บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    - 1.1 ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    - 1.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    - 1.3 รูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    - 1.4 ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    - 1.5 ความสำคัญของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่อการเรียนเรขาคณิต
2. การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต
    - 2.1 การใช้คอมพิวเตอร์ในการศึกษา
    - 2.2 การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
    - 2.3 ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิต
    - 2.4 ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    - 3.1 งานวิจัยในประเทศ
    - 3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

1. ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ดังนี้

เทอร์สโตน (Thurstone,1958: 54) กล่าวถึงความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการมองเห็น หรือมีมโนภาพในการหมุนของ

รูปทรงเรขาคณิตในมิติต่าง ๆ และมีมโนภาพในการเห็นรูปทรงเมื่อเปลี่ยนตำแหน่ง หรือแปลงสภาพไป

อนาสตาซี (Anatasi,1961 : 344) กล่าวถึงความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถทางสมองด้านมิติสัมพันธ์ ประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบ คือ การรับรู้มิติสัมพันธ์ หรือความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิต และการมองเห็นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง หรือเปลี่ยนรูป

เบนเนต ซีชอร์ และ เวสแมน (Bennett , Seashore and Wesman 1967: 247) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างมโนภาพทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกออกจากกันและมองเห็นเค้าโครงสร้างเมื่อนำส่วนต่าง ๆ มาประกอบกัน รวมทั้งทิศทางของวัตถุหรือสิ่งของที่เปลี่ยนไป

แมคจี (McGee ,1979: 126) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการมองเห็นเค้าโครงของสิ่งต่าง ๆ เมื่อนำมาประกอบกัน เช่น รูปร่างลักษณะของโมเลกุลต่าง ๆ มองเห็นความสัมพันธ์ของขนาด ทิศทาง ของสิ่งต่าง ๆ

สภาครูคณิตศาสตร์ระดับชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM,1995:1) ระบุถึง ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ มักจะอ้างถึง การรับรู้ด้านมิติสัมพันธ์ หรือ ความสามารถในการมองเห็นวัตถุ เช่น ความสามารถในการจินตนาการการเปลี่ยนแปลง หรือ ความสามารถทางสมองในการย้าย การหมุน หรือความสามารถในการมองเห็นวัตถุต่าง ๆ เมื่อนำมาประกอบเข้าด้วยกัน

สตาร์ด (Stuart,1995:438) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการกระทำงานที่เกี่ยวข้องกับมิติอย่างชำนาญ เช่น การอ่านแผนที่ การแก้โจทย์ปัญหาที่วกวน การหมุนภาพ

ออเลน และคณะ (Allen and Other,1996: 327-355) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการจินตนาการสิ่งที่ได้พบเห็นเกี่ยวกับขนาด รูปร่าง ลักษณะของสิ่งต่าง ๆ การมองเห็นความสัมพันธ์เมื่อมีการเคลื่อนที่ การซ้อนทับกัน เป็นต้น

ล้วน สายยศ (2522:56) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการจินตนาการขนาด มิติต่างๆ ตลอดจนทรวดทรงที่มีรูปร่างลักษณะแตกต่างกัน ทั้งในระนาบเดียวและหลายระนาบรวมทั้งความสามารถในการมองรูปทรงต่าง ๆ ที่เคลื่อนไหว ซ้อนทับกัน หรือซ่อนอยู่ภายใน ตลอดจนถึงการแยกภาพ ผสมภาพ และการจำแนกตำแหน่งที่ตั้งบน-ล่าง ซ้าย – ขวา ระยะทาง ใกล้ ไกล ด้วย

ทองห่อ วิภาวิน (2523 : 73) กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการสร้างมโนภาพ ทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกสิ่งเหล่านี้ออกจากกัน เห็นเค้าโครงเมื่อนำสิ่งเหล่านั้นมาประกอบเข้าด้วยกัน ฉะนั้นสมรรถภาพด้านนี้จะส่งผลให้มนุษย์เข้าใจถึงมิติต่าง ๆ ได้แก่ ขนาด รูปร่าง ความสูงต่ำ ใกล้ ไกล พื้นที่ปริมาตร ซึ่งมีคุณค่ามากทางวิชาเรขาคณิต วาดเขียน แผนที่ และการฝีมือ ผู้ที่มีสมรรถภาพด้านนี้สูงเหมาะที่จะมีอาชีพเป็นสถาปนิก วิศวกร นักวางผังเมือง นักออกแบบ เขียนแบบ นักขับรถ และงานตกแต่งต่าง ๆ

วิเชียร เกตุสิงห์ (2524 : 42) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นความสามารถที่ส่งผลให้มนุษย์ เข้าใจถึงมิติ อันได้แก่ รูปร่าง ขนาด ความสูงต่ำ ใกล้ ไกล พื้นที่ ปริมาตร เป็นต้น เป็นความสามารถทางสมองที่จะทำให้มนุษย์เกิดจินตนาการ เห็นภาพส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกออกจากกัน มองเห็นเค้าโครงเมื่อนำส่วนต่างๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน รวมทั้งทิศทางของวัตถุที่เปลี่ยนแปลงไป

วัญญา วิศาลาภรณ์ (2525:35) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการมองเห็นหรือเกิดมโนภาพเกี่ยวกับรูปในมิติต่าง ๆ ทั้งชนิดที่เป็นรูปที่มีความหมาย ตลอดจนสามารถสร้างมโนภาพได้ว่ารูปทรงจะเปลี่ยนไปอย่างไร เมื่อมีรูปที่กำหนดหมุนไปหรือแปลงสภาพไป

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างมโนภาพ มีความเข้าใจเกี่ยวกับรูปร่าง ขนาด ความสูงต่ำ พื้นที่ ปริมาตร และมิติต่าง ๆ มองเห็นเค้าโครงเมื่อนำส่วนต่าง ๆมาประกอบเข้าด้วยกัน รวมทั้งมองเห็นความสัมพันธ์ที่เกิดจากการซ้อนทับ หรือซ่อนอยู่ภายใน

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นส่วนหนึ่งของความสามารถทางสมองของมนุษย์ ดังนั้น

เมื่อกล่าวถึงความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จึงต้องอธิบายถึงทฤษฎีความสามารถทางสมองเพื่อให้มีความเข้าใจชัดเจนมากยิ่งขึ้น นักจิตวิทยา และนักการศึกษาได้ค้นคว้าทฤษฎีความสามารถทางสมองที่แตกต่างกันออกไป ผู้วิจัยได้ศึกษาและนำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ดังนี้

ทฤษฎีหลายองค์ประกอบ (Multi – Factor Theory)

ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางของนักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ผู้นำในการสร้างทฤษฎีนี้ คือ เทอร์สโตน (Thurstone,1958:121) เสนอทฤษฎีนี้เมื่อปี ค.ศ. 1933 เขาได้ทำการวิจัยโครงสร้างทางสมองอย่างกว้างขวาง และใช้หลักการวิเคราะห์สมัยใหม่ที่เรียกว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) ทำให้สามารถแยกความสามารถทางสมองออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้หลายอย่าง โดยเชื่อว่าความสามารถทางสมองไม่ได้ประกอบด้วยความสามารถรวมเป็นแกนกลาง แต่ประกอบด้วยองค์ประกอบเป็นกลุ่ม ๆ โดยแต่ละกลุ่มมีหน้าที่เป็นอย่าง ๆ โดยเฉพาะหรือทำงานร่วมกันได้บ้าง องค์ประกอบย่อย ๆ นี้มีชื่อว่าความสามารถปฐมภูมิของสมองหรือ ความสามารถทางสมองขั้นพื้นฐาน(Primary Mental Abilites) เขาแยกองค์ประกอบย่อยโดยยึดน้ำหนักขององค์ประกอบ (Loading Factor) เป็นสำคัญ แต่โดยความเป็นจริงองค์ประกอบเหล่านี้มีส่วนที่เกี่ยวพันกันบ้างเหมือนกัน เทอร์สโตน ได้แบ่งองค์ประกอบความสามารถทางสมองของมนุษย์ได้หลายอย่างแต่ที่เห็นได้ชัด และสำคัญ มี 7 องค์ประกอบ คือ

1. องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor ใช้อักษรย่อว่า V.) เป็นความสามารถในการเข้าใจความหมายและการสื่อสารทั่วไป ผู้ที่มีองค์ประกอบด้านนี้สูงจะมีความสามารถในการอ่านเรื่อง อ่านแบบเข้าใจความหมาย รู้ความสัมพันธ์ของคำ รู้ความหมายของคำศัพท์

2. องค์ประกอบด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ (Word Fluency Factor ใช้อักษรย่อว่า W.) เป็นความสามารถที่จะใช้คำได้มากในเวลาจำกัด ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้มีความสามารถในการเจรจา การประพันธ์ร้อยแก้วร้อยกรอง ตอบโต้ทันทีทันใด ที่เรียกว่ามีปฏิภาณไหวพริบในการเจรจา

3. องค์ประกอบด้านจำนวน (Number Factor ใช้อักษรย่อว่า N.) องค์ประกอบนี้ส่งผลให้มีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ดี มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ และความหมายของจำนวน และมีความแม่นยำ คล่องแคล่วในการบวก ลบ คูณ หาร ในวิชาเลขคณิตได้อย่างดีอีกด้วย

4. องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Space Factor ใช้อักษรย่อว่า S.) ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้เข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ อันได้แก่ ความสั้น ความยาว ไกล ใกล้ และพื้นที่ หรือ

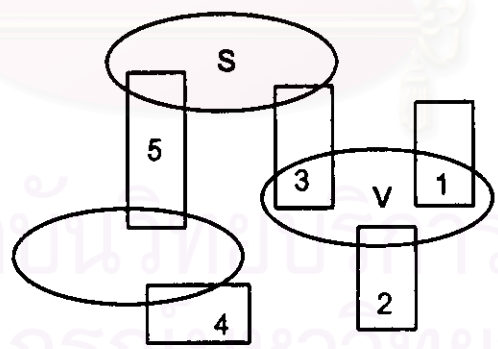
ทรวดทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถสร้างจินตนาการให้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุต่าง ๆ เมื่อนำมาซ้อนทับกัน สามารถรู้ความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่

5. องค์ประกอบด้านความจำ (Memory Factor ใช้อักษรย่อว่า M.) เป็นความสามารถด้านความทรงจำเรื่องราว และมีสติระลึกรู้จนสามารถถ่ายทอดได้ ความจำในที่นี้อาจเป็นความจำแบบนกแก้ว หรือจำโดยอาศัยสิ่งสัมพันธ์ได้ ซึ่งถือว่าเป็นความจำในองค์ประกอบนี้ทั้งสิ้น

6. องค์ประกอบด้านการรับรู้ (Perceptual Factor ใช้อักษรย่อว่า P.) เป็นความสามารถในการมองเห็นและสังเกตรายละเอียดเกี่ยวกับความคล้ายคลึง หรือความแตกต่างระหว่างสิ่งของต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

7. องค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning Factor ใช้อักษรย่อว่า R.) เป็นความสามารถด้านวิจารณญาณ หาเหตุผลค้นคว้าหาความสำคัญ ความสัมพันธ์และหลักการทั้งหลายที่สร้างกฎหรือทฤษฎี

องค์ประกอบย่อยทั้ง 7 องค์ประกอบนั้นแม้จะแยกออกจากกัน มีหน้าที่เด่นชัดในตัวเอง แต่องค์ประกอบเหล่านี้มีความเกี่ยวข้องกันอยู่ ซึ่งรูปภาพที่ 1 เป็นการแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบ คือ V. (Verbal) N. (Number) และ S. (Spatial) ตามทฤษฎีหลายองค์ประกอบ



รูปภาพที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ของแบบทดสอบ 5 ชุดที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบตามทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน

ที่มา : Anastasi (1976 : 371)

จากแผนภาพทำให้ทราบว่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบ 1 , 2 และ 3 ที่มีต่อกันและกัน มีองค์ประกอบร่วมทางภาษา (Verbal Factor ย่อว่า V.) ในทำนองเดียวกันสหสัมพันธ์ระหว่างแบบ

ทดสอบ 3 และ 5 เป็นผลจากองค์ประกอบมิติสัมพันธ์ (Spatial Factor ย่อว่า S.) และความสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบ 4 และ 5 เป็นผลจากองค์ประกอบด้านตัวเลข (Number ย่อว่า N.) ที่น่าสังเกต คือ แบบทดสอบ 3 และ 5 มีองค์ประกอบซ้อนขึ้นมา นั้นคือ V กับ S มีอยู่ในแบบทดสอบ 3 , N และ S มีอยู่ในแบบทดสอบ 5 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ,2541 : 45-47)

ทฤษฎีไฮราคิคัล หรือ ทฤษฎีลำดับขั้น (Hierachical Theory)

เวอร์เนอร์ (Vernon ,1950 :11-36) อธิบายถึงความสามารถทางสมอง โดยเริ่มแบ่งความสามารถทั่วไป (General – Factor) ออกเป็น 2 องค์ประกอบใหญ่ ๆ (Major Group Factors)ดังนี้

1. ความสามารถทางภาษาและการศึกษา (Verbal-Education หรือ v:ed) เป็นความสามารถในด้านการใช้ภาษาและด้านการเรียน ได้แก่ความสามารถด้านภาษา ความสามารถด้านตัวเลข และด้านอื่น ๆ แล้วแปงย่อยออกเป็นองค์ประกอบเฉพาะต่อไป

2. ความสามารถทางปฏิบัติทั่วไป (Practical หรือ k:m) เป็นความสามารถในด้านกลไกเชิงปฏิบัติ ซึ่งแปงออกเป็นองค์ประกอบย่อย ได้แก่ ความสามารถด้านกลไก ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ คือ ความสามารถในการมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ความสามารถทางด้านการใช้ฝีมือ และด้านอื่น ๆ แล้วแบ่งย่อยออกเป็นองค์ประกอบเฉพาะต่อไป

ทฤษฎีเชาว์ปัญญาหลากหลาย (Theory of Multiple Intelligences)

ทฤษฎีนี้นำเสนอโดย การ์ดเนอร์ (Gardner,1983:73 -328) เมื่อปี ค.ศ.1983 ว่า เชาว์ปัญญา มี 7 ด้าน สรุปได้ดังนี้

1. ด้านเหตุผลคณิตศาสตร์ (Logical – Mathematical Intelligence) เป็นความสามารถว่องไว และมีศักยภาพในการมองเห็น มีตรรกในเรื่องปริมาณ ใช้เหตุผลได้ดีอย่างต่อเนื่อง

2. ด้านภาษา (Linguistic Intelligence) เป็นความสามารถด้านภาษา มีความไวต่อการรับรู้ เสียง จังหวะ ความหมายคำ สามารถแยกแยะได้อย่างว่องไวในความแตกต่างของหน้าที่ของภาษา

3. ด้านดนตรี (Musical Intelligence) เป็นความสามารถด้านดนตรี สามารถสร้างและชาบซึ้งในจังหวะ ระดับ ของเสียงดนตรีที่ผิดแผกกัน

4. ด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial Intelligence) เป็นความสามารถในการมองภาพมิติต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง สามารถคิดสิ่งใหม่ ๆ ปรับเปลี่ยนและขยายสิ่งที่ปรากฏตามการรับรู้ของตนเอง

5. ด้านร่างกาย การเคลื่อนไหว (Bodily – Kinesthetic Intelligence) เป็นความสามารถในการควบคุมการเคลื่อนไหวของร่างกายและการใช้มือ เท้า อย่างคล่องแคล่ว ว่องไวตามที่สมองสั่งการ

6. ด้านการเรียนรู้เกี่ยวกับผู้อื่น (Interpersonal Intelligence) ความสามารถในการเข้าใจการตอบสนองของอารมณ์ ความรู้สึก แรงกระตุ้น และความต้องการของผู้อื่น

7. ด้านการเรียนรู้เกี่ยวกับตนเอง (Intrapersonal Intelligence) เป็นความสามารถในการควบคุมและเข้าใจ พฤติกรรม ความรู้สึก อารมณ์ของตนเอง

จากทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จะเป็นส่วนหนึ่งของความสามารถทางสมองหรือโครงสร้างทางเชาว์ปัญญาของมนุษย์ จากทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน จะเห็นได้ว่า ความสามารถทางสมองด้านมิติสัมพันธ์เป็น 1 ใน 7 องค์ประกอบของความสามารถทางสมองของมนุษย์ ซึ่งจะทำให้ส่งผลให้เข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ อันได้แก่ ความสั้น ยาว ไกล ใกล้ พื้นที่ ทรวดทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถสร้างจินตนาการให้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุ เมื่อนำมาซ้อนทับกัน สามารถรู้ความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่ ทฤษฎีไฮราคิคัล หรือ ทฤษฎีลำดับขั้นของเวอร์เนอร์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นส่วนหนึ่งของความสามารถทางปฏิบัติทั่วไป เป็นความสามารถในการมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ส่วนทฤษฎีเชาว์ปัญญาหลากหลายของการ์ดเนอร์ นั้น เสนอว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็น 1 ใน 7 ด้านของเชาว์ปัญญา ซึ่งเป็นความสามารถในการมองภาพมิติต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง สามารถคิดสิ่งใหม่ ๆ ปรับเปลี่ยนและขยายสิ่งที่ปรากฏตามการรับรู้ของตนเอง จากทฤษฎีที่กล่าวมานั้นล้วนเกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ทั้งสิ้น แต่ทฤษฎีที่น่าสนใจและมีความเด่นชัดกว่าทฤษฎีอื่น อีกทั้งยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาการศึกษา และการวิจัย ได้อย่างกว้างขวางและน่าเชื่อถือ คือ ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน ที่ได้ทำการวิเคราะห์ความสามารถทางสมองพื้นฐานของมนุษย์ออกเป็นองค์ประกอบย่อย 7 องค์ประกอบ ผู้วิจัยได้นำแนวความคิดของเทอร์สโตน มาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

3. รูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

นักการศึกษาได้เสนอรูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่นิยมใช้ ดังนี้

ทองห่อ วิภาวิน (2524 : 73-81) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็น 8 รูปแบบ คือ แบบทดสอบซ้อนภาพ แบบทดสอบซ่อนภาพ แบบทดสอบหมุนภาพ แบบ

ทดสอบประกอบภาพ แบบทดสอบแยกภาพ แบบทดสอบการนับลูกบาศก์ แบบทดสอบพับรูป และแบบทดสอบพับกระดาษ

วัญญา วิศาลาภรณ์ (2525 : 44) ได้แบ่งข้อสอบมิติสัมพันธ์ เป็น 7 รูปแบบ คือ แบบหมุนสรุปรูปหรือเลื่อนรูป แบบตัดรูป แบบต่อรูป แบบซ่อนรูป แบบซ้อนรูป แบบพับกระดาษ แบบพับกล่อง

สมบูรณ์ ชิตพงศ์ และสำเริง บุญเรืองรัตน์ (2524 : 45 – 52) กล่าวไว้ สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดสมรรถภาพสมองด้านมิติสัมพันธ์มีอยู่หลายแบบแต่ที่นิยมใช้กันมากมี 6 รูปแบบ คือ แบบหมุนภาพบนพื้นระนาบ แบบซ่อนรูป แบบซ้อนภาพ แบบแยกภาพ แบบนับบล็อก และแบบประกอบภาพให้เป็นจตุรัส

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541 : 140-160) ได้กล่าวถึงแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ 10 รูปแบบ คือ แบบทดสอบซ่อนภาพซึ่งแยกเป็นแบบซ่อนเดี่ยวกับแบบตัวซ่อนคงที่ แบบทดสอบซ้อนภาพ แบบทดสอบแยกภาพ แบบทดสอบต่อภาพ แบบทดสอบหมุนภาพ แบบทดสอบประกอบภาพสามมิติ แบบทดสอบหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ แบบทดสอบภาพตัดกระดาษ แบบทดสอบการนับลูกบาศก์ แบบทดสอบประกอบส่วนย่อย

จากรูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่าแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ใช้ในปัจจุบัน มี 6 – 10 แบบ คือ แบบซ้อนภาพ แบบหมุนภาพ แบบประกอบภาพสองมิติ สามมิติ แบบแยกภาพ แบบนับลูกบาศก์ แบบพับรูป แบบพับกระดาษ แบบประกอบภาพให้เป็นสี่เหลี่ยมจตุรัส

4. ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีหลายรูปแบบ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ 3 รูปแบบ คือ แบบซ่อนภาพ แบบซ้อนภาพ และแบบหมุนภาพ ซึ่ง ทองห่อ วิภาวิน (2524 :73-81) ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528 : 147-159) และล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541 : 150 – 160) ได้เสนอลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ทั้ง 3 รูปแบบ ดังนี้

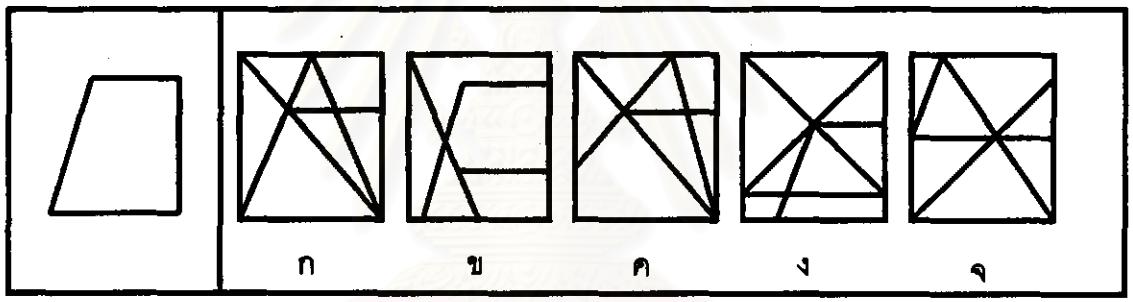
1. แบบทดสอบซ่อนภาพ ใช้วัดความสามารถในการมองภาพที่มีสิ่งกีดขวาง กีดกั้นหรือเส้นทับ จนมองเห็นรูปไม่ถนัด ผู้สอบจะสามารถบอกได้ว่า รูปที่กำหนดให้ซ่อนอยู่ในนั้น โดยมีรูปแบบ ดังนี้

1.1 ซ่อนภาพเหมือน จะกำหนดสถานการณ์มา เช่น ต้นไม้ ป่าไม้ บ้าน ซึ่งมีลายเส้นมากมาย ที่จะสามารถแทรกสัตว์ สิ่งของ หรือรูปทรงต่าง ๆ ให้อยู่ในสถานการณ์นั้น สิ่งที่ซ่อนอยู่จะมีเส้นอื่น ๆ ทับ ผู้ตอบต้องหาคำตอบว่ามีอะไร จำนวนเท่าไร

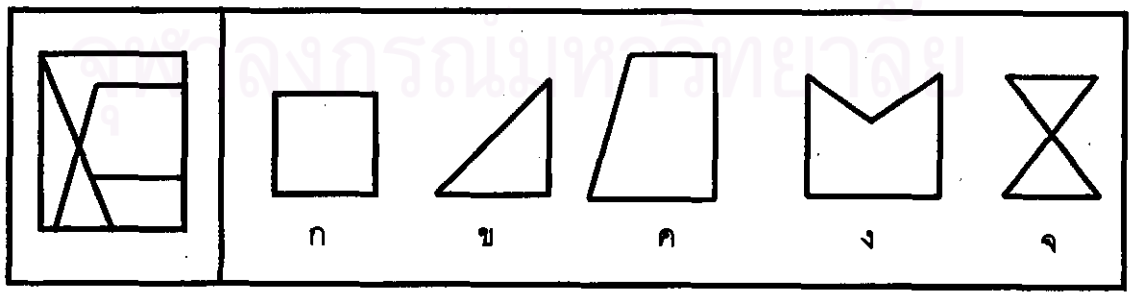
1.2 ซ่อนภาพทรงเรขาคณิต เป็นการกำหนดภาพทรงเรขาคณิตรูปใด ๆ ไว้แล้วสร้างกรอบของการซ่อน ซึ่งใหญ่กว่าภาพที่กำหนด เพื่อใส่ภาพที่ต้องการซ่อน แล้วจะขีดเส้นผ่านภาพ หรือเลื่อนภาพขึ้นลง ซ้ายขวา เพื่อจะทำให้ภาพไม่อยู่คงที่ แบ่งเป็น 2 แบบ

1.2.1 แบบภาพซ่อนเดี่ยว หาภาพที่ซ่อนไว้จะมีเพียงภาพเดียวที่ซ่อนอยู่ในข้อที่กำหนดให้

1.2.1.1 ซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม จะกำหนดภาพมาให้ เงื่อนไข คือ ภาพที่ซ่อนต้องมีขนาดเท่าเดิม ทิศทางเหมือนเดิม คำชี้แจงในการทำข้อสอบต้องชัดเจน ดังตัวอย่าง

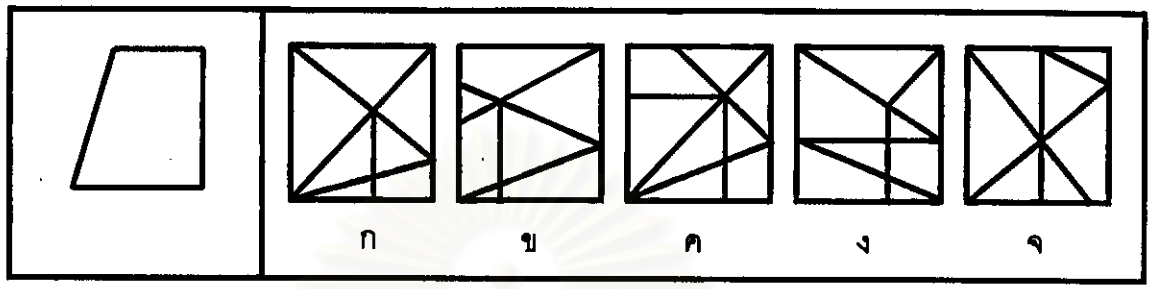


จากรูป ต้องการดูว่าภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือไปซ่อนอยู่ในภาพใดในตัวเลือก ก ข ค ง และ จ ดังนั้นตัวเลือกที่ถูก คือ ข้อ ข วิธีวางอีกรูปแบบหนึ่ง อาจจะเอาภาพ ข มาเป็นตัวคำถาม แล้วถามกลับว่ามีภาพใดซ่อนอยู่ ดังตัวอย่าง



คำตอบที่ถูกต้องคือ ข้อ ค

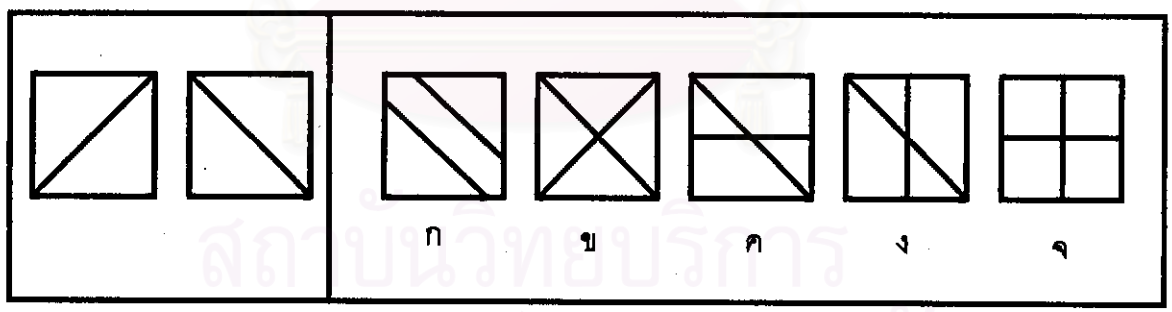
1.2.1.2 ซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเปลี่ยนแปลง ภาพที่กำหนดให้ซ่อน ไม่อยู่ในทิศทางเดิมก็ได้ อาจหมุนทำมุม 30 องศา 45 องศา 90 องศา หรือ 180 องศา ตามความต้องการ ตัวอย่าง หมุนภาพ 90 องศา จากภาพเดิมที่กำหนดให้



ภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ เมื่อหมุน 90 องศา แล้วจะซ่อนอยู่ในตัวเลือก ข

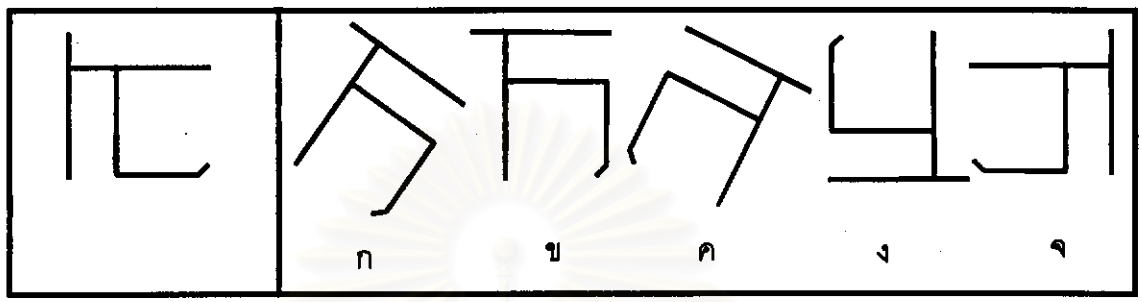
1.2.2 แบบตัวซ่อนคงที่ ลักษณะของข้อสอบ จะกำหนดตัวแบบที่จะซ่อนคงที่ 5 ตัวหรือ 4 ตัว แล้วเขียนข้อสอบเป็นชุด ๆ

2. แบบทดสอบซ้อนภาพ กำหนดภาพให้ 2 ภาพ แล้วถามว่าถ้าเอาภาพ 2 ภาพนี้ซ้อนกันจะเป็นอะไร ไม่นิยมแบบบิดไปบิดมาเป็นมุมต่าง ๆ



คำตอบที่ถูกคือ ข้อ ข การสร้างกรอบสี่เหลี่ยมต้องให้เท่ากันเสมอ ตัวลวงพยายามเขียนในข้อที่มีโอกาสเป็นไปได้และต้องเขียนคำชี้แจงให้ชัดเจนว่าซ้อนกันอย่างไรถ้าหากซ้อนกันธรรมดาจะง่ายไป ดังนั้นวิธีที่จะทำให้ยากขึ้น คือ การใช้สี หรือการแรเงาประกอบจะทำให้ภาพที่ซ้อนกันมองยากขึ้น คนที่มีมิติสัมพันธ์ดีจริง ๆ จึงจะสามารถหาคำตอบที่ถูกได้

3. แบบทดสอบหมุนภาพ กำหนดภาพทางซ้ายมือ แล้วสร้างเงื่อนไขว่าจะให้หมุนภาพไปทางใด โดยต้องบอกให้ชัดเจน เช่น หมุนภาพที่กำหนดให้ไปตามแนวการหมุนของเข็มนาฬิกา หรือจะบอกว่าหมุนทวนเข็มนาฬิกาก็ได้ ดังตัวอย่างที่เป็นการหมุนภาพตามเข็มนาฬิกา



คำตอบที่ถูกต้องคือ ข้อ ค การสร้างข้อสอบแบบหมุนภาพนี้ถ้าต้องการให้ยากขึ้น พยายามเขียนรูปทรงที่มีหลายเส้นจะทำให้พิจารณาการหมุนยากขึ้น ถ้าเป็นตัวอักษรไทยอาจจะสามารถหาคำตอบได้ง่าย ถ้าเป็นภาพทรงเรขาคณิตแปลก ๆ จะสามารถวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้เที่ยงตรงขึ้น

จากการศึกษารูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ทั้ง 3 รูปแบบ ในการสอบจะต้องอธิบายคำชี้แจงให้เข้าใจ รูปภาพต้องชัดเจน เขียนตัวลวงที่มีโอกาสเป็นไปได้ และเขียนให้ยากง่ายได้ตามความต้องการ ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ 3 รูปแบบ คือ แบบซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม แบบซ้อนภาพ และแบบหมุนภาพตามเข็มนาฬิกา

5. ความสำคัญของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่อการเรียนเรขาคณิต

นักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่อการเรียนเรขาคณิต สรุปได้ดังนี้

รันแนคชี่ (Rannucci,1964 : 19-23) กล่าวไว้สรุปได้ว่า การเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง เพราะคณิตศาสตร์ทุกวิชาไม่ว่าจะเป็นเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต หรือแม้แต่แคลคูลัส เวลาคำนวณต้องใช้คุณสมบัติทางมิติสัมพันธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งนั้น โดยทุกคนมักจะลงมือด้วยการขีดเขียนรูปหรือนึกภาพเอาในอากาศ ถ้าสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของรูปที่ซับซ้อนได้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็จะง่ายขึ้น

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สภาครูคณิตศาสตร์ระดับชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM ,1989 : 48-49) ระบุถึง ความสำคัญของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า นักเรียนที่พัฒนาความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และ เข้าใจในภาษาทางเรขาคณิตได้ดี จะมีความสามารถที่จะเรียนเกี่ยวกับจำนวนและมีเครื่องมือทางการคิด ซึ่งสามารถเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงได้ต่อไป และความเข้าใจในมิติสัมพันธ์นั้นมีความจำเป็นในการแสดงออกถึงความเข้าใจลึกซึ้งในเรื่องของเรขาคณิต

เวสลี (Wheatley ,1990: 10 – 11) กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หรือภาพการนึกคิด เป็นส่วนหนึ่งที่ในการเรียนเรขาคณิต และการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่มีความหมายในประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์

ทองห่อ วิภาวิน (2523 : 73) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีคุณค่ามากในการเรียนวิชาเรขาคณิต วาดเขียน แผนที่ และการฝีมือ

วิเชียร เกตุสิงห์ (2524:66 -72) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีคุณค่ามากในวิชาเรขาคณิต วาดเขียน และการฝีมือต่าง ๆ ผู้ที่มีความสามารถด้านนี้เหมาะที่จะเป็นนักออกแบบ นักเขียนแบบ นักวาดเขียน นักวางผังเมือง สถาปนิก และวิศวกร แม้กระทั่งพนักงานขับรถ และงานตกแต่งต่าง ๆ

จากการศึกษาความสำคัญของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นสิ่งจำเป็นในการในการเรียนเรขาคณิต ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ ต่อไป

การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต

1. การใช้คอมพิวเตอร์ในการศึกษา

วารินทร์ รัศมีพรหม (2531 : 190 – 195) แบ่งคอมพิวเตอร์ในการศึกษา สรุปได้ดังนี้

1. เป็นวัสดุการสอน (Object of Instruction) เช่น ใช้ในการเรียนเรื่องคอมพิวเตอร์ ถ้าผู้เรียนเรียนเรื่องการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ตัวคอมพิวเตอร์และตัวโปรแกรม (Software) ก็เป็นวัสดุการสอน

2. เป็นเครื่องมือระหว่างสอน (Tool during Instruction) เช่น ใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ หาค่าสถิติ และใช้เป็น Word processor เช่น พิมพ์รายงาน

3. เป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer – Assisted Instruction) ซึ่งใช้ในกระบวนการเรียนการสอน สามารถแยกได้เป็น

3.1 ฝึกปฏิบัติ (Drill and Practice) มีการใช้ทฤษฎีการเสริมแรงในการสอนมโนทัศน์และทักษะ โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะประกอบด้วยตัวคำถาม หรือแบบฝึกหัด เช่นเดียวกับในหนังสือแบบฝึกหัด (Work book) แบบฝึกหัดจะมีการเสริมแรงทุกคำตอบที่ถูกต้อง

3.2 เรียนทบทวน (Tutorial) ใช้แทนผู้สอนที่จะทบทวนเนื้อหาวิชาให้ มีเนื้อหาและกราฟฟิกบนจอภาพ และมีคำถามเป็นระยะ ๆ ถ้าตอบถูกต้องมี Feed back เป็นการเสริมแรงโดยทันที ถ้าตอบผิด กลับ ไปทบทวนเนื้อหาใหม่

3.3 สถานการณ์จำลอง (Simulations) ค่อนข้างเป็นการเคลื่อนไหวและเลียนแบบของจริง เช่น การเรียนการขับเครื่องบินด้วยโปรแกรมสถานการณ์จำลอง

3.4 เกม (Games) แตกต่างจากสถานการณ์จำลองในแง่กิจกรรมของเกมอาจใช่หรือไม่ใช่สถานการณ์จำลองก็ได้ และเกมอาจไม่ใช่การเรียนการสอนก็ได้

3.5 การค้นพบ (Discovery) ออกแบบโดยให้ปัญหาและข้อมูลต่าง ๆ แก่ผู้เรียน และผู้เรียนค้นหาการแก้ปัญหาเอง โดยวิธีลองผิดลองถูกจนกว่าจะได้คำตอบ เป็นลักษณะแบบที่เรียกว่า Inductive approach ซึ่งคอมพิวเตอร์จะเป็นแหล่งข้อมูล (Database)

นงนุช วรรธนวหะ (2539 : 54-61) กล่าวถึงการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในโรงเรียน โดยแบ่งตามวัตถุประสงค์ เป็น 2 กลุ่ม สรุปได้ดังนี้

1. การนำคอมพิวเตอร์มาใช้งานด้านบริหาร แบ่งเป็น 4 ประเภท คือ งานด้านปกครอง งานด้านบริการ งานธุรการ และงานด้านวิชาการ

2. การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในงานด้านการเรียนการสอน

2.1 เพื่อสอนวิชาคอมพิวเตอร์

2.2 เพื่อเป็นอุปกรณ์ช่วยสอนวิชาอื่น

กิดานันท์ มลิทอง (2540 : 225 - 232) กล่าวถึงการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในวงการศึกษา ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. คอมพิวเตอร์ในการบริหาร (Administrative Use) เป็นจุดแรกของการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในวงการศึกษา สามารถแบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ ด้านของผู้บริหารสถาบันการศึกษา ช่วยผู้บริหารในการทำงานด้านต่าง ๆ เช่น การทำบัญชี การจัดตารางสอน เป็นต้น และ ในด้านการ

บริหารงานของครูผู้สอน ได้แก่ งานด้านการเขียน การคิดคำนวณ งานด้านเอกสาร เป็นต้น ซึ่งครูสามารถใช้คอมพิวเตอร์ในการทำงานและเก็บข้อมูลได้

2. คอมพิวเตอร์ในด้านการเรียนการสอน เรียกว่า การสอนใช้คอมพิวเตอร์เป็นฐาน (Computer-Based Instruction : CBI) คือใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์หลักในการสอนเพื่อให้มีการโต้ตอบระหว่าง ผู้เรียนกับโปรแกรมบทเรียน แบ่งเป็น 2 ประเภท

2.1 การสอนใช้คอมพิวเตอร์จัดการ(Computer – Managed Instruction: CMI) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยให้ผู้สอนสามารถแก้ปัญหาในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ โดยการจัดโปรแกรมการเรียนให้สอดคล้องกับความต้องการของผู้เรียน ให้ผู้เรียนเรียนรู้ตามความสามารถและความถนัดของตน เป็นการจัดการศึกษารายบุคคลโดยใช้โปรแกรมบทเรียนคอมพิวเตอร์ในรูปแบบต่าง ๆ กัน หรืออาจเป็นการใช้คอมพิวเตอร์ร่วมกับสื่อประเภทอื่น ๆ เพื่อการเรียนรู้ให้ครบตามวัตถุประสงค์ของบทเรียนที่ตั้งไว้

2.2 การสอนใช้คอมพิวเตอร์ช่วย (Computer - Assisted Instruction : CAI) การสร้างนั้นอาศัยอาศัยทฤษฎีการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองให้ข้อมูลป้อนกลับเพื่อเสริมแรง และผู้เรียนเลือกสิ่งเร้าลำดับต่อไปการใช้โปรแกรมบทเรียนในการสอนใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสามารถจัดรูปแบบได้ดังนี้

2.2.1 การสอน (Tutorial Instruction)

2.2.2 การฝึกหัด (Drill and Practice)

2.2.3 การจำลอง (Simulation)

2.2.4 เกมเพื่อการสอน (Instructional Games)

2.2.5 การค้นพบ (Discovery)

2.2.6 การแก้ปัญหา (Problem – Solving)

2.2.7 การทดสอบ (Tests)

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2542:98-99) กล่าวถึงการนำคอมพิวเตอร์เข้ามาใช้ในการศึกษาสามารถแบ่งออกเป็น 5 ลักษณะ สรุปได้ดังนี้

1. การใช้คอมพิวเตอร์ในลักษณะของการบริหาร โดยคอมพิวเตอร์จะนำมาใช้ในฝ่ายธุรการ เพื่อช่วยงานด้านการบริหาร เช่น การจัดตารางสอน

2. การใช้คอมพิวเตอร์ในการจัดการสอน โดยที่ผู้สอนวิเคราะห์ลักษณะและความต้องการของผู้เรียนแต่ละคนเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียน เช่น ใช้คอมพิวเตอร์สร้างระบบการนำเสนอเนื้อหา เพื่อให้ผู้เรียน สามารถเรียนรู้ตามความถนัด ความต้องการและความพอใจ

3. การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ลักษณะของการนำเสนอการเรียนการสอนทางคอมพิวเตอร์ โดยคอมพิวเตอร์จะเสนอบทเรียนแทนผู้สอนและผู้เรียนสามารถเรียนด้วยตนเอง ซึ่งปัจจุบันมีการนำเอาสื่อประสมหรือ มัลติมีเดีย (Multimedia) เข้ามาช่วย

4. การใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์การเรียนการสอน คือ เป็นเครื่องมือช่วยในการนำเสนอเนื้อหา (Presentation) การนำเสนอเนื้อหาโดยใช้คอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของการสอนแบบบรรยาย จำเป็นต้องมีอุปกรณ์เพิ่มเติม เช่นโทรทัศน์ที่มีจอกว้าง LCD projector เพื่อทำการฉายสัญญาณภาพจากคอมพิวเตอร์ไปฉายยังฉากที่เตรียมไว้

5. การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการติดต่อสื่อสารและการค้นหาข้อมูล เป็นการเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์เข้าด้วยกันเป็นเครือข่าย โดยเฉพาะการเชื่อมต่อเข้ากับ เครือข่ายอินเทอร์เนต (Internet)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการศึกษาสามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะ คือ ในด้านการบริหาร คือ ช่วยงานบุคลากรในโรงเรียน และในด้านการเรียนการสอน เช่น การสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์ในการสอน การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2. การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สำหรับในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น สมชาย ชูชาติ (2529 : 8 –18) ได้เสนอแนวทางในการใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ใช้ในการสอนซ่อมเสริม เพื่อฝึกทักษะในวิชาคณิตศาสตร์ ควรเป็นโปรแกรมที่สามารถบ่งชี้ถึงข้อผิดพลาดของคำตอบ พร้อมทั้งแนะแนวทางหรือให้ข้อเสนอแนะเมื่อนักเรียนตอบผิด

2. การสอนรายบุคคล หรือเรียกว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer Assisted Instruction หรือ CAI) ต้องมีการวางแผนการใช้ให้ผสมผสานกับโปรแกรมการเรียนการสอนของโรงเรียน ครูอาจจะใช้ในการเสริม แต่ไม่ใช่แทนการเรียนการสอนในชั้นเรียนปกติ

3. คณิตศาสตร์นันทนาการ ครูเลือกเกมที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดคำนวณ การคิดหาเหตุผล หรือ ตรรกะ (Logic) มีระดับความง่ายในระดับที่เหมาะสมกับนักเรียน

4. การสอนวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ (Computer Mathematics) ใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา (Problem Solving) โดยโรงเรียนอาจเปิดสอนวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นวิชาเลือกขึ้นในโรงเรียนเพื่อเสริมและขยายมโนมติทางคณิตศาสตร์ที่มีการสอนอยู่ในชั้นเรียนปกติ

5. คอมพิวเตอร์ในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ โดยไม่เปิดสอนเป็นวิชาเลือก จำเป็นต้องจัดให้มีการสอนภาษาคอมพิวเตอร์และการเขียนโปรแกรมก่อนการเรียนในภาคการศึกษานั้น ๆ

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542 : 28) พบว่าการพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วย มี 3 ลักษณะ สรุปได้ดังนี้

1. พัฒนาบทเรียนโดยการสร้างด้วยโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น ใช้ภาษา เบสิก (Basic) ,ปาสคาล (Pascal) เป็นต้น ปัญหาที่พบคือ ผู้พัฒนาต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์สูง และใช้เวลาในการพัฒนามาก

2. พัฒนาบทเรียนจากโปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่นโปรแกรมไทยทัศน์ 2.0 โปรแกรมออเทอร์แวร์ โปรเพรสชันแนล (Authorware Professional) โปรแกรมจะสามารถนำเสนอข้อความบนภาพกราฟฟิก มีรูปแบบตัวอักษรต่าง ๆ มีภาพสามมิติ ลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่ง นำเสนอเนื้อหา ตัวอย่างการคำนวณ การตัดสินใจ การสร้างภาพและเสียง เป็นต้น ปัญหาที่พบ คือ ผู้พัฒนาส่วนมากจะสร้างเป็นบทเรียนสั้นๆ แต่การพัฒนารูปภาพทางเรขาคณิตประกอบการคำนวณต้องใช้เวลามากและต้องมีความสามารถในการเชื่อมโยงโปรแกรมเข้าด้วยกัน

3. พัฒนาจากโปรแกรมสำเร็จรูป ซึ่งเหมาะสมกับงานแต่ละงาน เช่น โปรแกรมไมโครซอฟต์เอ็กเซล (Microsoft Excel) เหมาะกับการคำนวณในลักษณะแถวหรือหลัก โปรแกรมไมโครซอฟต์เพาเวอร์พอยท์ (MicrosoftPowerPoint) เหมาะสำหรับการแสดงผลงาน แมทแคด (Mathcad) และ แมทแลป (Mathlab) เหมาะสำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น นำคอมพิวเตอร์มาใช้ในหลาย ๆ ด้าน เช่นใช้ในการสอนซ่อมเสริม การสอนรายบุคคล เพื่อนันทนาการ สอนวิชาคณิตศาสตร์ และใช้คอมพิวเตอร์เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยนั้นมี 3 ลักษณะ คือ การพัฒนาบทเรียนโดยการสร้างด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ โปรแกรมบทเรียน และโปรแกรมสำเร็จรูป

3. ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิต

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542 : 28 -30) กล่าวถึง ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิต สามารถสรุปได้ว่า ซอฟต์แวร์ที่ต้องใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ และซอฟต์แวร์สำเร็จรูป มีดังนี้

ซอฟต์แวร์ที่ต้องใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ คือ โปรแกรมภาษาโลโก (Logo) ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย โบลท์ (Bolt) เบราเนท (Beranek) นิวแมน (Newman) และสถาบันเทคโนโลยีปัญญาประดิษฐ์แห่งเมสซาชูเซต (Massachusetts Institute of Technology Artificial Intelligence Laboratory) ประเทศสหรัฐอเมริกา ในช่วงปลาย ค.ศ. 1960 เป็นการใช้ความสามารถของคอมพิวเตอร์กราฟฟิกแสดงภาพรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ ที่เรียกว่า เต่า เคลื่อนไหวเป็นรูปเรขาคณิต ผู้ใช้ภาษาโลโกต้องมีความรู้ทางภาษาและเขียนโปรแกรมอย่างง่าย ๆ ปัญหาที่พบคือผู้เรียนต้องมีความรู้ทางภาษาคอมพิวเตอร์ การเคลื่อนไหวจะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนสามารถเขียนโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ได้ถูกต้อง

ด้วยปัญหาคือผู้เรียนต้องมีความรู้ทางภาษาคอมพิวเตอร์ จึงได้มีการพัฒนาซอฟต์แวร์สำเร็จรูป ที่ผู้ใช้ไม่จำเป็นต้องมีความรู้ภาษาคอมพิวเตอร์ โดยมีลักษณะที่อำนวยความสะดวกต่อการสร้างรูปและทรงเรขาคณิตต่าง ๆ มีค่าตัวเลขที่คำนวณได้ถูกต้อง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถเกิดความรู้ความเข้าใจได้ง่ายขึ้นในการเรียนการสอนเรขาคณิต ได้แก่

1. Geometry Supposers พัฒนาขึ้นเมื่อปี ค.ศ.1985 โดยชวาท์ (Schwartz) และเยรูแชลมี (Yerushalmy) เพื่อใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น แอปเปิล ทู (Apple II) เป็นซอฟต์แวร์ที่สามารถเคลื่อนไหวได้ ซึ่งใช้ความสามารถของคอมพิวเตอร์กราฟฟิกในการทำให้รูปต่าง ๆ เคลื่อนไหวตามความต้องการของผู้ใช้

2. GeoDraw พัฒนาขึ้นเมื่อ ปี ค.ศ.1987 เหมาะสำหรับการสร้างรูปเรขาคณิตเบื้องต้นบนกระดานเรขาคณิต (Geoboard)

3. The Geometer ' s Sketchpad (GSP)

GSP พัฒนาขึ้นเมื่อ ค.ศ.1991 โดยนิโคลัส แจคคิว (Nicholas Jachiw) อยู่ในโครงการพัฒนาเรขาคณิตที่มองเห็นได้ (Visual Geometry Project) ของมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Foundation : NSF) แห่งสหรัฐอเมริกา ซึ่งมี ดร.ยูจีน คลอทซ์ (Eugene Klotz) จากวิทยาลัยสวาทมอร์ และ ดร.คอริส ชาทชไนเดอร์ (Doris Schatschneider) จากวิทยาลัยมอราเวียน ของมหาวิทยาลัยเพนซิลวาเนีย แห่งสหรัฐอเมริกาเป็นหัวหน้า

ซอฟต์แวร์นี้ในครั้งแรกพัฒนาขึ้นเป็นรุ่นเบต้า (Beta Version) ในลักษณะทดลองเพื่อนำมาใช้กับเครื่องที่เป็นเครื่องแมคอินทอช (Macintosh) และพัฒนาขึ้นเป็นรุ่นที่นำออกจำหน่ายเพื่อใช้กับเครื่องแมคอินทอช และเครื่องคอมพิวเตอร์พีซี ที่ใช้ระบบปฏิบัติการแบบวินโดวส์ในปี ค.ศ.1993 ปัจจุบันได้พัฒนาขึ้นเป็น รุ่น 3.0 ในปี ค.ศ. 1995 ด้วยเงินทุนสนับสนุนของ NSF ในการพัฒนาซอฟต์แวร์และสำนักพิมพ์ คีย์ เคอร์ริ-คิวลัม (Key Curriculum) ในการจัดพิมพ์สื่อสิ่งพิมพ์ที่ใช้สำหรับโปรแกรม GSP ทำให้โปรแกรม GSP มีการใช้งานอย่างแพร่หลายในโรงเรียนของสหรัฐอเมริกา และมีการเปิดเวปไซต์ทางอินเตอร์เน็ตที่ http://www.keypress.com เพื่อให้ผู้ใช้โปรแกรม GSPสามารถแลกเปลี่ยนข่าวสารได้สะดวกยิ่งขึ้นนอกจากนี้ ดร.เจมส์ ดับบลิว วิลสัน (James W. Wilson) ได้กำหนดให้ GSP เป็นซอฟต์แวร์หนึ่งที่ใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ศึกษาสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาโทและปริญญาเอกของมหาวิทยาลัยจอร์เจีย ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งมีนักศึกษาหลายคนใช้ GSP เป็นเครื่องมือทำการวิจัย ทำให้การใช้ GSP มีแพร่หลายขึ้น

จากซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตที่ใช้ในปัจจุบัน มี 2 ลักษณะ คือ โปรแกรมที่ต้องใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ได้แก่โปรแกรมภาษาโลโก และโปรแกรมสำเร็จรูป คือ Geometry Supposers , GeoDraw และ GSP ซึ่งโปรแกรมสำเร็จรูปที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบัน คือ GSP

4. ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต

นักการศึกษาได้กล่าวถึงซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต (GSP) สรุปได้ดังนี้

ชิลกาลิส (Shigalis ,1998 :162 – 165) กล่าวไว้สรุปได้ว่า การนำ GSP มาประยุกต์ใช้ในการเพิ่มความรู้หลากหลายของการหาคำตอบ โดยการใช้การสืบเสาะด้วยการเคลื่อนไหวของรูป ทำได้ง่ายและรวดเร็วกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ส่งผลให้นักเรียนสนุกต่อการเรียนรู้และเข้าใจในการแก้ปัญหา

กาลินโด (Galindo,1998 : 76-82) กล่าวไว้สรุปได้ว่า การใช้ GSP ช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิตสำรวจความสัมพันธ์ของรูปเหล่านั้น ตั้งข้อคาดเดา สมบัติต่าง ๆ และทดสอบข้อคาดเดานั้น ๆ เป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลอย่างมีความหมาย ไม่ใช่การพิสูจน์แบบเดิมที่เขียนกันมา นักเรียนสามารถสร้างความเชื่อมโยงระหว่างการสร้างรูปโดยใช้ GSP

สโตน (Stone , 1994 : 590-594) ฟินเซอร์ และเบนเน็ต (Finzer and Benett,1995 : 428 – 431) เกียร์มาติ (Giamati ,1995 : 456 – 458) เชอร์ (Scher ,1996 : 330 – 332) ซีบีก (Zbiek ,1996 : 86 – 89) ได้กล่าวถึง GSP สามารถสรุปได้สอดคล้องกันว่า GSP เป็นซอฟต์แวร์ที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย ทำให้ผู้เรียนสามารถสำรวจและสร้างความสัมพันธ์ทางความคิดในเรื่องเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการแปลง ผู้เรียนสามารถทดลองได้เอง วิเคราะห์มองเห็นภาพชัดเจน ใช้เวลาน้อยในการศึกษาการใช้ เคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงรูปได้หลายลักษณะตามความต้องการของผู้ใช้ ทำให้นักเรียนเรียนรู้สมบัติของรูปเรขาคณิตจากการสร้างภาพนามธรรม นักเรียนสามารถมีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนได้ ทดลองสร้างปรับเปลี่ยนรูปได้อย่างรวดเร็วหลายครั้ง ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น ดึงดูดความสนใจอยากค้นคว้าด้วยการตอบสนองทันทีของโปรแกรม สามารถใช้แทนกระบวนการที่สร้างบนกระดาษได้อย่างสมบูรณ์ หรือการแก้ปัญหาที่ไม่สามารถสร้างด้วยดินสอและกระดาษได้ และผู้สอนสามารถทำสคริปต์ใช้ในการสาธิตหรือสรุปให้นักเรียนศึกษาตาม เพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาได้ จากผลการสอนพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจและมีความเข้าใจได้ดีและลึกซึ้ง นักเรียนมีความคงทนในความรู้ มีเจตคติที่ดี สามารถเห็นข้อแตกต่างของสิ่งที่คาดเดา ระหว่างความมีเหตุผลและความไม่มีเหตุผลในการพิสูจน์

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า GSP เป็นซอฟต์แวร์สำเร็จรูปที่ใช้ง่าย มีความสะดวกในการใช้ นักเรียนสามารถมองเห็นการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นด้วยการกระทำของนักเรียนเอง GSP สามารถเคลื่อนไหวได้ ดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้มาก ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่นำ GSP มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

มนูญ ศิวารมย์ (2531 : 49 -53) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การสร้างสมการทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และความวิตกกังวล ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โปรแกรมวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2531 สังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตการศึกษา 10 เครื่องมือที่ใช้คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ มี 4 ฉบับ คือ แบบทดสอบความสามารถด้านการคำนวณ ด้านอนุกรมทางเดียว ด้านมิติสัมพันธ์ ด้านคณิตศาสตร์เหตุผล และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการ

เรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ความวิตกกังวลกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสัมพันธ์กันทางลบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และความวิตกกังวล ทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้

สุธน สิทธิวิชชาพร (2533 : 78-80) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความถนัดด้านมิติสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2532 ของโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดตรัง จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน จำนวน 382 คน เครื่องมือที่ใช้ คือ แบบทดสอบวัดความถนัดด้านมิติสัมพันธ์ 7 แบบคือ แบบประกอบภาพ แบบหารูปทรง 3 มิติจากแปลน แบบหาด้านต่าง ๆ จากรูปทรงสามมิติ แบบหารูปทรงเมื่อปังชี้ลูกบาศก์ที่ดึงออก แบบหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ แบบรวมองค์ประกอบ แบบจำแนกลูกบล็อก ผลการวิจัยพบว่า คะแนนแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ทั้ง 7 แบบมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 311 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

สุรินทร สวนทอง (2533 : 105 –108) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ผลของการฝึกสมรรถภาพทางสมองที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2533 โรงเรียนวัดน้อยใน จำนวน 120 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบฝึกสมรรถภาพทางสมองได้แก่ องค์ประกอบการคิดด้านการสังเกต และการรับรู้เชิงมิติสัมพันธ์ องค์ประกอบการคิดด้านประยุกต์ องค์ประกอบการคิดด้านการวิเคราะห์ องค์ประกอบการคิดด้านการสร้างสรรค์ และแบบทดสอบวัดทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้ม แบบปานกลาง และไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง มีทักษะการคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับความรู้ความจำ อยู่ในระดับดีมาก ระดับปานกลางและระดับต่ำ ตามลำดับ นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้ม แบบปานกลาง และไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับสูงกว่าความรู้ความจำ อยู่ในระดับปานกลาง ระดับต่ำ และระดับต่ำสุด ตามลำดับ นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแตกต่างกัน มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับความรู้ความจำ และระดับสูงกว่าความรู้ความจำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยที่นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้มมีทักษะการคิดทาง

คณิตศาสตร์ทั้งสองระดับสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบปานกลางและไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองและนักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบปานกลางมีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งสองระดับสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

กมลชนก พิพัฒน์ชัยนนท์ (2838 : 57-59) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์ ในช่วงเวลาที่แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2537 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร จำนวน 120 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม คือ ได้รับการฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์แบบแบ่งเป็นช่วงระยะสั้น ๆ หลายช่วง แบบแบ่งเป็นช่วงระยะยาว 3 ช่วง และแบบระยะยาวช่วงเดียว เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์ แบบแปงเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดีมาก นักเรียนที่ได้รับการฝึกแบบแปงเป็นระยะยาว 3 ช่วง และฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง นักเรียนที่ได้รับการฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์ แบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียวและฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 นักเรียนที่ได้รับการฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และ มิติสัมพันธ์ แบบแบ่งช่วงระยะยาว 3 ช่วง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อรัญญา นามแก้ว (2538 :56-58) ได้ทำวิจัย เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความถนัดทางการเรียน เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดกาญจนบุรี ตัวอย่างประชากร คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2538 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 396 คน เครื่องมือที่ใช้ ชุดที่หนึ่ง เป็นแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียนประกอบด้วย แบบทดสอบความถนัดด้านจำนวน ด้านภาษา ด้านเหตุผล ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านความจำ ชุดที่สองเป็นแบบทดสอบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่สาม เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความถนัดทางการเรียนด้านจำนวน ด้านภาษา ด้านเหตุผล ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านความจำมีความสัมพันธ์ทางบวกกับ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความถนัดทางการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.01

พัชรา ทัศนวิจิตรวงศ์ (2540 : 102-109) ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยบางประการกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2539 ของโรงเรียนกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 563 คน เครื่องมือที่ใช้ คือ แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน ด้านภาษา ด้านตัวเลข ด้านเหตุผล และด้านมิติสัมพันธ์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความถนัดทางการเรียนด้านภาษา ตัวเลข ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การรับรู้ตนเองด้านความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ และความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.001 ความถนัดทางการเรียนด้านเหตุผล และมิติสัมพันธ์ มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ตัวพยากรณ์ที่ดีในการพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางกาเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การรับรู้ตนเองด้านความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542: 81- 85) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิด จินตนาการ เพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเองโดยการสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา และสืบเสาะหาเหตุผล เพื่อตรวจสอบข้อคาดเดาที่ตั้งไว้ ตั้งเป้าหมายให้บทเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2541 ผลการวิจัยพบว่า การดำเนินการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิต ได้ว่าบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้น สามารถทำให้นักเรียนเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ และได้บทเรียนที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ ในส่วนของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์พบว่าการทำวิจัยในวิชาคณิตศาสตร์ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับศึกษาความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ด้านเดียว หรือเป็นส่วนหนึ่งของความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่าความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ GSP ซึ่งพบว่า การใช้ GSP ทำให้นักเรียนเกิดจินตนาการ เพิ่มพูนความรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจตั้งข้อคาดเดา สืบเสาะหาเหตุผล เพื่อตรวจสอบข้อคาดเดาที่ตั้งไว้

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ฟอเลททา (Foletta ,1994 : 2311-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการสอนโดยใช้ GSP ในการเรียนการสอนเรื่องการสำรวจพื้นที่โดยวิธีแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 9 เกรด 10 รัฐไอโอวา สหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า การวาด การวัด หรือการสำรวจ ของนักเรียนจะเกิดจากผลการผลักดันของครู GSP เป็นสิ่งใหม่ในการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ GSP ในส่วนที่เพิ่มเติมจากกระดาษและดินสอ นักเรียนจะตั้งข้อคาดเดาได้ตั้งแต่เริ่มใช้ GSP ในการสืบเสาะ

โรบินสัน (Robinson,1994 : 4309-A) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ความสามารถทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาในการเรียนเรื่องการเดินทางของจุดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐฟลอริดา สหรัฐอเมริกา โดยกลุ่มทดลองใช้ GSP เป็นเครื่องมือ ส่วนกลุ่มควบคุม เรียนโดยใช้การสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า หลังการเรียนโดยใช้ GSP กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ความสามารถทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาในการเรียนเรื่องการเดินทางของจุดไม่แตกต่างกัน แต่พบว่า หลังการเรียนโดยใช้ GSP นักเรียนสามารถสร้างโดยใช้กระดาษและดินสอได้ และจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่ไม่สามารถแก้ปัญหาบางข้อได้ หลังการเรียนโดยใช้ GSP นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้

เฟอร์กิง (Freking , 1995 :3772-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างลำดับขั้นของแวน ฮีลี กับผลสัมฤทธิ์ทางการพิสูจน์และการตั้งข้อคาดเดาในการเรียนโดยใช้ GSP ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา รัฐจอร์เจียร์ สหรัฐอเมริกา กลุ่มทดลองเป็นนักเรียน 2 ห้อง จำนวน 58 คน เรียนโดยใช้ GSP ช่วยในการตั้งข้อคาดเดาสมบัติของรูปเรขาคณิต กลุ่มควบคุมเป็นนักเรียน 1 ห้อง จำนวน 27 คน เรียนโดยการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถตั้งข้อคาดเดา และตรวจสอบข้อคาดเดานั้นสัมพันธ์กับความสามารถทางการพิสูจน์ ในขณะที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสัมพันธ์กับลำดับขั้นของแวน ฮีลี

เลสเตอร์ (Lester ,1996 : 2343-A) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ในรัฐแคลิฟอร์เนียร์ ประเทศสหรัฐอเมริกา ปี ค.ศ. 1996 ซึ่งกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ GSP กลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม่โปรแทรกเตอร์ และวงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังการเรียนเกี่ยวกับความรู้ทางด้านเรขาคณิตและการสร้างของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 และค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อคาดเดาทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

แมคดูกัล (McDougall, 1996) ได้ศึกษาความต้องการการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ในการใช้คอมพิวเตอร์สอนเรขาคณิต โดยให้ครูได้ทดลองใช้ GSP พบว่า ครูต้องการมีความสามารถในการสำรวจทางคณิตศาสตร์ มีกิจกรรมร่วมกัน การอภิปราย การศึกษารายกรณี การแลกเปลี่ยนข้อคาดเดา และการค้นพบโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่เคลื่อนไหวได้ (GSP)

ชอย (Choi ,1997 : 406-A) ศึกษาเรื่อง การเรียนรู้ทางเรขาคณิตของนักเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อ สืบเสาะ การพัฒนาความคิดทางลำดับขั้นเรขาคณิตของแวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้ GSP ผลการวิจัยพบว่า มีความสัมพันธ์กัน ระหว่างลำดับขั้นของแวน ฮีลี ในการแก้ปัญหา ระดับขั้นของแวน ฮีลี สามารถพัฒนาไปสู่การเรียนรู้แบบการสร้างภาพนามธรรมอย่างง่าย การใช้ GSP ช่วยในการสร้างให้มีประสิทธิภาพ และช่วยในกระบวนการแก้ปัญหา ส่งเสริมความสนใจของนักเรียน ช่วยให้เรียนเรื่องที่ซับซ้อนได้และประหยัดเวลาในการเรียนรู้

โยซ์เซฟ (Yousef ,1997: 1631-A) ได้ศึกษาผลของการใช้ GSP ต่อเจตคติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตเบื้องต้น โรงเรียนเซาท์เทิร์น ในรัฐโอไอโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ปี ค.ศ.1996 – 1997 โดยกลุ่มทดลองเรียนด้วยกิจกรรมการสำรวจโดยใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้กระดาษและดินสอ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้นพบว่าในต่างประเทศมีการนำโปรแกรม GSP มาใช้อย่างแพร่หลายทั้งในด้านการศึกษาและการวิจัย ในนักเรียนเกือบทุกระดับชั้น ซึ่งการใช้ GSP ในการเรียนทำให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าในในวิชาเรขาคณิตมากขึ้น นักเรียนไม่เบื่อในการที่จะสร้างรูป ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตมากยิ่งขึ้น