้อสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ในรูป $ax + b < d$, $ax + b > d$, $ax +$ $b \leq d$ และ $ax +$ $b \geq d$ โดยใช้ สมบัติของการไม่ เท่ากัน	การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป $ax + b < d$, $ax + b > d$, $ax + b \leq d$ และ $ax + b \geq d$ โดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการไม่เท่ากัน ดำเนินการโดย 1) จากอสมการที่ต้องการแก้ แล้วใช้ “สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน” และ “สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน” ตามลำดับ เพื่อให้ได้ “อสมการสุดท้าย” ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ และ $x \geq c$ 2) หาคำตอบของ “อสมการสุดท้าย” 3) สรุปลงเป็นคำตอบของ “อสมการที่ต้องการแก้”	5 (ข้อที่ 10, 11, 12, 13, 14)	3 (ข้อที่ 10, 13, 14)
6. การเขียน อสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียวแทนโจทย์ ปัญหา	การเขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ดำเนินการโดย 1) กำหนดตัวแปร และนิพจน์แทนปริมาณต่างๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนด 2) พิจารณาความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันที่ปัญหากำหนด และ 3) เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันจากปัญหากำหนด	2 (ข้อที่ 15, 16)	1 (ข้อที่ 16)
7. การแปล ความหมายคำตอบ ของอสมการเพื่อ สรุปลงคำตอบของ โจทย์ปัญหา	การแปลความหมายของคำตอบของอสมการให้สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ดำเนินการโดย 1) พิจารณาคำตอบทั้งหมดของอสมการแต่ละค่าที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด และ 2) สรุปลงเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหา	2 (ข้อที่ 17, 18)	1 (ข้อที่ 18)
	รวม	18	10

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 20 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.66	0.36	0.778
2	0.56	0.57	
3	0.66	0.43	
4	0.66	0.50	
5	0.63	0.36	
6	0.64	0.39	
7	0.70	0.46	
8	0.25	0.50	
9	0.20	0.32	
10	0.61	0.46	
11	0.47	0.36	
12	0.70	0.46	
13	0.72	0.50	
14	0.61	0.61	
15	0.64	0.39	
16	0.66	0.36	
17	0.55	0.32	
18	0.67	0.39	
19	0.66	0.36	
20	0.36	0.25	

* ข้อ 1 – 10 คือ แบบวัดความรู้เชิงมนทัศน์

ข้อ 11 – 20 คือ แบบวัดความรู้เชิงกระบวนการ

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน
2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
3. ให้นักเรียนเขียน เลขที่ ชื่อ - นามสกุล ในแบบวัดทุกหน้า
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ
5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ

ตัวอย่างข้อสอบวัด “ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์”

1. อสมการ $p \leq 8$ หมายถึงข้อใด
 1. p ไม่น้อยกว่า 8
 2. p มีค่าอย่างน้อย 8
 3. p น้อยกว่า 8 และ p เท่ากับ 8
 4. p น้อยกว่า 8 หรือ p เท่ากับ 8
2. ข้อใด**ไม่**เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. $a + 2a > 3$

2. $3(2 - b) \neq 4$

3. $x(x + 1) \geq 3$

4. $\frac{5y}{3} < \frac{4}{7}$

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. คำตอบของอสมการ $x - 2 < 5$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5

ข. จำนวนจริงที่น้อยที่สุดที่เป็นคำตอบของอสมการ $y \geq 10$ คือ 10

ข้อความใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก. ถูกต้องเท่านั้น
2. ข้อความ ข. ถูกต้องเท่านั้น
3. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ถูกต้องทั้งคู่
4. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ไม่ถูกต้องทั้งคู่

4. กำหนดให้ a, b, c และ d แทนจำนวนจริงใด ๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $3 < a$ และ $b < 0$ แล้ว $3b > ab$

ข. ถ้า $c \geq -3$ และ $d < 0$ แล้ว $cd \geq -3d$

ข้อความใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก. ถูกต้องเท่านั้น
2. ข้อความ ข. ถูกต้องเท่านั้น
3. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ถูกต้องทั้งคู่
4. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ไม่ถูกต้องทั้งคู่

5. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $3x + 3 < x + 13$ สมมูลกับ $3x - 13 < x - 3$

ข. $x < 5$ สมมูลกับ $3x + 3 < x + 13$

ข้อความใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก. ถูกต้องเท่านั้น
2. ข้อความ ข. ถูกต้องเท่านั้น
3. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ถูกต้องทั้งคู่
4. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ไม่ถูกต้องทั้งคู่

ตัวอย่างข้อสอบวัด “ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์”

1. กำหนดสถานการณ์คือ

แม่มีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อซื้อพัดลมไป 1,000 บาท ทำให้แม่เหลือเงินไม่น้อยกว่า 5,000

บาท

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าเดิมแม่มีเงินอยู่ a บาท แล้วสมการที่แทนสถานการณ์ข้างต้น คือ $a - 1,000 > 5,000$

ข. ถ้าจำนวนเงินที่เหลืออยู่ของแม่เท่ากับ b บาท แล้วสมการที่แทนสถานการณ์ข้างต้น คือ

$$b \geq 5,000$$

ข้อความใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก. ถูกต้องเท่านั้น
2. ข้อความ ข. ถูกต้องเท่านั้น
3. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ถูกต้องทั้งคู่
4. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ไม่ถูกต้องทั้งคู่

2. จงพิจารณาขั้นตอนของการแก้สมการดังนี้

$$2x + 1 \leq x - 3 \dots\dots\dots \text{ขั้น (1)}$$

$$2x \leq x - 4 \dots\dots\dots \text{ขั้น (2)}$$

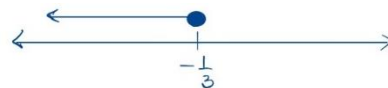
สมการในขั้น (2) เกิดจากการดำเนินการใดกับสมการในขั้น (1)

1. นำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ
2. นำ -1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ
3. นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ
4. นำ 3 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. จากอสมการ $3 - 2x < 1$ เมื่อนำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ และจากนั้นนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ จะได้ผลลัพธ์คือ $x \geq 1$

ข. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $3x - 4 < -5$ คือ



ข้อความใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก. ถูกต้องเท่านั้น
2. ข้อความ ข. ถูกต้องเท่านั้น
3. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ถูกต้องทั้งคู่
4. ทั้งข้อความ ก. และ ข. ไม่ถูกต้องทั้งคู่

4. จงพิจารณาขั้นตอนการแก้สมการดังนี้

$$5 - 2x < x + 2 \dots\dots\dots \text{ขั้น (1)}$$

$$5 < 3x + 2 \dots\dots\dots \text{ขั้น (2)}$$

$$3 < 3x \dots\dots\dots \text{ขั้น (3)}$$

$$1 < x \dots\dots\dots \text{ขั้น (4)}$$

การแก้สมการต่อไปนี้ ขั้นใดบ้างที่มีการใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

1. ขั้น (2)
2. ขั้น (2) และ ขั้น (3)
3. ขั้น (2), ขั้น (3) และ ขั้น (4)
4. ขั้น (1), ขั้น (2), ขั้น (3) และ ขั้น (4)

5. ให้ x แทนปริมาณสินค้า (หน่วยเป็นชิ้น) ที่นายเอกต้องการผลิตตามเงื่อนไข โดยเมื่อสร้างและแก้สมการที่

เกี่ยวข้องกับค่า x จะได้ผลลัพธ์เป็น $x \geq \frac{19}{2}$ ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าไม่เกิน 9 ชิ้น
2. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าได้มากที่สุด 10 ชิ้น
3. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าไม่น้อยกว่า 9 ชิ้น
4. นายเอกจะต้องผลิตสินค้าอย่างน้อย 10 ชิ้น

ตารางที่ 26 โครงสร้างของแบบทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ เนื้อหา	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์			ด้านการแสดงและนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์		
	จำนวนข้อ ที่ทดลอง ใช้	จำนวนข้อที่ใช้จริง		จำนวนข้อ ที่ทดลอง ใช้	จำนวนข้อที่ใช้จริง	
		ฉบับก่อน เรียน	ฉบับหลัง เรียน		ฉบับก่อน เรียน	ฉบับหลัง เรียน
1. สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	6	2 (ข้อที่ 1, 3, 5)	2 (ข้อที่ 2, 4, 6)	6	2 (ข้อที่ 1, 3)	2 (ข้อที่ 2, 4)
2. ความเท่ากันทุก ประการ	3	1 (ข้อที่ 7)	1 (ข้อที่ 8, 9)	3	1 (ข้อที่ 7)	1 (ข้อที่ 8)
3. เส้นขนาน	3	1 (ข้อที่ 10, 11)	1 (ข้อที่ 12)	3	1 (ข้อที่ 10)	1 (ข้อที่ 12)
รวม	12	4	4	12	4	4

ตารางที่ 27 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัด
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 คำถาม

คำถาม	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1.1	0.76	0.48	0.810
1.2	0.64	0.61	
2.1	0.79	0.36	
2.2	0.61	0.61	
3.1	0.67	0.55	
3.2	0.38	0.64	
4.1	0.55	0.73	
4.2	0.50	0.58	

ตารางที่ 28 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัด
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 คำถาม

คำถาม	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1.1	0.76	0.36	0.808
1.2	0.67	0.61	
2.1	0.79	0.42	
2.2	0.50	0.70	
3.1	0.79	0.36	
3.2	0.44	0.39	
4.1	0.58	0.79	
4.2	0.33	0.55	

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนนี้ โดยเป็นแบบอัตนัยจำนวน 4 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์จะมีคำถามย่อยวัดความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ 1 คำถาม และ วัดความสามารถในการแสดงแนวคิดและวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ 1 คำถาม รวมสถานการณ์ละ 2 คำถาม เป็นจำนวนทั้งหมด 8 คำถาม

เนื้อหาในแบบวัดมีทั้งหมด 3 เรื่อง คือ

- 1.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2 สถานการณ์ รวม 4 คำถาม)
 - 1.2 ความเท่ากันทุกประการ (1 สถานการณ์ รวม 2 คำถาม)
 - 1.3 เส้นขนาน (1 สถานการณ์ รวม 2 คำถาม)
 2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
 3. ให้นักเรียนเขียน เลขที่ ชื่อ – นามสกุล ในแบบวัดทุกหน้า
 4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ
 5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
-

ตัวอย่างสถานการณ์และคำถาม

1. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

เสื้อยืดราคาตัวละ 80 บาท เสื้อเชิ้ตราคาตัวละ 100 บาท เสื้อโปโลราคาตัวละ 110 บาท ลุง
วีได้ซื้อเสื้อไปขาย โดยซื้อเสื้อยืดและเสื้อเชิ้ตรวมกัน 50 ตัว ซื้อเสื้อโปโลมากกว่าเสื้อยืดอยู่ 30 ตัว ลุง
วีใช้เงินซื้อเสื้อทั้งสามชนิดไปทั้งหมด 9,200 บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 1.1 จงกำหนด “ตัวแปรหรือสัญลักษณ์” เพื่อแทน “จำนวนเสื้อชนิดใดชนิดหนึ่งที่ลุงวีซื้อ
มา” แล้วเขียนแทน “จำนวนเสื้ออีกสองชนิดที่เหลือ” ในรูปของตัวแปรหรือสัญลักษณ์ที่กำหนด
ดังกล่าว

คำถาม 1.2 จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า
“จำนวนเสื้อยืดกับจำนวนเสื้อเชิ้ต เสื้อชนิดใดที่ลุงวีซื้อมากกว่ากัน และมากกว่าอยู่กี่ตัว”

2. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมีด้าน BC เป็นฐาน ให้จุด D และจุด E แบ่งด้าน BC ที่ทำให้ $BD = DE = EC$

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 2.1 จงวาดรูปและเขียนสัญลักษณ์เพื่อแสดงรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC จุด D และจุด E ที่สอดคล้องเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนดให้



คำถาม 2.2 จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “ถ้าด้าน AD ยาว 8 เซนติเมตร แล้ว ด้าน AE ยาวกี่เซนติเมตร”

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนนี้ โดยเป็นแบบอัตนัยจำนวน 4 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์จะมีคำถามย่อยวัดความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ 1 คำถาม และ วัดความสามารถในการแสดงแนวคิดและวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ 1 คำถาม รวมสถานการณ์ละ 2 คำถาม เป็นจำนวนทั้งหมด 8 คำถาม

เนื้อหาในแบบวัดมีทั้งหมด 3 เรื่อง คือ

- 1.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2 สถานการณ์ รวม 4 คำถาม)
 - 1.2 ความเท่ากันทุกประการ (1 สถานการณ์ รวม 2 คำถาม)
 - 1.3 เส้นขนาน (1 สถานการณ์ รวม 2 คำถาม)
 2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
 3. ให้นักเรียนเขียน เลขที่ ชื่อ – นามสกุล ในแบบวัดทุกหน้า
 4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ
 5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
-

ตัวอย่างสถานการณ์และคำถาม

1. กำหนดสถานการณ์ ดังนี้

พ่อแบ่งเงิน 700 บาท ให้กับลูก 3 คน คือ เก่ง กล้า และแก้ว โดยเก่งได้รับจำนวนเงินเป็นสองเท่าของกล้า ส่วนแก้วได้รับจำนวนเงินเป็นครึ่งหนึ่งของกล้า จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 1.1 จงกำหนด “ตัวแปรหรือสัญลักษณ์” เพื่อแทน “จำนวนเงินที่ลูกคนใดคนหนึ่งได้รับ” แล้วเขียนแทน “จำนวนเงินของลูกอีกสองคนได้รับ” ในรูปของตัวแปรหรือสัญลักษณ์ที่กำหนดดังกล่าว

คำถาม 1.2 จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “เก่งกับแก้ว ใครได้รับเงินมากกว่ากัน และมากกว่ากันอยู่ที่บาท”

2. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

เส้นตรง S ตั้งฉากกับทั้งเส้นตรง L และเส้นตรง M ส่วนเส้นตรง T เป็นเส้นตัดขวางของเส้นตรง L และเส้นตรง M โดยทำมุม 100 องศา กับเส้นตรง M จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 2.1 จงวาดรูปเพื่อแสดงเส้นตรงทั้ง 4 เส้น และเติมข้อมูลและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนด



คำถาม 2.2 จงอธิบายแนวคิดเป็นลำดับขั้นตอนและแสดงรายละเอียดให้ชัดเจนเพื่อหาคำตอบว่า “มุมแหลมที่เกิดจากเส้นตรง L ตัดกับเส้นตรง T มีขนาดกี่องศา”

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ภาคผนวก จ
ผลการประเมินระดับพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่ม
ตัวอย่าง 35 คน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

นักเรียนเลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 2				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
20		√			√							√
21		√					√					√
22		√			√						√	
23		√					√				√	
24			√				√					√
25				√	√							√
26		√				√						√
27		√					√				√	
28		√				√						√
29		√				√						√
30		√					√				√	
31		√			√					√		
32		√					√					√
33				√			√					√
34		√			√						√	
35		√					√			√		

2. ผลการประเมินระดับพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านแสดง และนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล โดยใช้เกณฑ์การ ประเมินดังตารางที่ 11 (หน้า 71) ซึ่งมี 4 ระดับ โดยที่

1 หมายถึง ระดับปรับปรุง

2 หมายถึง ระดับพอใช้

3 หมายถึง ระดับดี

4 หมายถึง ระดับดีมาก

ผู้วิจัยใช้ “เลขที่” ในการระบุนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 35 คน

ตารางที่ 30 แสดงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านแสดง และนำเสนอแนวคิดในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล

นักเรียนเลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 2				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	✓				✓				✓			
2	✓							✓	✓			
3			✓					✓		✓		
4	✓						✓		✓			
5		✓					✓					✓
6			✓		✓							✓
7				✓	✓							✓
8			✓				✓					✓
9				✓			✓					✓
10			✓				✓					✓
11				✓			✓					✓
12		✓						✓			✓	
13				✓			✓					✓
14		✓					✓				✓	
15	✓				✓				✓			
16	✓				✓				✓			
17			✓				✓				✓	
18		✓				✓						✓
19			✓				✓		✓			
20	✓				✓						✓	

นักเรียนเลขที่	ระดับพฤติกรรมระยะที่ 1				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 2				ระดับพฤติกรรมระยะที่ 3			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
21			√				√			√		
22				√	√							√
23	√						√				√	
24				√	√						√	
25			√					√				√
26		√						√				√
27				√			√					√
28			√					√				√
29				√			√					√
30				√				√				√
31			√		√							√
32			√				√					√
33			√				√					√
34			√		√					√		
35			√				√				√	

บรรณานุกรม

- Alexander Renkl. (2002). Worked-out examples: Instructional explanations support learning by self-explanations. *Learning and instruction*, 12.
- Atik Rodiawati. (2018). Worked Example Using ILL-Structured Problem: Trained High Order Thinking Skill. *AKSIOMA Jurnal Pendidikan Matematika FKIP Univ.* , 7.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. Prentice Hall.
- Booth, J., McGinn, K., Young, L. K., Young, L. K., & Barbieri, C. A. (2015). Simple Practice Doesn't Always Make Perfect: Evidence from the Worked Example Effect. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, 2.
- Buschman, L. (1995). Communicating in the language of mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 1(6), 324-330.
- Endah Retnowati, Paul Ayres, & John Sweller. (2010). Worked example effects in individual and group work settings. *Educational Psychology*, 30, 349-367.
- Faulkner Russell, & David Russell. (1999). *A comparison of worked-examples and problem-based learning on the achievement and retention of middle school science student teams* [University of South Alabama]. <https://www.learntechlib.org/p/120147/>
- John Sweller, Jeroen J. G. Van Merriënboer, & Fred Paas. (1998). Cognitive Architecture and Instructional Design. *Educational Psychology Review*, 10(3).
- Kennedy, L., & Tipps, S. (1994). Guiding children's learning of mathematics. In. Belmont, California: Woodworth Publishing.
- Lewis, M., Graves, I., & Sanchez, L. (2006). Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. Proceedings of the 7th international conference on Learning sciences,
- Mumme, J., & Shepherd, N. (1993). Communication in mathematics. In T. E. Rowan & L. J. Morrow (Eds.), *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher*. *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*.

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Natl Council of Teachers of.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). Natl Council of Teachers of.
- Prestage, S. (2002). Mathematics 11 - 16. In L. Haggarty (Ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice*. Routledge.
- Renkl, A. (2011). Instruction based on examples. In R. E. Mayer & P. A. Alexander. *Handbook of research on learning and instruction*.
- Reys, R. E., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2001). *Helping children learn mathematics*. John Wiley & Sons.
- Robert K. Atkinson, Sharon Derry, Alexander Renkl, & Donald Wortham. (2000). Learning from Examples: Instructional Principles from the Worked Examples Research. *Review of Educational Research, 70(2)*.
- Rodeheaver, L. R. (2000). *A case study of communication between secondary Mathematics student teachers and the cooperating teachers* Georgia State University].
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher*. *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*. ERIC.
- Senne-Dibble, C. (1995). An Analysis of an Authentic Assessment Technique: Comparing the spoken and Written Mathematical Communicative Abilities of Grade 4 Students (Fourth Grade). *DAI-A, 56(10)*, 3873.
- Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition and Instruction, 2*.
- Van Gog, T., Paas F., & Van Merriënboer, J. (2008). Effects of studying sequences of process -oriented and product - oriented worked examples on troubleshooting transfer efficiency. *Learning and instruction, 18*.
- Xiaoxia Huang. (2007). The Effect of Different Types of Worked Examples on Student Learning and Transfer of a Problem Solving Task. http://purl.flvc.org/fsu/fd/FSU_migr_etd-3679
- ไตรภพ คงเสน. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโพร์

- พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- กรมวิชาการ. (2546). คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กระทรวงศึกษาธิการ.
- จารุวรรณ ทศนโกวิท. (2544). ผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3: การเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- ณิชภาพร เจริญวานิชกูร. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของ MAYNES และ SCOTT ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- พรรรพिता พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- ศุภลักษณ์ ครูทอง. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2561). รายงานผลทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ม.3 ปีการศึกษา 2561. Retrieved 1 กุมภาพันธ์ from <http://niets.or.th>
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2562). ผลการประเมิน PISA 2018 <https://drive.google.com/file/d/18DKqGcld1dN6IWF07TXG8YZsOOg-NLWZ>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. 3-คิวมีเดีย.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ].
- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].

- สุนิดดา เรืองสิริเศรษฐ์. (2552). ปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- สุพัตรา จอมคำสิงห์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- หทัยรัตน์ ยศแผ่น. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อิสริยา ปรมัตถการ. (2556). การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	พลฐวัตร นิมทอง
วัน เดือน ปี เกิด	18 มีนาคม 2539
สถานที่เกิด	ราชบุรี
วุฒิการศึกษา	สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะ วิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2560 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2561
ที่อยู่ปัจจุบัน	144/28 หมู่ 4 ตำบล สามพระยา อำเภอ ชะอำ จังหวัด เพชรบุรี 76120



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY