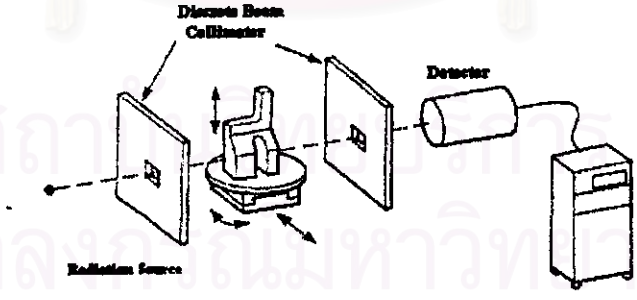
บทที่ 2
ทฤษฎีการสร้างภาพโทโมกราฟี

2.1 หลักการสร้างภาพโทโมกราฟี

ภาพโทโมกราฟี หมายถึง ภาพตัดขวาง ของวัตถุซึ่งแสดงค่า สัมประสิทธิ์การลดทอนของรังสีที่ใช้ในแต่ละพื้นที่น้อยๆของวัตถุ สำหรับเทคนิคการเก็บข้อมูลโพรไฟล์ เพื่อใช้ในการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟี ซึ่งสามารถจำแนกวิธีการเป็น 3 วิธี ได้แก่

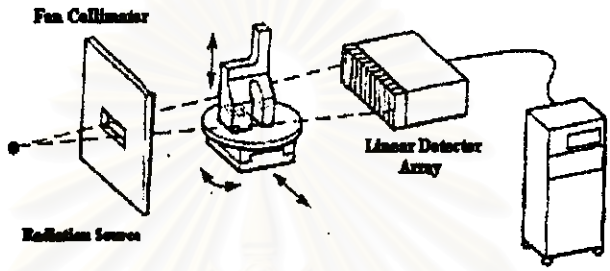
2.1.1 วิธีสแกนแบบรังสีลำแคบ (narrow beam) ลักษณะการทำงานของวิธีสแกนแบบรังสีลำแคบนี้ คือการใช้ลำรังสีที่พุ่งออกจากแหล่งกำเนิดรังสีซึ่งจำกัดขนาดให้เป็นลำแคบทะลุผ่านวัตถุแล้วตกกระทบหัววัดรังสีซึ่งอยู่ด้านตรงกันข้าม และมีการจำกัดขนาดลำรังสี การสแกนด้วยวิธีนี้กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่ผ่านลำรังสีไปจนสุดขอบของวัตถุ จากนั้นวัตถุหมุนไปด้วยมุมน้อย ๆ จึงสแกนย้อนกลับมาที่จุดเดิมซึ่งการเก็บข้อมูลโพรไฟล์ด้วยวิธีนี้จะใช้เวลาค่อนข้างนาน ระยะห่างของแต่ละจุดที่สแกนเป็นเส้นตรงขณะทำการวัดรังสี กำหนดให้ห่างกันเท่ากับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของรังสีลำแคบนั้น ๆ เรียกปริมาณรังสีแต่ละจุดว่า "เรย์ซัม (ray-sum)" การสแกนผ่านวัตถุต่อการหมุนของวัตถุด้วยมุมน้อย ๆ นั้น ประกอบไปด้วยหลาย ๆ เรย์ซัม เรียกว่า "โพรไฟล์ (profile)" หรือ "โปรเจกชัน (projection)" การสแกนเก็บข้อมูล โพรไฟล์นั้นจะต้องกำหนดให้วัตถุหมุนจากมุม 0 - 180 องศา เป็นอย่างน้อย ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 วิธีสแกนเก็บข้อมูลโพรไฟล์แบบรังสีลำแคบ

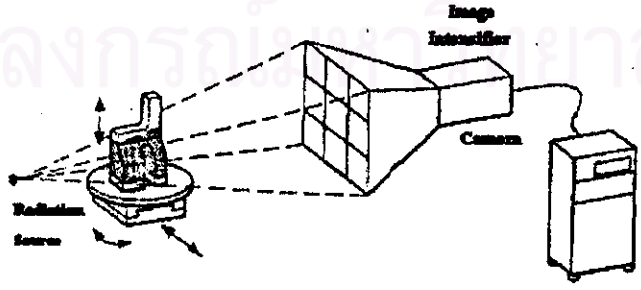
2.1.2 วิธีสแกนแบบลำรังสีรูปพัด (fan beam) เนื่องจากวิธีสแกนแบบรังสีลำแคบ ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลค่อนข้างนานมาก จึงได้มีการพัฒนาวิธีสแกนแบบลำรังสีรูปพัดขึ้นมา เพื่อลดเวลาในการเก็บข้อมูลโพรไฟล์ให้น้อยลง โดยใช้ลำรังสีเป็นรูปพัด และหัววัดรังสีเป็นแบบแถว (linear detector array) หลัก

การทำงานจะคล้าย ๆ กับวิธีแรก แตกต่างกันตรงที่เมื่อวัตถุหมุนไปแต่ละครั้งจะสามารถเก็บข้อมูลโพรไฟล์ได้เลย จึงเป็นผลให้วิธีนี้ใช้เวลาน้อยลง ส่วนในการออกแบบสร้างเป็นระบบเก็บข้อมูลด้วยวิธีนี้ สามารถออกแบบให้วัตถุตัวอย่างหมุนรอบตัวเพียงอย่างเดียว โดยต้นกำเนิดรังสีและหัววัดรังสียึดอยู่กับที่ และในทางกลับกันก็สามารถออกแบบให้วัตถุตัวอย่างยึดอยู่กับที่ แต่ต้นกำเนิดรังสีกับหัววัดรังสีหมุนรอบวัตถุ ดังรูปที่ 2.2 แต่การสร้างภาพโทโมกราฟีแบบสามมิตินั้น การสแกนเก็บข้อมูลโพรไฟล์จะต้องทำในแนวแกนตั้งด้วย จึงทำให้ต้องใช้เวลานานขึ้น



รูปที่ 2.2 วิธีสแกนเก็บข้อมูลแบบลำรังสีรูปพัด

2.1.3 วิธีสแกนแบบลำรังสีรูปกรวย (cone beam) การเก็บข้อมูลด้วยวิธีนี้ เป็นการถ่ายภาพวัตถุซึ่งสามารถทราบรายละเอียดทั้งในแนวแกนนอนกับแกนตั้ง ซึ่งลำรังสีที่ใช้นั้นมีลักษณะเป็นรูปกรวยที่ออกจากต้นกำเนิดรังสี โดยกำหนดให้วัตถุหมุนรอบตัวเองด้วยมุมน้อยๆ สำหรับส่วนรับข้อมูล หรือหัววัดรังสีนั้นจะมีลักษณะเรียงกันเป็นแถว หลาย ๆ แถว หรืออาจใช้แผ่นเรืองแสงรับภาพ โดยมีกล้องโทรทัศน์จับภาพ และแสดงภาพบนจอมอนิเตอร์ การเก็บข้อมูลโพรไฟล์ด้วยวิธีนี้ ใช้เวลาน้อยที่สุดซึ่งอาจเรียกว่า "ระบบโทรทัศน์ (television system)" ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 วิธีสแกนเก็บข้อมูลแบบลำรังสีรูปกรวย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 <u>การคำนวณสร้างภาพแบบคอนโวลูชัน ฟิลเตอร์ แบคโปรเจกชัน</u>

ในขณะที่รังสีเคลื่อนที่ผ่านวัตถุจะเกิดอันตรกิริยา ต่าง ๆ กับวัตถุ ซึ่งปรากฏการณ์เหล่านี้มีผลทำให้ความเข้มของลำรังสีลดลง โดยมีความสัมพันธ์กับสมการที่ 2.1 ดังต่อไปนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \qquad (2.1)$$

เมื่อ I_0 และ I คือ ความเข้มของรังสีก่อนและหลังทะลุผ่านตัวกลาง ตามลำดับ

μ คือ สัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีต่อวัตถุตัวกลาง

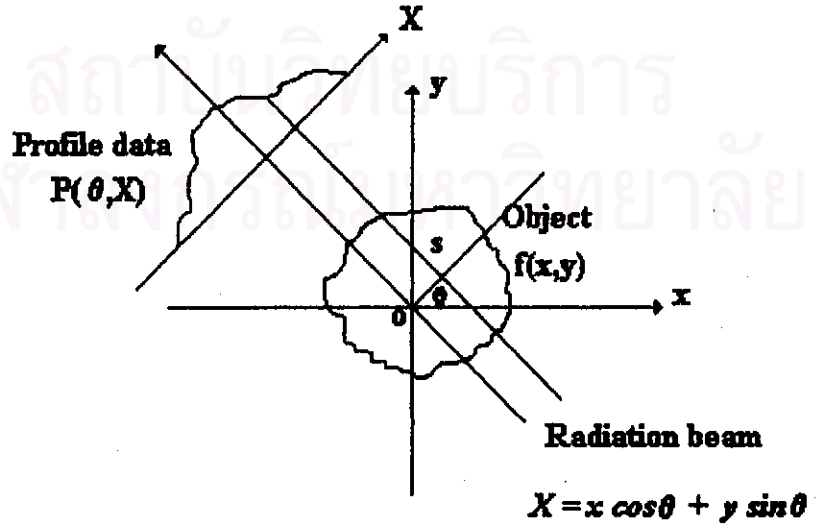
x คือ ความหนาของตัวกลาง

ถ้ากรณีที่ตัวกลางประกอบไปด้วยสารหลาย ๆ ชนิด การดูดกลืนรังสีในสารแต่ละชนิดจะแตกต่างกัน ดังนั้นการคิดคำนวณความเข้มของรังสีที่ทะลุผ่านตัวกลางจึงต้องแบ่งตามค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีต่อวัตถุตัวกลางและความหนาของตัวกลางออกเป็นส่วน ๆ (dx) ดังสมการที่ 2.2

$$I_1 = I_0 e^{-\mu dx} \qquad (2.2)$$

เมื่อ I_1 คือ ความเข้มของรังสีหลังทะลุผ่านตัวกลาง ความหนา dx

จากที่กล่าวมาข้างต้นการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีจึงเริ่มจากสมการการลดทอนของรังสีที่มีต่อวัตถุตัวกลาง ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีต่อวัตถุตัวกลางนั้น สามารถคำนวณได้ด้วยทฤษฎีการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) และกฎการคอนโวลูชัน เมื่อพิจารณารูปที่ 2.4 ประกอบดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.4 แผนภาพการเก็บข้อมูลโพรไฟล์

หลักการสร้างภาพโทโมกราฟีนั้นพิจารณาจากคุณสมบัติการทะลุผ่านของรังสีต่อวัตถุ โดยวัตถุสามารถหมุนรอบตัวเองได้ด้วยมุมน้อย ๆ ข้อมูลความเข้มของรังสีที่ทะลุผ่านวัตถุต่อการสแกนแต่ละครั้งเรียกว่า "ข้อมูลโพรไฟล์ (profile data)" หรือ "ข้อมูลโปรเจกชัน (projection data)" รูปที่ 2.4 แสดงหลักการของการเก็บข้อมูลโพรไฟล์ โดยการกำหนดให้วัตถุวางบนระนาบ (x,y) และมีจุด 0 เป็นจุดหมุนแนวแกนของวัตถุหมุนทำมุม θ กับแนวแกน X รังสีลำขนานออกจากต้นกำเนิดรังสีตัดผ่านวัตถุถึงหัววัดรังสีด้วยระยะทาง s จากรูปที่ 2.4 กำหนดให้ I_0 และ I เป็นความเข้มของรังสีก่อนและหลังทะลุผ่านวัตถุ ตามลำดับ ซึ่งการลดลงของความเข้มของรังสีเป็นไปตามสมการที่ 2.3 ดังต่อไปนี้

$$I = I_0 \, e^{[-\int f(x,y)\, ds]} \tag{2.3}$$

โดยฟังก์ชัน f(x,y) คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีต่อวัตถุตัวกลาง ณ ตำแหน่งต่าง ๆ บนระนาบ (x,y) และจากสมการที่ 2.3 สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น สมการที่ 2.4 ดังต่อไปนี้

$$P(\theta,X) = \ln\left[\frac{I_0}{I}\right] = \int f(x,y)\, ds \tag{2.4}$$

ในที่นี้ P(θ, X) คือ ข้อมูลโพรไฟล์ที่มุมใด ๆ ซึ่งข้อมูลแต่ละจุดบนแนวแกน X ของวัตถุที่เกิดจากลำรังสีแต่ละเส้นที่ตัดผ่าน เรียกว่า "เรย์ซัม (ray-sum)" โดยจำนวนเรย์ซัมควรเป็นเลขคี่

ข้อมูลโพรไฟล์ที่ได้จากการวัดความเข้มของรังสีที่ทะลุผ่านวัตถุนั้น ยังไม่สามารถนำไปเป็นข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีได้ จึงต้องมีการปรับแก้ค่า(correction) ใหม่ ทั้งนี้เพื่อให้ได้ ข้อมูลโพรไฟล์ที่มีความสัมพันธ์กับค่าโอกาสในการดูดกลืนรังสีของวัตถุตัวกลางอย่างแท้จริง โดยการปรับแก้ค่าจากความแรงรังสีพื้นฐาน (background, B) ซึ่งได้ค่าข้อมูลโพรไฟล์ที่ผ่านการแก้ค่าแล้วดังสมการที่ 2.5

$$P'(\theta,X) = \ln\left[\frac{I_0 - B}{I - B}\right] \tag{2.5}$$

เมื่อประยุกต์ทฤษฎีของการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) และกฎการคอนโวลูชัน (convolution) จากสมการที่ 2.4 และ 2.5 จึงเขียนรูปสมการใหม่ได้เป็นสมการที่2.6 ดังต่อไปนี้

$$f(x,y) = \left(\frac{1}{\pi}\right) \int\int P'(\theta,X) \circledcirc H(X-X')\, dX'\, d\theta \tag{2.6}$$

เมื่อ © คือ คอนโวลูชัน โดยฟังก์ชัน H(X) คือ ฟิลเตอร์ฟังก์ชัน (filter function) วิธีการคำนวณแบบนี้เรียกว่า "คอนโวลูชัน ฟิลเตอร์ แบคโปรเจกชัน (convolution filter backprojection)"

สำหรับการกรองข้อมูลโพรไฟล์ด้วยฟิลเตอร์ฟังก์ชันนั้นเป็นการนำข้อมูลโพรไฟล์แต่ละโพรไฟล์มาปรับด้วยการคำนวณจากสมการของ Shepp-Logan ดังสมการที่ 2.7

$$H(m) = \frac{2}{[\pi^2 d(1-4m^2)]} \tag{2.7}$$

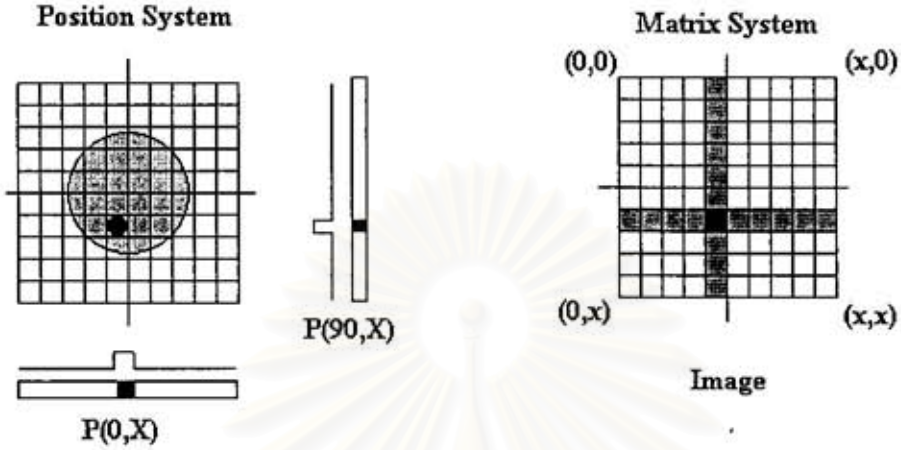
หรือ จากสมการของ Ram-Lak ดังสมการที่ 2.8

$$H(m) = \begin{cases} \dfrac{1}{4d} & ;m = 0 \\ \dfrac{-\sin^2(\frac{m\pi}{2})}{\pi^2 m^2 d} & ;m \neq 0 \end{cases} \tag{2.8}$$

เมื่อ d คือ ระยะห่างระหว่างเรย์ซัม และ m คือ เลขจำนวนเต็ม ได้แก่ 0,1,2..... ดังนั้นเมื่อปรับข้อมูลโพรไฟล์ P(θ,X) โดยการคูณด้วยสมการที่ 2.7 หรือสมการที่ 2.8 แล้วจึงนำไปคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีโดยวิธีแบคโปรเจกชันต่อไป

เมื่อเก็บข้อมูลโพรไฟล์จากการวัดความเข้มของรังสีที่ทะลุผ่านวัตถุตัวกลางที่มุมต่าง ๆ แล้วนำมาปรับแก้โพรไฟล์ด้วยค่าแบคกราวด์ (backgroumd) และเลือกใช้ฟิลเตอร์ ฟังก์ชัน ของ Shepp-Logan หรือ Ram-Lak จะได้โพรไฟล์ใหม่ที่เหมาะสำหรับนำไปคำนวณสร้างภาพตัดขวาง การที่จะสร้างเป็นภาพนั้นมีกระบวนการที่ค่อนข้างซับซ้อนและยุ่งยากพอสมควร เพื่อให้เกิดความเข้าใจพอสังเขป พิจารณารูปที่ 2.5 จากรูปทางด้านซ้ายมือจะเห็นวัตถุตัวอย่างวางอยู่บนระนาบ (x,y) โดยจุดหมุนวางทับจุดกำเนิดของระนาบที่ขีดตารางบนระนาบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตรัส ด้านล่างมีลำรังสีทะลุผ่านวัตถุโดยทำมุม 0 องศากับแนวแกนหมุนของวัตถุ ด้านขวามีลำรังสีทะลุผ่านวัตถุทำมุม 90 องศากับแนวแกนหมุนของวัตถุ ดังนั้นจึงได้ข้อมูลโพรไฟล์ของแต่ละมุมเป็น P(0,X) และ P(90,X) ตามลำดับ เรียกรูปทางด้านซ้ายมือนี้ว่า "ระบบโพสิชัน (position system)" พิจารณารูประนาบสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทางด้านขวามือซึ่งแบ่งเป็นตารางที่มีขนาดและจำนวนเท่ากันกับรูปทางขวามือ แต่ละจุดบนระนาบกำหนดตำแหน่งโดยเรียงลำดับจากมุมบนด้านซ้าย เริ่มจาก (0,0) สุดขอบทางด้านขวาที่จุด (X,0) สุดขอบซ้ายด้านล่างที่จุด (0,X) และสุดขอบทางด้านขวาล่างที่จุด (X,X) ในที่นี้ X หมายถึง จำนวนเรย์ซัมในหนึ่งโพรไฟล์ เมื่อนำข้อมูลเรย์ซัมแต่ละจุดที่ตรงกัน ณ มุมต่าง ๆ

มารวมกันก็จะเกิดเป็นภาพขึ้นมา ระบบที่ทำให้เกิดเป็นภาพโทโมกราฟีทางด้านขวามือเรียกว่า "ระบบเมตริกซ์ (matrix system)" ดังนั้นวิธีแบคโปรเจกชันจึงเป็นการแปลงจากระบบโพสิชันไปเป็นระบบเมตริกซ์นั่นเอง



รูปที่ 2.5 แผนภาพวิธีการแบคโปรเจกชัน (backprojection)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย